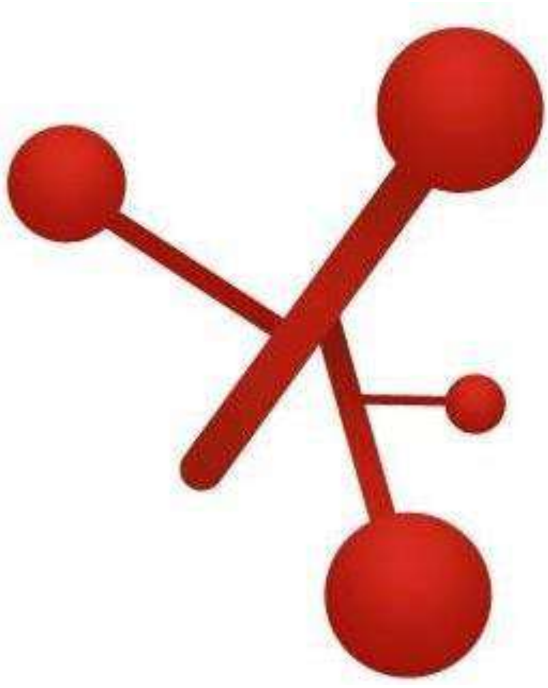
Castilla-La Mancha

CEPA CASTILLO DE CONSUEGRA

CURSO 2021-2022

Ámbito Científico y Tecnológico

MÓDULO II



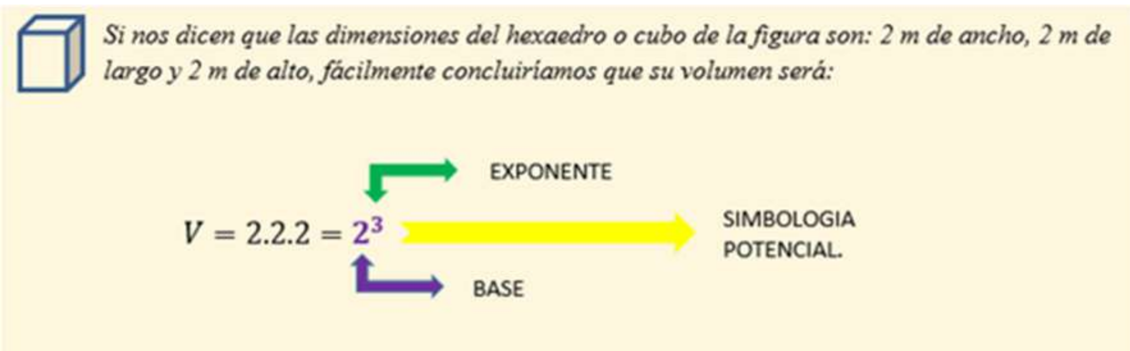
Bloque 4. Tema 1.

Potencias.

ÍNDICE

1. Definición de potencia de base entera y exponente natural.

En ocasiones ocurre que nos encontramos con multiplicaciones donde los factores (los números que se multiplican) son todos iguales. Al matemático **René Descartes** se le ocurrió representar esas multiplicaciones de la forma que vamos a ver a continuación y que se conoce como simbología o expresión potencial.



Si generalizamos el ejemplo anterior diremos:

Siendo **“a”** y “**n**” dos números tal que **a** $\in$ Z ; **n** $\in$ N $\neq$ 0.

Denominamos potencia de **base “a”** y **exponente “n“,** al producto de “**n**“ factores iguales todos al número “**a**”.

Se simboliza por dos números, la **base** y el **exponente**. $a^n = \underbrace{a.a.a.........a.a.a}_{n}$

¿Qué significa que **a** $\in$ Z? Pues que “**a**” podrá ser un número positivo o negativo.

Y, ¿qué significa que **n** $\in$ N? Pues que “**n**“ será un número **siempre positivo** por pertenecer al conjunto de los números Naturales.

Ejemplo de potencias de base entera negativa y exponente natural.

(-**3**).(-**3**).(-**3**).(-**3**)=**81** $\longrightarrow$ **3^4** **potencia positiva.**

(-**3**).(-**3**).(-**3**)= (-**27**) $\longrightarrow$ **$(-3)^3$** **potencia negativa.**

Para nombrar o leer una potencia nombramos primeramente el número de la base, después nombramos el número referente al exponente.

El exponente puede nombrase con el nombre ordinal del número (se dice "elevado a la cuarta, quinta, sexta... potencia") o con el nombre del cardinal (elevado a cuatro, elevado a cinco, a seis…..).

(Reminiscencias históricas del cálculo del área del cuadrado o del volumen del cubo, hacen que cuando **x** está elevado a dos, digamos que está elevado al cuadrado o que cuando está elevada a 3 digamos que está al cubo).

Así diremos 3 elevado a la séptima o tres elevado a siete. Escribiendo: **3^7** =3.3.3.3.3.3.3 = **2.187**

Sabiendo que dicha expresión representa a una multiplicación donde el número 3 se multiplica por sí mismo siete veces. Luego:

Cuando escribimos el cardinal de un número damos por entendido que está elevado a la potencia 1, pero no se suele indicar, aunque en las operaciones con potencias podemos ponerlo si eso nos ayuda al cálculo potencial.

Así sabemos que $5^1 = 5$ ó $31 = 31^1$

<u>Autoevaluación</u>

1) Escribe en forma de producto y calcula las siguientes potencias:

   a) $2^5 =$

   b) $4^4 =$

   c) $3^4 =$

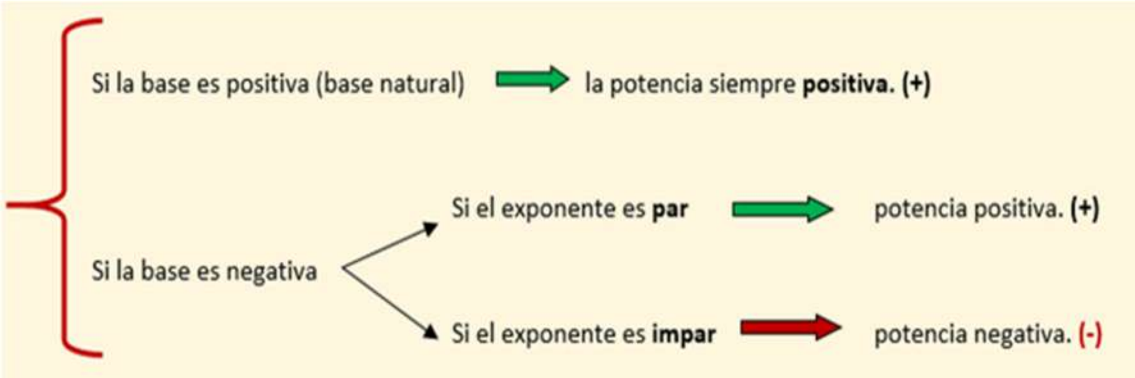
   d) $1^3 =$

2. Signo de la potencia.

Como estamos operando con números enteros, esto significa que el número de la base puede ser positivo o negativo.

Para conocer el signo (positivo o negativo) del número al que representa la potencia deberemos aplicar la regla de los signos (pues una potencia no es más que una forma de expresar la multiplicación de factores repetidos), debemos **fijarnos** primero en la **base** si esta es positiva o **negativa** y en este caso, tendremos que contar el número de factores que operan (se multiplican).

Así, nos surge el siguiente esquema:



Autoevaluación

2) Rellena la siguiente tabla:

Potencia	Base	Exponente	Signo (+/-)	Valor
2^3				
(-3^2)				
$(-2)^3$				
-2^2				

Autoevaluación

3) ¿Por qué hemos dicho que -2^2 vale **- 4**, si la base es positiva y el exponente par?

Y por la regla de los signos **(-)**.(+) será **(-)**

Autoevaluación

4) Resuelve:

a) $-(-2^3) =$

b) $-5^2 =$

c) $-(2)^5 =$

d) $(-3)^4 =$

Autoevaluación

5) Escribe en forma de producto y calcula:

a) $(-3)^4 =$
b) $(-1)^5 =$
c) $(-2)^3 =$
d) $(-2)^6 =$
e) $(-3)^5 =$
f) $(-2)^8 =$

3. Definición de potencia de base fraccionaria y exponente natural.

Cunando nos encontramos multiplicaciones repetidas de números **fraccionarios**, podemos utilizar la simbología de las potencias para expresar dicha multiplicación.

Así:

$$\left(\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\right)=\left(\frac{2}{3}\right)^6 \quad \text{ó} \quad \left(\frac{-2}{5}\right)\cdot\left(\frac{-2}{5}\right)\cdot\left(\frac{-2}{5}\right)=\left(\frac{-2}{5}\right)^6$$

Como la base **fraccionaria** puede ser **positiva** o **negativa** tendremos también que aplicar la regla de los signos vista en el epígrafe anterior para conocer cómo será la potencia, si positiva o negativa.

Si generalizamos el ejemplo anterior diremos:

Siendo **a**/**b** y **"n"** dos números tal que **a**/**b** $\in$ ***Q*** y **n** $\in$ ***N ≠ 0***

Denominamos potencia de base fraccionaria y exponente "**n**", al producto de "n" factores iguales todos a la base **a**/**b**

$$\overbrace{\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdots\cdots\frac{a}{b}}^{n}=\left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Si recordamos como se multiplican las fracciones, (multiplicando los numeradores entre sí y los denominadores de igual forma) la expresión anterior también podríamos ponerla como:

$$\overbrace{\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdots\cdots\frac{a}{b}}^{n}=\frac{a^n}{b^n}$$

Por tanto:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$$

Expresión muy importante pues indica que una potencia de base fraccionaria podemos expresarla como cociente de dos potencias de base entera.

Ejercicio

6) Expresa una potencia fraccionaria como cociente de potencias enteras:

$(-2/3)^3=$

7) Expresa un cociente de potencias enteras como potencia fraccionaria:

$\frac{5^4}{6^4} =$

4. Operaciones con potencias.

4.1. Producto de potencias de la misma base.

El producto de dos potencias de la misma base es otra potencia de la misma base cuyo exponente es la suma de los exponentes de los factores.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Ejemplo:

a) $4^3 . 4^5 = (4.4.4).(4.4.4.4.4) = 4^{3+5} = 4^8$

b) $(-3)^2 . (-3)^3 = (-3)^{2+3} = (-3)^5$

c) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \left(\frac{2}{3}\right)^7 = \frac{2^7}{3^7}$

Autoevaluación:

8) Escribe como producto de potencias:

a) $(2 \cdot 4)^3 =$
b) $(3 \cdot 2)^5 =$
c) $(7 \cdot 2)^2 =$
d) $(10 \cdot 5)^3 =$

9) Escribe en forma de una sola potencia:

a) $3^4 \cdot 3^5 =$

b) $2^5 \cdot 2^2 \cdot 2^2 =$

c) $4^4 \cdot 4^2 \cdot 4 =$

d) $5 \cdot 5^2 =$

10) Escribe en forma de una sola potencia:

a) $2^5 : 2^3 =$

b) $5^{12} : 5^2 =$

c) $10^8 : 10^3 =$

d) $(-10)^5 : (-10)^2 =$

4.2. Potencia de potencia.

Una potencia elevada a otra potencia, es igual a una potencia de la misma base cuyo exponente es igual al producto de los exponentes:

$$(a^m)^n = a^{m.n}$$

Ejemplo:

a) $(4^5)^3 = 4^5.4^5.4^5 = 4^{5+5+5} = 4^{15}$

b) $(5^3)^2 = 5^6$

c) $\left(\left(\frac{3}{5}\right)^2\right)^5 = \left(\frac{3}{5}\right)^{10} = \frac{3^{10}}{5^{10}}$

Autoevaluación:

11) Escribe en forma de una sola potencia:

a) $(3^2)^5 =$

b) $(2^2)^7 =$

c) $(5^2)^3 =$

d) $(2^2)^3 =$

e) $\{(-10)^2\}^3 =$

f) $(3^{-2})^5 =$

4.3. Potencia de un producto.

La potencia de un producto es igual al producto de las potencias de los factores del producto.

$$(a.b)^m = a^m . b^m$$

Ejemplo: Expresa en forma de producto de potencias la siguiente expresión:

$(2.3)^3 = (2.^3).(2.^3).(2.^3) = (2.2.2).(3.3.3) = 2^3.3^3$

Autoevaluación:

12) Expresa en forma de producto de potencias las siguientes expresiones:

a) $(2.5)^6 =$
b) $(3.4)^2 =$
c) $(2.8)^3 =$

4.4. Potencia de un cociente.

La potencia de un cociente es igual al cociente entre la potencia del dividendo y la del divisor.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{5}{7}\right)^3 = \frac{5^3}{7^3}$$

4.5. Cociente de potencias de la misma base.

El cociente de dos potencias de la misma base es otra potencia de la misma base cuyo exponente es la diferencia entre el exponente del dividendo (numerador) y el del divisor (denominador).

$$a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Ejemplo:

a) $\frac{4^5}{4^3} = \frac{\cancel{4}.\cancel{4}.\cancel{4}.4.4}{\cancel{4.4.4}} = 4.4 = 4^{5-3} = 4^2$

b) $5^{-4} : 5^{-3} = 5^{-4-(-3)} = 5^{-1}$

c) $\frac{2^7}{2^3} = 2^{7-3} = 2^4$

Ejercicio:

13) Resuelve las siguientes potencias.

a) $3^5 : 3^3 =$

b) $\frac{5^6}{5^3} =$

4.6. Producto y Cociente de distinta base.

Cuando nos encontramos potencias de distinta base, no podremos agruparlas y procederemos resolviendo cada potencia por separado operando convenientemente.

Ejemplo:

a) $2^3 . 3^2 = 8.9 = 72$

b) $\frac{3^3}{5^2} = \frac{27}{25}$

c) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} . \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 2.\frac{9}{4} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$

Ejercicio:

14) ¿Son potencias de la misma base $(-3)^3$ y $(3)^2$?

5. Potencia con exponente cero.

Partamos del siguiente ejemplo que representa a una fracción donde el numerador es igual al denominador: 125/125

Si nos preguntan cuál es el valor de dicha fracción, no dudaríamos en decir que es uno. *125/125 = 1*

Si factorizamos 125 diríamos que 125=5.5.5= 5^3

$$Por\ tanto:\ \frac{125}{125}=\frac{5^3}{5^3}=1$$

Si recordamos como actuamos cuando tenemos potencias de la misma base diríamos:

$$\frac{125}{125}=\frac{5^3}{5^3}=5^{3-3}=5^0=1$$

Podemos llegar a la siguiente conclusión que podríamos generalizar para cualquier base numérica:

Cualquier potencia elevada al exponente cero será igual a 1.

$$a^0=1$$

Ejemplo:

$$\left(-\frac{2}{5}\right)^0=\frac{(-2)^0}{(5)^0}=\frac{1}{1}=1$$

6. Potencia con exponente negativo.

Para entender qué ocurre cuando estamos con una potencia de exponente negativo debemos recordar los números fraccionarios, en particular, el concepto de inverso de un número.

Si el número **a** decimos que es inverso del número **b**, deberá suceder que **a . b = 1**

Supongamos que **a** fuese el número 7. ¿Cuál será su número inverso?

$$Si\ \ 7.b=1 \Longrightarrow b=\frac{1}{7}$$

Pero sabemos del epígrafe anterior que el número **1** podemos ponerlo como una potencia de exponente cero, por ejemplo 7^0

Luego podríamos decir que:

$$b=\frac{1}{7}=\frac{7^0}{7}$$

Si recordamos ahora como resolvíamos el cociente de potencias de la misma base pondríamos:

$$b = \frac{1}{7} = \frac{7^0}{7^1} = 7^{0-1} = 7^{-1}$$

Y generalizando para cualquier base podríamos sacar la siguiente conclusión:

Cualquier base, elevada a una potencia de **exponente negativo**, será igual a la unidad dividida por la misma potencia pero expresada con exponente positivo y representa la **inversa de un número**.

$$a^{-n} = a^{0-n} = \frac{a^0}{a^n} = \frac{1}{a^n}$$

Luego $\mathbf{a}^{-n}$ es el número inverso de $\mathbf{a}^{n}$

Por tanto el signo del exponente de una potencia, no hace al número ni positivo ni negativo.

- ***Veamos el siguiente desarrollo para una potencia de base fraccionaria y la conclusión que sacamos.***

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{a}{b}\right)^{0-n} = \frac{\left(\frac{a}{b}\right)^0}{\left(\frac{a}{b}\right)^n} = \frac{1}{\left(\frac{a^n}{b^n}\right)} = \frac{b^n}{a^n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Si tenemos una potencia de base fraccionaria elevada a un exponente entero negativo, si invertimos la fracción el exponente cambiará de signo.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Las dos fracciones anteriores **no son inversas,** son equivalentes.

<u>Ejercicio</u>:

15) Expresa las potencias dadas con exponente positivo.

a) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} =$

b) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} =$

7. Potencias de base diez.

Si recordáis nuestro sistema de numeración se denomina decimal pues está basado en las potencias del número diez.

La utilización de las potencias de diez es muy empleada cuando tenemos que hablar de números muy **grandes** o muy **pequeños.**

Así por ejemplo:

- La velocidad de la luz es de 300.000.000 m/s, podemos expresarla de manera más breve y cómoda utilizando la simbología potencial, de potencias de base diez como 3.$\mathbf{10^8}$ m/s.
- La masa del Sol es de 1989100000000000000000000000000000 kg, que evidentemente es más fácil expresar como: 19891.$\mathbf{10^{26}}$
- La longitud de onda de los rayos cósmicos es inferior a 0,000000000000001 metros, y la podemos expresar así:

$$0{,}000000000000001 = \frac{1}{1000000000000000} = \frac{1}{10^{14}} = 1.10^{-14}$$

Para facilitar aún más la escritura de los cardinales numéricos, a algunas potencias de diez se les asigna una letra específica que en el tema sobre unidades de medida nos servirán para escribir los múltiplos y submúltiplos de cualquier unidad de medida.

Equivalencia en simbología potencial $\mathbf{10^n}$	**Prefijo**	**Símbolo**	**Unidades equivalentes.**
10^{24}		Y	Cuatrillón
$\mathbf{10^{21}}$		Z	Mil trillones
10^{18}		E	Trillón
10^{15}		P	Mil billones
10^{12}		T	Billón
10^{9}		G	Mil millones / Millardo
10^{6}		M	Millón
10^{3}	kilo	k	Mil / Millar
10^{2}	hecto	h	Cien / Centena

10^{1}	deca	da	Diez / Decena	
10^{0}	*ninguno*		Uno / Unidad	
10^{-1}	deci	d	Décimo	
10^{-2}	centi	c	Centésimo	
10^{-3}	mili	m	Milésimo	
10^{-6}	micro	µ		
10^{-9}	nano	n	Milmillonésimo	
10^{-12}	pico	p	Billonésimo	
10^{-15}	femto	f	Milbillonésimo	
10^{-18}	atto	a	Trillonésimo	
10^{-21}	zepto	z	**Sextillonésimo**	Miltrillonésimo
10^{-24}	yocto	y	Septillonésimo	Cuatrillonésimo

Ejercicio:

16) Expresa la resolución del microscopio fotónico y electrónico en potencias de base diez de la unidad patrón de medida de longitudes (metro).

a) Microscopio fotónico resolución: 0,2 µm. =

b) Microscopio electrónico resolución: 0,2 nm =

8. Actividades sobre potencias.

17) Escribe en forma de una sola potencia:

a) $3^4 \cdot 3^5 = 3^9$

b) $2^5 \cdot 2^2 \cdot 2^2 = 2^9$

c) $4^4 \cdot 4^2 \cdot 4 = 4^7$

d) $5 \cdot 5^2 = 5^3$

18) Escribe en forma de una sola potencia:

a) $2^5 : 2^3 =$

b) $5^{12} :5^2 =$

c) $10^8 : 10^3 =$

d) $(-10)^5 : (-10)^2 =$

19) Calcula el valor de las siguientes potencias:

a) $(-3)^4 =$

b) $(-1)^5 =$

c) $(-2)^3 =$

d) $(-2)^6 =$

e) $(-3)^5 =$

f) $(-2)^8 =$

20) Escribe como producto de potencias:

a) $(2 \cdot 4)^3 =$

b) $(3 \cdot 2)^5 =$

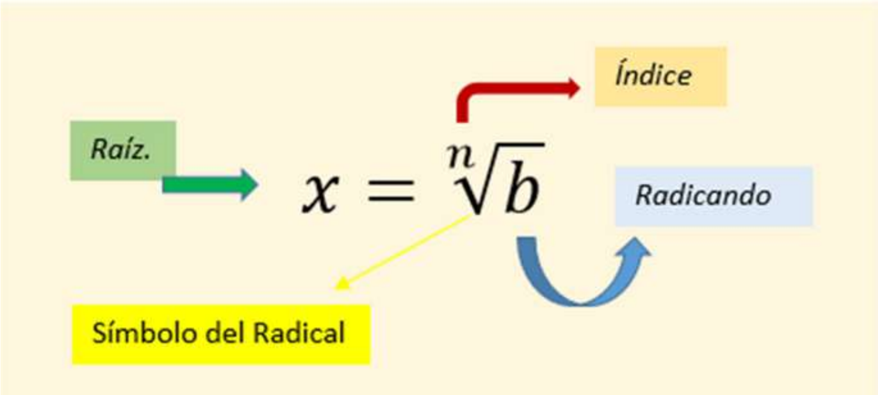
c) $(7 \cdot 2)^2 =$

d) $(10 \cdot 5)^3=$

9. Para saber más.

Las potencias con exponente fraccionario las vamos a conocer con el nombre de raíces y a la forma de expresarlas les vamos a llamar radicales.

Llamamos raíz n-ésima de un número real "**b**", a otro número real **"x"** si existe, tal que este número elevado a la potencia n-esíma nos da el número **"b"**.



Si **X** raíz n-ésima de **b** entonces $\mathbf{x^n=b}$

Es importante precisar que **no todos los números poseen raíces**, por ejemplo, la raíz cuadrada de (**- 4)** no existe, pues el cuadrado de cualquier número, sea positivo o negativo, siempre es positivo.

Por la misma razón no existe *la raíz* de índice par de ningún número negativo.

Como analizamos en el epígrafe anterior, si decimos que **X** es la raíz n-ésima del número **b**, podríamos expresarlo en simbología potencial como:

$$x = b^{\frac{1}{n}}$$

$$por\ ejemplo\ \sqrt{8} = (8)^{\frac{1}{2}} = (2^3)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{3}{2}}$$

Para saber más:

En los siguientes enlaces puedes profundizar y practicar ejercicios de potencias:

http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/Potencias_y_raices/index.htm

http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/potencia/index.htm

http://www.rena.edu.ve/TerceraEtapa/Matematica/TEMA2/potenciacionN.html

10. Autoevaluación.

21) Si "**n**" es un número entero, señala en cada caso cuál es la solución que corresponde a la siguiente expresión: $\mathbf{n^6.n^3.n =}$

a) n^8

b) n^{10}

c) n^9

22) Si **"n"** es un número entero, señala en cada caso cuál es la solución que corresponde a la siguiente expresión: $\mathbf{(n^3)^5}$ =

a) n^3

b) n^{15}

c) n^8

23) Señala cuál es la solución que corresponde a la siguiente expresión: $\mathbf{-\ 3^4}$

a) -81

b) 81

c) -12

24) Cuál es el inverso del número $\mathbf{6^{-3}}$

a) -6^3

b) $1 / 6^{-3}$

c) $1 / 6^3$

25) ¿Cómo expresarías en forma de potencia el siguiente número: 0,000000000007?

a) $7 \cdot 10^{-12}$

b) $7 \cdot 10^{-13}$

c) $7 \cdot 10^{-11}$

26) La potencia 10^{-6} puede expresarse mediante una letra griega. Cuál es dicha letra y el nombre de la potencia que representa.

a) **β**, mu, micro

b) Ω, alfa, micro

c) **μ**, mu, micro

27) El cociente de estos dos números $3^{-2} : 3^{2}$ es.

a) 1
b) 3^{-4}
c) 3^{4}

28) Operando la siguiente expresión ($3^{-2} : 3^{2}$) resulta:

a) 1
b) 3^{-4}
c) 3^{4}

29) El resultado de esta operación $(-2/3)^{3}.(2/3)^{5}$ = es:

a) $(2/3)^{8}$=
b) $(-2/3)^{8}$
c) $-(2/3)^{8}$

30) El resultado de la siguiente operación ($2^{3} + 2^{5}$ =) es:

a) 2^{8}
b) $2^{3}.5$
c) 64

1) Escribe en forma de producto y calcula las siguientes potencias:

a) 2^5 = 2x2x2x2x2 = 32

b) 4^4 = 4x4x4x4 = 256

c) 3^4 = 3x3x3x3 = 81

d) 1^3 = 1x1x1 = 1

2) Rellena la siguiente tabla:

Potencia	**Base**	**Exponente**	**Signo (+/-)**	**Valor**
2^3	2	3	+	8
(-3^2)	-3	2	+	9
$(-2)^3$	-2	3	-	-8
-2^2	2	2	-	-4

3) ¿Por qué hemos dicho que -2^2 vale - 4, si la base es positiva y el exponente par?

Esta situación es fácil de confundir en el cálculo por ello debemos fijarnos que el signo de la potencia **no está afectado** por el exponente.

También debemos saber que esta expresión representa el **producto de dos números**, uno de los cuales no aparece, están implícito en la operación, si lo afloramos podríamos poner que:

$$-2^2 = (-1).2^2 = (-1).4 = -4$$

No aparece el 1 pues representa al elemento neutro de la operación de multiplicar. Pero si su signo, por ser entero negativo.

Y por la regla de los signos **(-)**.(+) será **(-)**

4) Resuelve:

a) $-(-2^3) = (-1).((-1).2^3)=2^3= 8$

b) $-5^2 = (-1).5^2 =25$

c) $-(2)^5 = (-1).2^5= 32$

d) $(-3)^4 = (-3).(-3).(-3).(-3)= 81$

5) Escribe en forma de producto y calcula:

a) $(-3)^4$ = -3 x -3 x -3 x -3 = 81

b) $(-1)^5$ = -1 x -1 x -1 x -1 x -1 = -1

c) $(-2)^3$ = -2 x -2 x -2 = -8

d) $(-2)^6$ = -2 x –2 x -2 x -2 x -2 x -2 = 64

e) $(-3)^5$ = -3 x -3 x -3 x -3 x -3 = -243

f) $(-2)^8$ = -2 x -2 x -2 x -2 x -2 x -2 x -2 x -2 = -256

6) Expresa una potencia fraccionaria como cociente de potencias enteras:

$(-2/3)^3 =$ $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{(-2)^3}{(3)^3} = -\frac{2^3}{3^3} = -\frac{8}{27}$

7) Expresa un cociente de potencias enteras como potencia fraccionaria:

$\frac{5^4}{6^4}$ **=** $\frac{5^4}{6^4} = \left(\frac{5}{6}\right)^4$

8) Escribe como producto de potencias:

a) $(2 \cdot 4)^3 = 2^3 \times 4^3$
b) $(3 \cdot 2)^5 = 3^5 \times 2^5$
c) $(7 \cdot 2)^2 = 7^2 \times 2^2$
d) $(10 \cdot 5)^3 = 10^3 \times 5^3$

9) Escribe en forma de una sola potencia:

a) $3^4 \cdot 3^5 = 3^9$
b) $2^5 \cdot 2^2 \cdot 2^2 = 2^9$
c) $4^4 \cdot 4^2 \cdot 4 = 4^7$
d) $5 \cdot 5^2 = 5^3$

10) Escribe en forma de una sola potencia:

a) $2^5 : 2^3 = 2^2$
b) $5^{12} : 5^2 = 5^{10}$
c) $10^8 : 10^3 = 10^5$
d) $(-10)^5 : (-10)^2 = (10)^3$

11) Escribe en forma de una sola potencia:

a) $(3^2)^5 = 3^{10}$
b) $(2^2)^7 = 2^{14}$
c) $(5^2)^3 = 5^6$
d) $(2^2)^3 = 2^6$
e) $\{(-10)^2\}^3 = (-10)^6$
f) $(3^{-2})^5 = 3^{-10}$

12) Expresa en forma de producto de potencias las siguientes expresiones:

a) $(2.5)^6 = 2^6 \, . \, 5^6$

b) $(3.4)^2 = 3^2 \, . \, 4^2$

c) $(2.8)^3 = 2^3 \, . \, (2^3)^3 = 2^{12}$

13) Resuelve las siguientes potencias.

$a)\ 3^5 : 3^4 = 3^{5-3} = 3$

$b)\ \frac{5^6}{5^3} = 5^{6-3} = 5^3$

14) ¿Son potencias de la misma base $(-3)^3$ y $(3)^2$?

Si has respondido NO, has acertado y además recuerdas bien el tema sobre los números.

Pues efectivamente **(-3)** es un número **Entero** y **(3)** es un número **Natural**.

Podríamos proceder del siguiente modo:

$(-3)^3 \, . \, (3)^2 = ((-1).(3))^3.(3)^2 = (-1)^3.(3)^3.(3)^2 = (-1)^3.(3)^5 = -\,(3)^5$

15) Expresa las potencias dadas con exponente positivo.

$a)\ \left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(-\frac{3}{2}\right)^3$

$b)\ \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = 5^2$

16) Expresa la resolución del microscopio fotónico y electrónico en potencias de base diez de la unidad patrón de medida de longitudes (metro).

a) Microscopio fotónico resolución: 0,2 µm. = 10^{-6}

El prefijo µ equivale a una potencia de base 10 de valor: 10^{-6}

b) Microscopio electrónico resolución: 0,2 nm = 10^{-9}

El prefijo n equivale a una potencia de base 10 de valor: 10^{-9}

17) Escribe en forma de una sola potencia:

a) $3^4 \cdot 3^5 = 3^9$

b) $2^5 \cdot 2^2 \cdot 2^2 = 2^9$

c) $4^4 \cdot 4^2 \cdot 4 = 4^7$

d) $5 \cdot 5^2 = 5^3$

18) Escribe en forma de una sola potencia:

a) $2^5 : 2^3 = 2^2$

b) $5^{12} :5^2 = 5^{10}$

c) $10^8 : 10^3 = 10^5$

d) $(-10)^5 : (-10)^2 = (-10)^3$

19) Calcula el valor de las siguientes potencias:

a) $(-3)^4 = 81$

b) $(-1)^5 = -1$

c) $(-2)^3 = -8$

d) $(-2)^6 = 64$

e) $(-3)^5 = -243$

f) $(-2)^8 = 256$

20) Escribe como producto de potencias:

a) $(2 \cdot 4)^3 = 2^3 \text{ x } (2^2)^3 = 2^9 = 512$

b) $(3 \cdot 2)^5 = 3^5 \text{ x } 2^5 = 7776$

c) $(7 \cdot 2)^2 = 7^2 \text{ x } 2^2 = 196$

d) $(10 \cdot 5)^3 = 10^3 \text{ x } 5^3 = 125000$

21) Si “n” es un número entero, señala en cada caso cuál es la solución que corresponde a la siguiente expresión: $\mathbf{n^6.n^3.n =}$

a) n^8

X b) n^{10}

c) n^9

22) Si “n” es un número entero, señala en cada caso cuál es la solución que corresponde a la siguiente expresión: $(n^3)^5 =$

a) n^3

X b) n^{15}

c) n^8

23) Señala cuál es la solución que corresponde a la siguiente expresión: $- 3^4$

X a) -81

b) 81

c) -12

24) Cuál es el inverso del número 6^{-3}

a) -6^3

b) $1 / 6^{-3}$

X c) $1 / 6^3$

25) ¿Cómo expresarías en forma de potencia el siguiente número: 0,000000000007?

X a) $7 \cdot 10^{-12}$

b) $7 \cdot 10^{-13}$

c) $7 \cdot 10^{-11}$

26) La potencia 10^{-6} puede expresarse mediante una letra griega. Cuál es dicha letra y el nombre de la potencia que representa.

a) **β**, mu, micro

b) Ω, alfa, micro

X c) **μ**, mu, micro

27) El cociente de estos dos números $3^{-2} : 3^2$ es.

a) 1

X b) 3^{-4}

c) 3^4

28) Operando la siguiente expresión $(3^{-2} : 3^2)$ resulta:

a) 1

X b) 3^{-4}

c) 3^4

29) El resultado de esta operación $(-2/3)^3.(2/3)^5$ = es:

a) $(2/3)^8$

b) $(-2/3)^8$

X c) $- (2/3)^8$

30) El resultado de la siguiente operación ($2^3 + 2^5 =$) es:

a) 2^8

X b) $2^3.5$

c) 64

Soluciones de los ejercicios propuestos

Apartado 1. Actividad 1

2^5= 2·2·2·2·2 = 32

4^4= 4·4·4·4 = 256

3^4= 3·3·3·3 = 81

7^3= 7·7·7 = 343

Apartado 1. Actividad 2

a) 2^5 = 32

b) 4^4 = 256

c) 3^4 = 81

d) 7^3 = 343

Apartado 2. Actividad 1

Esta situación es fácil de confundir en el cálculo por ello debemos fijarnos que el signo de la potencia **no está afectado** por el exponente.

También debemos saber que esta expresión representa el **producto de dos números**, uno de los cuales no aparece, están implícito en la operación, si lo afloramos podríamos poner que:

$$-2^2 = (-1).2^2 = (-1).4 = -4$$

No aparece el 1 pues representa al elemento neutro de la operación de multiplicar. Pero si su signo, por ser entero negativo.

Y por la regla de los signos **(-)**.(+) será **(-)**

Apartado 2. Actividad 2

a) $-(-2^3)=(-1)\cdot((-1)\cdot 2^3)=2^3= 8$

b) $-5^2= (-1)\cdot 5^2 =25$

c) $-(2)^5=(-1)\cdot 2^5= 32$

d) $(-3)^4= (-3)\cdot(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)= 81$

Apartado 2. Actividad 3

a) $(-3)^4$ = 81

b) $(-1)^5$ = -1

c) $(-2)^3$ = -8

d) $(-2)^6$ = 64

e) $(-3)^5$ = -243

f) $(-2)^8$ = -256

Apartado 3. Actividad 1

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{(-2)^3}{(3)^3} = -\frac{2^3}{3^3} = -\frac{8}{27}$$

Apartado 3. Actividad 2

$$\frac{5^4}{6^4} = \left(\frac{5}{6}\right)^4$$

Apartado 4.1. Actividad 1

a) $(2 \cdot 4)^3 =$ 512

b) $(3 \cdot 2)^5 =$ 7776

c) $(7 \cdot 2)^2 =$ 196

d) $(10 \cdot 5)^3=$ 125000

Apartado 4.1. Actividad 2

a) $3^4 \cdot 3^5 =$ 39

b) $2^5 \cdot 2^2 \cdot 2^2 =$ 29

c) $4^4 \cdot 4^2 \cdot 4 =$ 47

d) $5 \cdot 5^2 =$ 53

Apartado 4.1. Actividad 3

a) $2^5 : 2^3 =$ 22

b) $5^{12} :5^2 =$ 510

c) $10^8 : 10^3 =$ 105

d) $(-10)^5 : (-10)^2 =$ (-10)3

Apartado 4.2. Actividad 1

a) $(3^2)^5 =$ 3 ; Exponente = 10

b) $(2^2)^7 =$ 2 ; Exponente = 14

c) $(5^2)^3 =$ 5 ; Exponente = 6

d) $(2^2)^3 =$ 2 ; Exponente = 6

e) $\{(-10)^2\}^3 =$ (-10) ; Exponente = 6

f) $(3^{-2})^5 =$ 3 ; Exponente = (-10)

Apartado 4.3. Actividad 1

$(2.5)^6 = 2^6.5^6$

$b)(3.4)^2 = 3^2.4^2 = 3^2.(2^2)^2 = 3^2.2^4$

$c)(2.8)^3 = 2^3.8^3 = 2^3.(2^3)^3 = 2^3.2^9 = 2^{12}$

Apartado 4.5. Actividad 1

$a)\ 3^5{:}3^4 = 3^{5-3} = 3$

$b)\ \frac{5^6}{5^3} = 5^{6-3} = 5^3$

Apartado 4.6. Actividad 1

Si has respondido NO, has acertado y además recuerdas bien el tema sobre los números.

Pues efectivamente **(-3)** es un número **Entero** y **(3)** es un número **Natural**.

Podríamos proceder del siguiente modo:

$(-3)^3 \,.\, (3)^2 = ((-1).(3))^3.(3)^2 = (-1)^3.(3)^3.(3)^2 = (-1)^3.(3)^5 = -\ (3)^5$

Apartado 6. Actividad 1

$a)\ \left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(-\frac{3}{2}\right)^3$

$b)\ \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = 5^2$

Apartado 7. Actividad 1

Expresa la resolución del microscopio fotónico y electrónico en potencias de base diez de la unidad patrón de medida de longitudes (metro).

a) Microscopio fotónico resolución: 0,2 µm. = <u>0,2· 10(-6)</u> = <u>2·10-7</u>

b) Microscopio electrónico resolución: 0,2 nm = <u>0,2·10-9</u> = <u>2·10-10</u>

Apartado 8. Actividad 1

a) $3^4 \cdot 3^5 =$ <u>39</u>

b) $2^5 \cdot 2^2 \cdot 2^2 =$ <u>29</u>

c) $4^4 \cdot 4^2 \cdot 4 =$ <u>47</u>

d) $5 \cdot 5^2 =$ <u>53</u>

Apartado 8. Actividad 2

a) $2^5 : 2^3 =$ 22

b) $5^{12} : 5^2 =$ 510

c) $10^8 : 10^3 =$ 105

d) $(-10)^5 : (-10)^2 =$ (-10)3

Apartado 8. Actividad 3

a) $(-3)^4 =$ 81

b) $(-1)^5 =$ -1

c) $(-2)^3 =$ -8

d) $(-2)^6 =$ 64

e) $(-3)^5 =$ -243

f) $(-2)^8 =$ -256

Apartado 8. Actividad 4

a) $(2 \cdot 4)^3 =$ 512

b) $(3 \cdot 2)^5 =$ 7776

c) $(7 \cdot 2)^2 =$ 196

d) $(10 \cdot 5)^3 =$ 125000

Apartado 10. Actividad 1

n^{10}

Apartado 10. Actividad 2

n^{15}

Apartado 10. Actividad 3

-81

Apartado 10. Actividad 4

$1/6^{-3}$

Apartado 10. Actividad 5

$7 \cdot 10^{-12}$

Apartado 10. Actividad 6

µ, mu, micro

Apartado 10. Actividad 7

3^{-4}

Apartado 10. Actividad 8

3^{-4}

Apartado 10. Actividad 9

$-\ (2/3)^{8}$

Apartado 10. Actividad 10

$2^{3}\cdot 5$

Bloque 4. Tema 2.

Algebra II. Ecuaciones de primer grado.

ÍNDICE

Introducción.

Ya sabemos que una **expresión algebraica** es aquella en la que se utilizan letras, números y signos de operaciones para reflejar, de forma generalizada, la relación que existe entre varias magnitudes y poder así realizar un cálculo de esa relación en función de los valores que tomen las diferentes magnitudes. Observa los siguientes ejemplos de expresiones algebraicas:

Diferencia de dos números: **$a - b$**

Doble de un número menos triple de otro: **$2x - 3y$**

Suma de varias potencias de un número: **$x^4 + x^3 + x^2 + x$**

Actividad 1

Ten en cuenta que una expresión algebraica es como una máquina de fabricar valores. Para cada número que se introduce, "fabrica" un valor numérico diferente. Por lo tanto el **valor numérico** depende del valor que asignemos a las letras en cada momento.

¿Cuál será el valor numérico de la expresión algebraica siguiente cuando le asignamos a la x los valores 10 y -2?

$$2x^2 + 6x + 21$$

Actividad 2

Calcula el valor numérico de la siguiente expresión algebraica para los valores de las letras que se indican:

$x^2 - 4x + 2$ para $x = -1$

Recuerda la importancia de poner paréntesis al sustituir para no cometer errores

Actividad 3

Calcula el valor numérico de la siguiente expresión algebraica para los valores de las letras que se indican:

$-3x^2 + xy - 2y$ para $x = -1$, $y = 3$

Recuerda la importancia de poner paréntesis al sustituir para no cometer errores

1) Ecuaciones de primer grado.

Recuerda que no siempre se conoce el valor de todos los elementos de una igualdad. Cuando eso ocurre se nos origina una **ecuación**, que es una igualdad con números y letras que expresa una condición que deben cumplir esas letras para ser cierta. A las letras que aparecen en la ecuación se les llama **incógnitas.**

Las ecuaciones con una sola letra con exponente 1 se conocen como ecuaciones de primer grado.

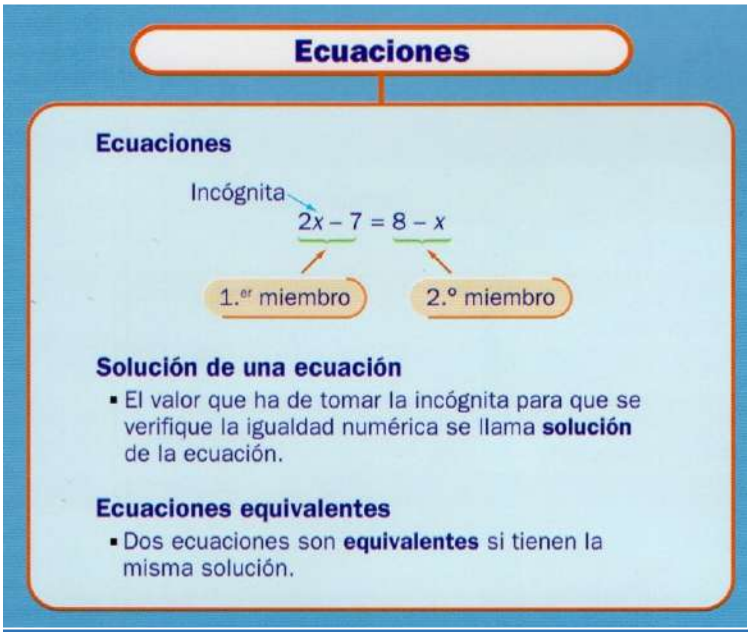


Imagen nº 1: Elementos ecuaciones

1.1. Pasos para resolver una ecuación de primer grado

1- Eliminación de denominadores:

Si existen denominadores se eliminarán aplicando el procedimiento del mínimo común múltiplo (m.c.m). Es decir, se halla el mínimo común múltiplo de todos los denominadores y éste se divide entre cada denominador antiguo, multiplicando después ese resultado por su respectivo numerador.

$$\frac{x}{4}+\frac{5}{2}-\frac{x}{6}=5$$

Calculamos el m.c.m de los denominadores (2, 4 y 6), cuyo valor es 12. Ahora multiplicamos todos los numeradores por el m.c.m.

$$\frac{12x}{4}+\frac{12*5}{2}-\frac{12x}{6}=12*5$$

A continuación quitamos los denominadores realizando las divisiones:

$$3x+30-2x=60$$

Una vez eliminados los denominadores, se continúa con los siguientes pasos.

2- Eliminación de paréntesis:

Si existen paréntesis se opera para eliminarlos, teniendo buen cuidado de ir multiplicando los signos correspondientes. Para ello hay que tener en cuenta las reglas de los signos para la multiplicación:

(+)·(+) = (+)

(-) ·(-) = (+)

(+)·(-) = (+)

(-) ·(+) = (-)

Ejemplo:

$$9(x-5)-1(x-5)=4(x-1)$$

$$9x-45-x+5=4x-4$$

3- Trasposición de términos:

Se adopta el criterio de dejar en un miembro los términos que posean la incógnita y se pasan al otro miembro los demás. La transposición de términos se rige por:

- <u>Regla de la suma</u>: si se suma o se resta a los dos miembros de una ecuación el mismo número, se obtiene una ecuación equivalente.

Esta regla de la suma se entiende más fácilmente diciendo "lo que está en un miembro sumando, pasa al otro miembro restando y viceversa".

- <u>Regla del producto</u>: si se multiplica o divide los dos miembros de una ecuación por un mismo número distinto de cero, se obtiene una ecuación equivalente.

Al igual que antes, la regla del producto se aplica directamente al decir "lo que está en un miembro multiplicando, pasa al otro miembro dividiendo y viceversa"

Si continuamos con el ejemplo anterior:

$$9x - 45 - x + 5 = 4x - 4$$

Agrupo los términos con x en el primer miembro y los términos independientes (sin x) en el segundo:

$$9x-x-4x=45-5-4$$

4- Simplificamos:

Reduzco términos semejantes haciendo las operaciones con los términos:

$$8x-4x=40-4$$

$$4x=36$$

5- Despejamos la incognita:

Como el 4 está multiplicando a x, pasa al otro miembro dividiendo:

$$x = \frac{36}{4} = 9$$

Ejemplos de resolución de ecuaciones:

a) 3x - 4 = 24 - x

Agrupo las x en el primer miembro y los números en el segundo:

$$3x+x=24+4$$

Reduzco los términos y despejo la incógnita:

$$4x=28$$

$$\boldsymbol{x = \frac{28}{4} = 7}$$

b) 3 * (x-7) = 5 * (x-1) - 4x

Primero eliminamos paréntesis:

$$3x-21=5x-5-4x$$

Agrupamos las x en el primer miembro y los números en el segundo:

$$3x-5x+4x=21-5$$

Reduzco términos y despejo la incógnita:

$$2x=16$$

$$\boldsymbol{x = \frac{16}{2} = 8}$$

c) $\frac{7+x}{3} = -\frac{x-2}{6}$

Primero hallamos el m.c.m. de los denominadores (6,3) = 6

Ahora multiplicamos los numeradores por el valor del m.c.m., poniendo paréntesis si es necesario y teniendo cuidado con los signos:

$$\frac{6*(7+x)}{3} = -\frac{6*(x-2))}{6}$$

Quitamos los paréntesis y realizamos la división, eliminando así los denominadores:

$$\frac{42+6x}{3} = -\frac{6x-12}{6}$$

$$14+2x=-x+2$$

Ahora agrupamos y despejamos la incógnita:

$$2x+x=-14+2$$

$$3x=-12$$

$$x = -\frac{12}{3} = -4$$

1.2. El Lenguaje algebraico

La parte realmente práctica de todos los contenidos estudiados hasta ahora, consiste en traducir problemas de la vida cotidiana a un lenguaje matemático para poder resolverlos. En general llamamos incógnita a la cantidad que desconocemos y que es objeto de cálculo y la identificamos habitualmente con la letra "x" (aunque puede utilizarse cualquier letra).

Ejemplos:

El doble de un número: 2x

La mitad de un número: $\frac{a}{2}$

El doble de un número más ese mismo número: 2x + x

El triple de un número menos la cuarta parte de otro número: $3x-\frac{y}{4}$

Actividad 4

Expresa en lenguaje algebraico las siguientes expresiones. El cuadrado de un número.

a. El cuadrado de un número.
b. El cubo de un número más el doble del mismo número.
c. Un número par.
d. Un número impar.
e. Dos números enteros consecutivos.

1.3. Resolución de problemas mediante ecuaciones

Para resolver problemas mediante ecuaciones es conveniente seguir los siguientes pasos:

1- Leemos el enunciado con atención.

2- Expresamos la información en lenguaje algebraico.

3- Planteamos la ecuación.

4- Resolvemos la ecuación.

5- Comprobamos el resultado.

Ejemplo resuelto: Pedro tiene 14 años, y su hermana Ana 2. ¿Cuántos años deben de transcurrir para que la edad de Pedro sea el triple que la de su hermana Ana?

- Leemos el problema con atención e interpretamos la información.
- Expresamos la información en lenguaje algebraico:

Años que tienen que pasar: x

Edad de Pedro dentro de x años: $14 + x$

Edad de Ana dentro de x años: $2 + x$

- Planteamos la ecuación:

$14 + x = 3\,(2 + x)$

- Resolvemos la ecuación:

$14 + x = 6 + 3x \Rightarrow 14 - 6 = 3x - x \Rightarrow 8 = 2x \Rightarrow x = 4$

- Comprobamos que el resultado sea correcto:

$14 + 4 = 3(2 + 4) \Rightarrow 18 = 3(6) \Rightarrow 18 = 18$

2. Identidades notables

Denominamos **Identidades o igualdades notables** a diversas expresiones algebraicas que aparecen con frecuencia en el álgebra. El conocimiento de estas expresiones nos permitirá resolver diversos problemas de una forma mucho más rápida y eficaz.

De entre todas las igualdades notables destacamos tres: Cuadrado de la suma, cuadrado de la diferencia y suma por diferencia.

2.1. Cuadrado de la suma

El **cuadrado de la suma** de dos monomios a y b, es igual al cuadrado del primero, más el doble del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo monomio.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

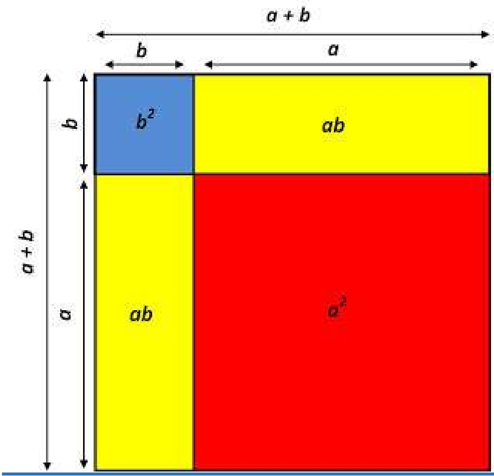


Imagen nº 2: Cuadrado de la suma. Autor:Almudena Casares
Fuente: Matemáticas Almudena http://matematicas-almudena.blogspot.com.es/
Licencia: Desconocida

2.2. Cuadrado de la diferencia

El **cuadrado de la diferencia** de dos monomios a y b, es igual al cuadrado del primero, menos el doble del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo.

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

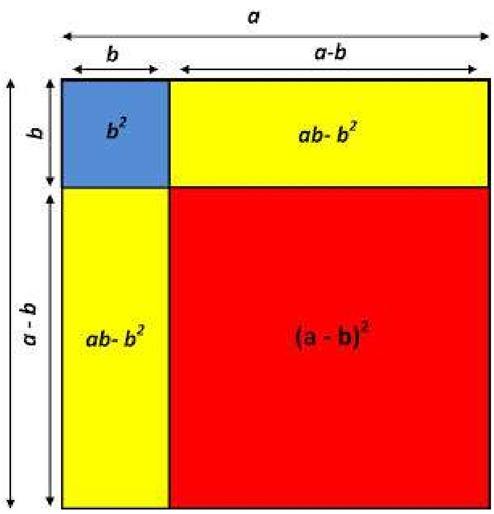


Imagen nº 3. Autor: Almudena Casares
Fuente: Matemáticas Almudena http://xn--matemticas-almudena-uub.blogspot.com.es/
Licencia: Desconocida

2.3. Suma por diferencia

La **suma de un monomio por su diferencia** es igual al cuadrado del primer monomio menos el cuadrado del segundo.

$$(a+b)\cdot(a-b)=a^2-b^2$$

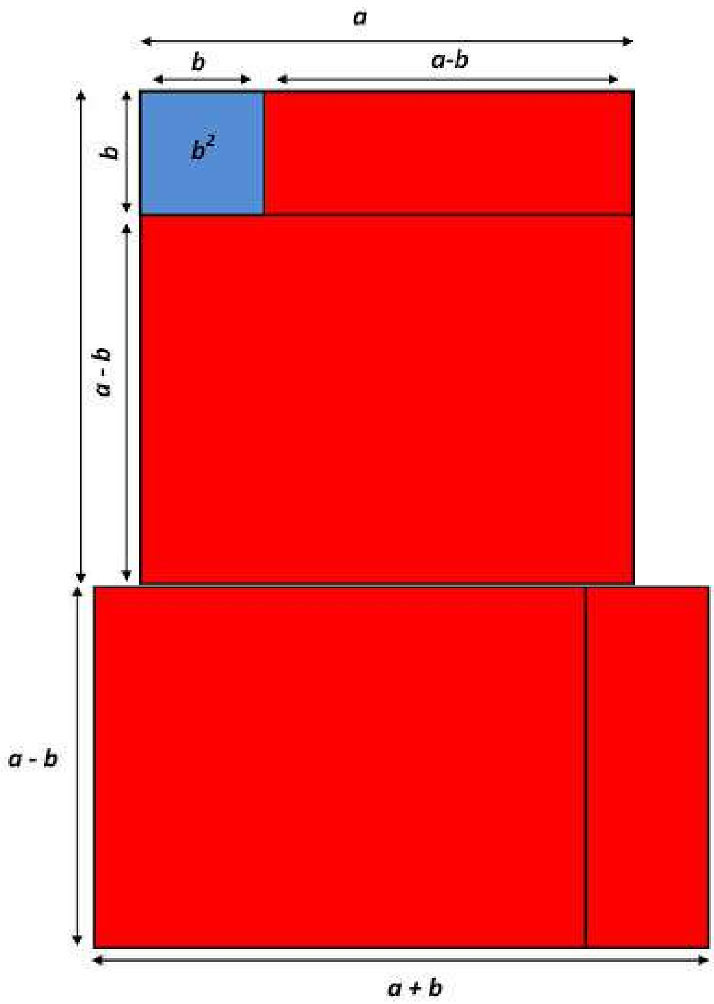


Imagen 4 y 5. Autor: Almudena Casares
Fuente: Matemáticas Almudena http://matematicas-almudena.blogspot.com.es/
Licencia: desconocida

Actividad 5

Desarrolla las siguientes identidades notables y compruébalas:

a. $(x + 1)^2$

b. $(-2 + y)^2$

c. $(1 - p)\cdot(1 + p)$

3. Representación gráfica

Una tabla es una representación de datos, mediante parejas de valores ordenados, que expresan la relación existente entre dos magnitudes o dos situaciones cualesquiera.

Por ejemplo, la siguiente tabla nos muestra el nivel de agua en un recipiente bajo un grifo que gotea con el paso del tiempo:

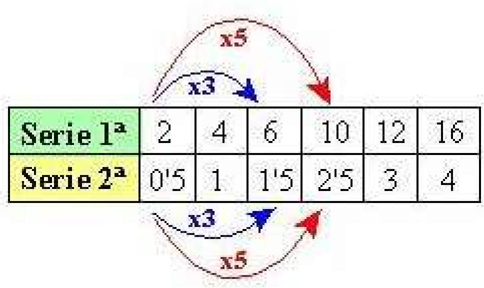
Tiempo (minutos)	**0**	**15**	**30**	**45**	**60**
Nivel de agua (cm)	**0**	**10**	**14**	**17**	**19**

La siguiente tabla nos indica el dinero a pagar por los alumnos que desean ira a una excursión dependiendo del número de alumnos que se apunten al viaje:

Nº alumnos	**5**	**10**	**20**	**40**	**50**
Euros	**80**	**40**	**20**	**10**	**8**

Si nos fijamos bien, las tablas pueden ser aleatorias o mantener una relación de proporcionalidad, pero ¿cómo reconocer una proporcionalidad directa con tablas?

La siguiente tabla es de proporcionalidad directa



Serie 1ª	2	4	6	10	12	16
Serie 2ª	0'5	1	1'5	2'5	3	4

Imagen nº 6. Proporcionalidad directa. Fuente: Elaboración propia

Observa que al multiplicar un valor de la 1ª serie por un número, el valor de la 2ª serie queda multiplicado por dicho número (o al revés).

3.1. Ejes de coordenadas cartesianas

Podemos representar las tablas de valores como pares de números, utilizando para ello los ejes de coordenadas cartesianas.

Los ejes coordenadas cartesianas están formadas por dos rectas reales que se cortan en un punto. El eje horizontal se llama **eje de abscisas** o también **eje x**, y el vertical se llama **eje de ordenadas** o **eje y**. El punto donde se cortan los ejes es el **origen de coordenadas**.

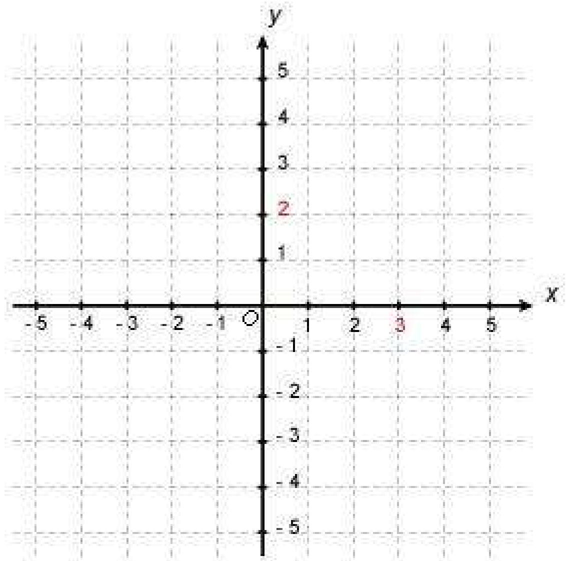


Figura 1

Imagen nº 7. Autor: Desconocido

Fuente: [Tareasfacil](http://tareasfacil.info/) http://tareasfacil.info/

Licencia: desconocida

En el **eje de abscisas** o eje x:

- Los puntos situados a la derecha del 0 son POSITIVOS.
- Los puntos situados a la izquierda del 0 son NEGATIVOS.

En el **eje de ordenadas** o eje y:

- Los puntos situados por encima del 0 son POSITIVOS.
- Los puntos situados por debajo del 0 son NEGATIVOS.

3.2. Representación en un sistema de ejes de coordenadas

Con este sistema de referencia, cada punto del plano puede “nombrarse” mediante dos números, que suelen escribirse entre paréntesis y separados por una coma y se llama **coordenada del punto A (x, y)**. El primero de esos números corresponde a la distancia del punto hasta el eje de ordenadas, medida a lo largo del eje de abscisas o eje x; el segundo corresponde a la distancia desde el punto al eje de abscisas medido a lo largo del eje de ordenadas o eje y.

El plano queda dividido por los ejes de coordenadas en cuatro cuadrantes, de forma que cualquier punto ubicado en dichos cuadrantes cumplen una propiedad de signos de la siguiente forma:

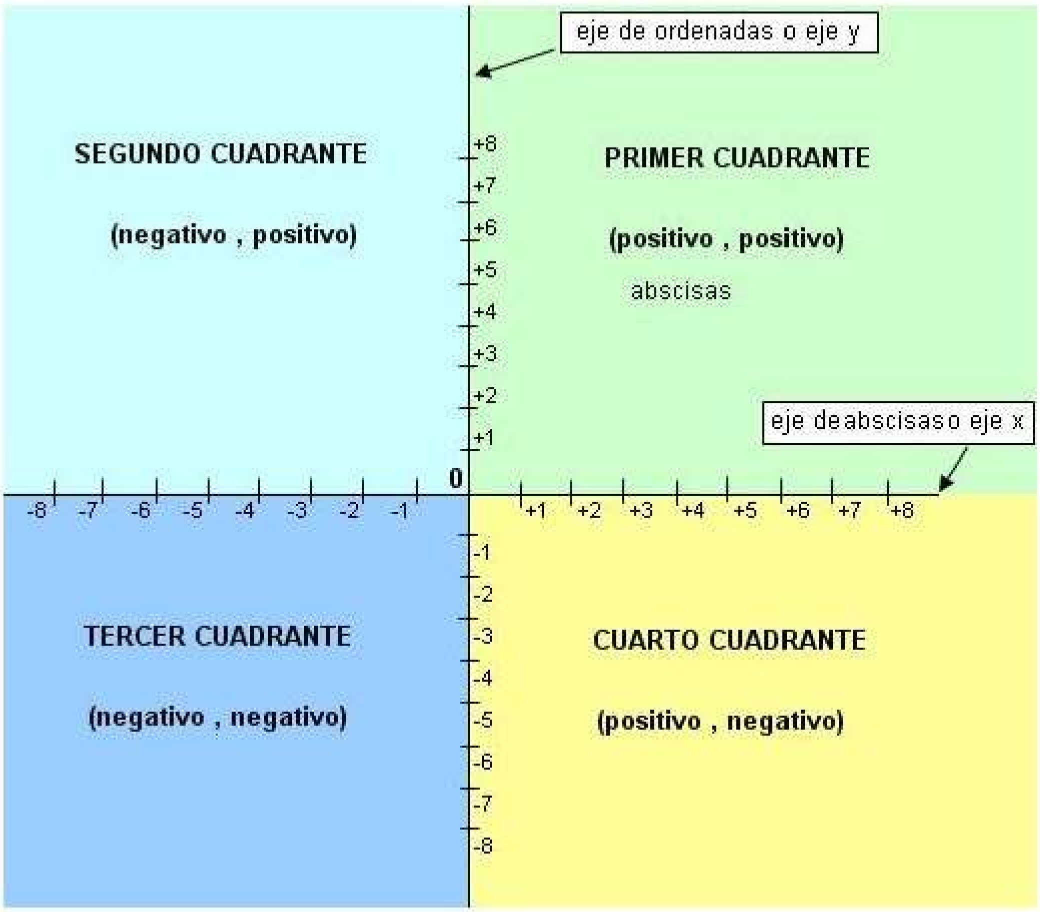


Imagen nº 8. Fuente: Elaboración propia

Para representar cualquier punto en unos ejes de coordenadas, mediremos las distancias del punto sobre los ejes x e y.

Ejemplo:

Vamos a representar en el eje de coordenadas los siguientes puntos:

A (+4, +3); B (0, +5); C (-2, +4); D (-3, -6); E (+3, -4); F (-7, 0)

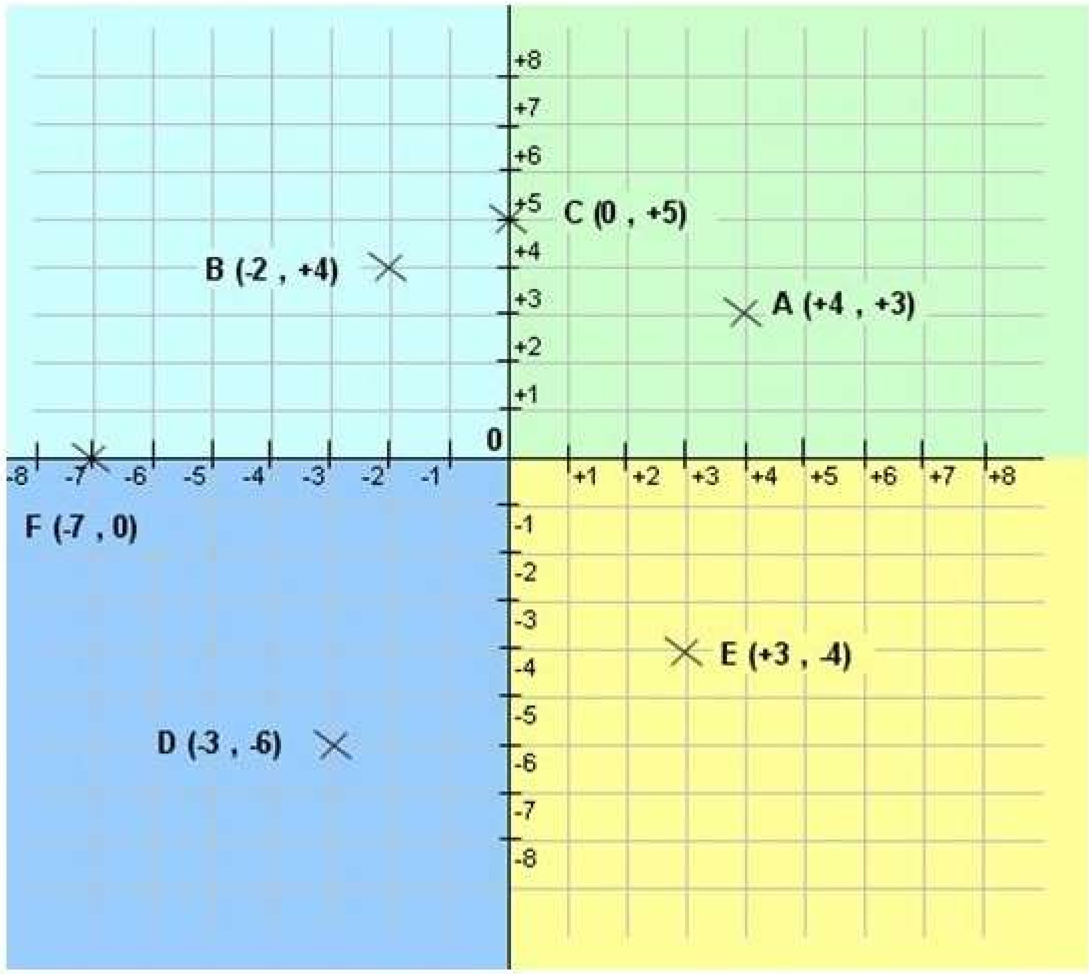


Imagen nº 9. Fuente: Elaboración propia

Actividad 6

Representa en unos ejes de coordenadas los siguientes puntos:

A (-3,0); B (2,3); C (2,-4); D (-4,-1)

3.3. Representación gráfica de una tabla de valores

Una gráfica es la representación en unos ejes de coordenadas de los pares ordenados de una tabla. Para representar los datos de una tabla en una gráfica, seguimos los siguientes pasos:

1. **Representamos los puntos de la tabla sobre un ejes.**
2. **Unimos los puntos de izquierda a derecha.**

Una vez realizada la gráfica podemos estudiarla, analizarla y extraer conclusiones.

Para interpretar una gráfica, hemos de observarla de izquierda a derecha:

Kg de patatas	1	2	3	4	5
Precio en €	2	4	6	8	10

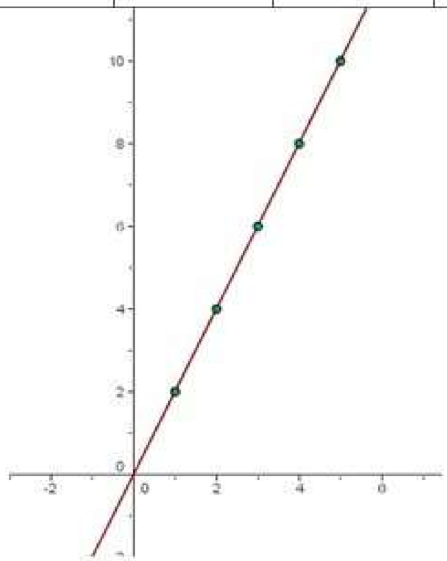


Imagen nº 10. Fuente: Elaboración propia

En esa gráfica podemos observar que a medida que compramos más kilos de patatas el precio se va incrementando.

Las gráficas pueden ser:

Creciente: Si al aumentar los valores del eje de abscisas (eje x), aumentan también los valores del eje de ordenadas (eje y).

Decreciente: Si al aumentar los valores del eje de abscisas, disminuyen los valores del eje de ordenadas.

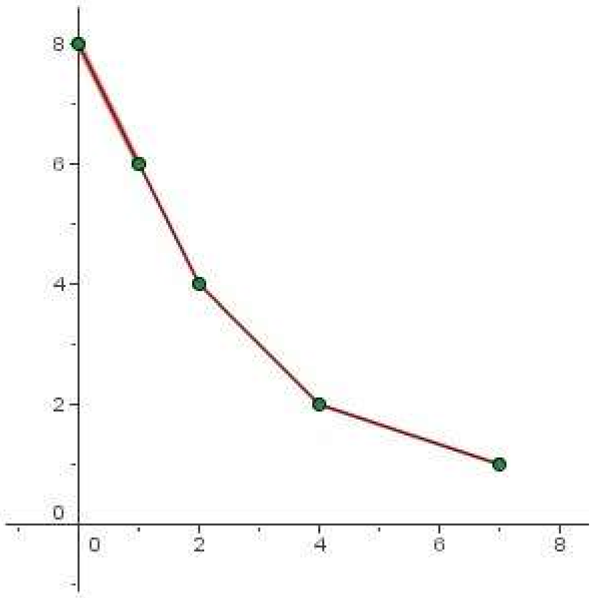


Imagen nº 11. Fuente: Elaboración propia

Constante: Si al aumentar el valor del eje de abscisas, el valor del eje de ordenadas se mantiene igual.

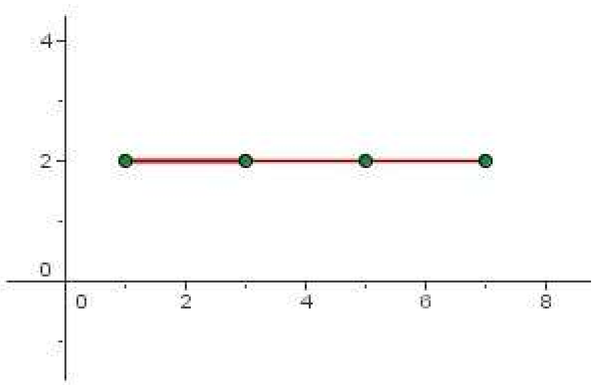


Imagen nº 12. Fuente: Elaboración propia

Para saber más

Cuando tenemos una gráfica, podemos obtener fácilmente relaciones entre los datos representados. Para ello trazamos líneas paralelas a los ejes de abscisas y de ordenadas desde cualquier punto del gráfico hasta que corten a dichos ejes. Así obtenemos los valores x e y del punto considerado.

Por ejemplo, en la siguiente gráfica representa la relación entre el área de un cuadrado y la longitud de su lado.

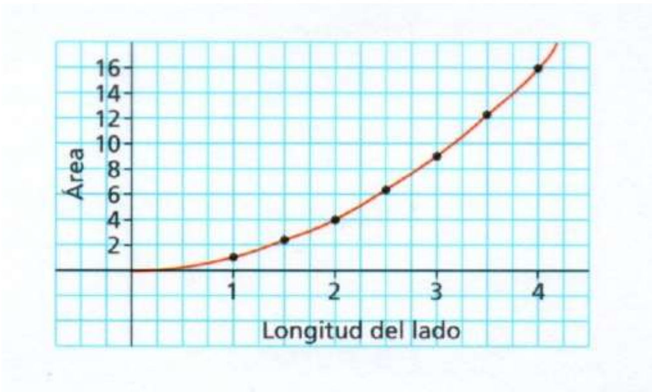


Imagen nº 13. Fuente: Elaboración propia

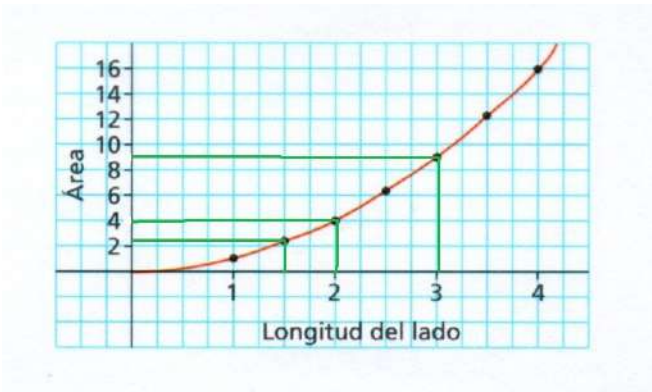


Imagen nº 14. Fuente: Elaboración propia

4) Problemas

1. **Resuelve los siguientes problemas de ecuaciones:**

a) El patio de mi casa mide 20 metros más de largo que de ancho, teniendo forma rectangular y siendo su perímetro de 200 metros. ¿Cuál es su longitud y su anchura?

b) La diferencia de dos números es 20. Si sabemos que el número mayor es cinco veces el menor. ¿Cuál es el valor de los dos números?

c) En una bolsa hay bolas azules, blancas y negras. El número de bolas rojas es igual al de bolas blancas más 5, y hay 3 bolas negras menos que blancas. Si en total hay 32 bolas, ¿cuántas hay de cada color?

2. **La siguiente tabla muestra la demanda de un producto (en miles) a lo largo del tiempo desde su puesta en venta (en meses). Obsérvala y contesta:**

a) Representa los datos de la tabla en un gráfico.
b) ¿En qué momento la demanda es mínima?
c) ¿Hay algún momento en el que el consumo no varíe?
d) ¿Qué cantidad de producto se demanda a los 120 meses?

Meses	Producto (miles)
0	6
20	5
40	4.2
60	4
80	4.2
100	5
120	7
140	9

Bloque 4. Tema 3.

La medida

ÍNDICE

Introducción.

En la vida diaria el concepto de medida nos resulta familiar, ya que todos hemos medido algo alguna vez, bien sea con palmos, pies, comparándonos en altura con otro compañero, la velocidad en una carrera, el tiempo que tardas en realizar una tarea, la cantidad de agua que coge en una botella...etc.

En esta Unidad aprenderás ¿Qué es la medida?, las magnitudes fundamentales, el sistema métrico decimal y su uso en la notación científica.

1) La medida

La primera utilidad que se le dio a los números fue la de contar. Contar objetos, animales, personas, porciones de cosas, etc. Un paso más en la utilización de los números es medir: para medir también necesitamos manejar los números y... algo más.

Así, podemos decir que **medir** es comparar una cantidad de magnitud con otra similar (de la misma especie), llamada unidad, para averiguar cuántas veces la contiene. Y una unidad es una cantidad que se adopta como patrón para comparar con ella cantidades de la misma especie. Ejemplo: Cuando decimos que un objeto mide dos metros, estamos indicando que es dos veces mayor que la unidad tomada como patrón, en este caso el metro.

Pero también hay propiedades que no se pueden medir, como por ejemplo la belleza de una persona. Por lo tanto, las propiedades QUE SE PUEDEN MEDIR se denominan **magnitudes.**

Actividad 1

Señala si las siguientes propiedades son magnitudes.

a) Tiempo

☐ Verdadero ☐ Falso

b) Belleza

☐ Verdadero ☐ Falso

c) Longitud

☐ Verdadero ☐ Falso

d) Volumen

☐ Verdadero ☐ Falso

e) Creatividad

☐ Verdadero ☐ Falso

f) Decisión

☐ Verdadero ☐ Falso

g) Densidad

☐ Verdadero ☐ Falso

h) Honradez

☐ Verdadero ☐ Falso

i) Velocidad

☐ Verdadero ☐ Falso

Actividad 2

Clasifica como magnitudes o unidades de medida

a) Litro b) Tiempo c) Hora d) Gramo e) Altitud f) Presión

2. Sistema Internacional de Unidades

En cada uno de los distintos lugares del mundo se utilizaban unidades de medida tan variables como el tamaño del pulgar de quien lo mide, o el pie del rey de turno. Para resolver el problema que suponía la utilización de unidades diferentes en distintos lugares del mundo, en la XI Conferencia General de Pesos y Medidas (París, 1960) se estableció el Sistema Internacional de Unidades (SI). Para ello, se actuó de la siguiente forma:

- En primer lugar, se eligieron las magnitudes fundamentales y la unidad correspondiente a cada magnitud fundamental. Una **magnitud fundamental** es aquella que se define por sí misma y es independiente de las demás (masa, tiempo, longitud, etc.).
- En segundo lugar, se definieron las magnitudes derivadas y la unidad correspondiente a cada magnitud derivada. Una **magnitud derivada** es aquella que se obtiene mediante expresiones matemáticas a partir de las magnitudes fundamentales (densidad, superficie, velocidad).

En el cuadro siguiente puedes ver las **magnitudes fundamentales del SI**, la unidad de cada una de ellas y la abreviatura que se emplea para representarla:

Magnitud	Unidad	Abreviatura
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Temperatura	kelvin	K
Intensidad de corriente	amperio	A
Intensidad luminosa	candela	cd
Cantidad de sustancia	mol	mol

3. Sistema métrico decimal.

¿QUÉ DEBES SABER SOBRE EL SISTEMA MÉTRICO DECIMAL?

El Sistema Métrico Decimal es el sistema de medida universalmente aceptado, cuyas unidades están relacionadas mediante potencias de 10.

• El metro (m) es la unidad principal de longitud en el Sistema Métrico Decimal.

• El kilogramo (kg) es la unidad principal de masa en el Sistema Métrico Decimal.

• El litro (l) es la unidad principal de capacidad en el Sistema Métrico Decimal.

• Para pasar de una unidad a otra inmediatamente inferior o superior se multiplica o se divide por 10, respectivamente.

• Una medida en forma compleja se expresa en una sola unidad, y en forma incompleja, en más de una unidad.

• Para sumar o restar medidas, éstas han de estar expresadas en la misma unidad.

• El metro cuadrado (m2) es la unidad principal de superficie, y es la superficie que tiene un cuadrado de 1 metro de lado.

• El metro cúbico (m3) es la unidad principal de volumen, y es el volumen que tiene un cubo de 1 metro de arista.

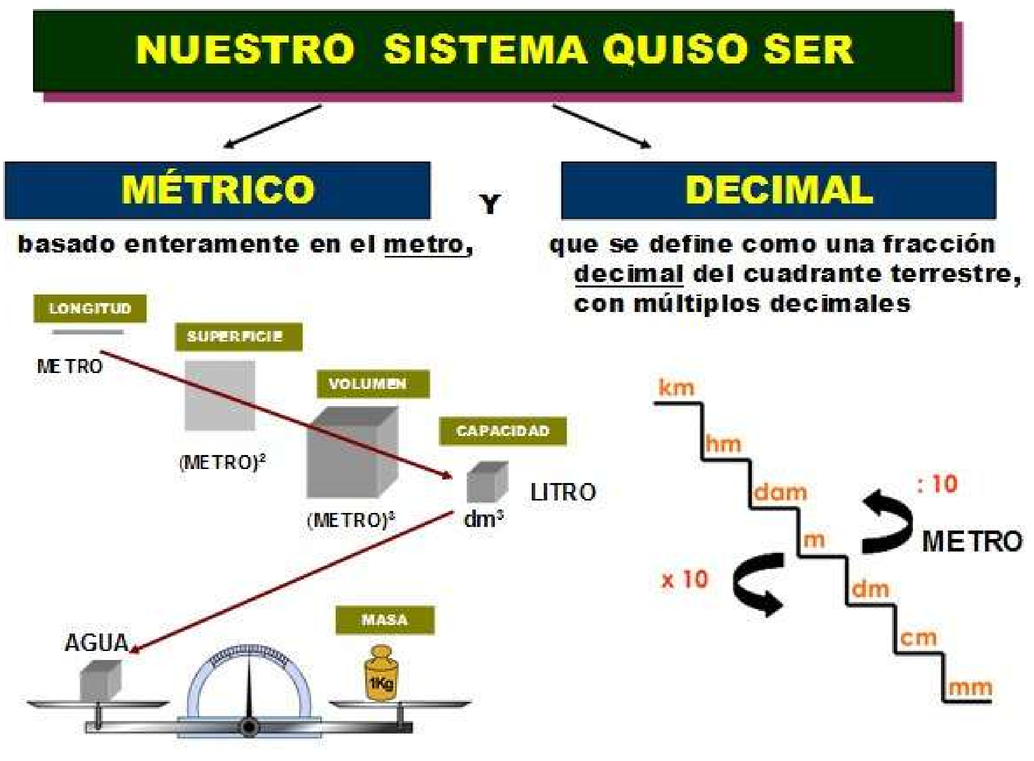


Imagen nº 1: Sistema Métrico Decimal. Fuente: [IES Soja](http://www.matematicasiesoja.wordpress.com/).

http://www.matematicasiesoja.wordpress.com/

Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida

Actividad 3

Indica qué unidad de medida emplearías para medir lo siguiente.

a) Un lápiz

b) la cantidad de agua que coge en un cubo

c) Un campo de fútbol

d) lo que pesa una bolsa de patatas

4. Magnitudes fundamentales y derivadas

En el apartado anterior hemos visto que el Sistema Métrico Decimal elige para cada magnitud una unidad de medida fundamental. En este apartado estudiaremos esas medidas y sus derivadas.

4.1. Unidades de Longitud

La unidad de longitud es una de las unidades de medida estándares que fueron acordadas en la XI Conferencia General de Pesas y Medidas.

La unidad de longitud en el Sistema Internacional es el **metro** y se utiliza para medir la distancia entre objetos, personas y lugares.

Son múltiplos del metro, el decámetro **(dam)**, el hectómetro **(hm)** y el kilómetro **(km).** Son submúltiplos el decímetro **(dm)**, el centímetro **(cm)** y el milímetro **(mm)**

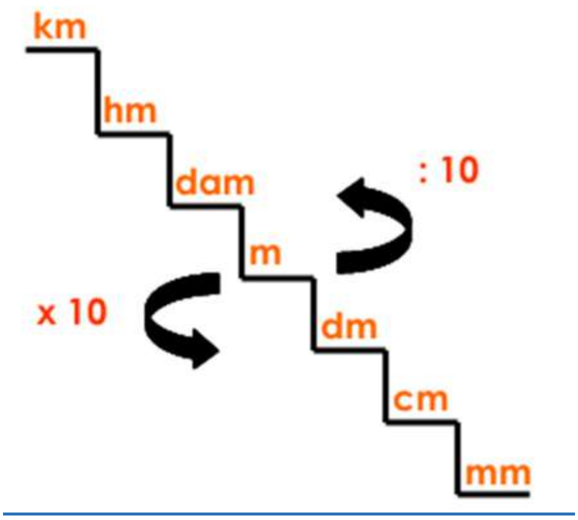


Imagen nº 2: Unidades de longitud.
Fuente: unidadesdelongitud http://unidadesdelongitud4t2ei.blogspot.com.es/

Autor: MARIANGI. Licencia: Desconocida

Para cambiar de una unidad a otra seguiremos estos pasos.

1. Para pasar a la unidad inmediatamente inferior, multiplicamos por 10.
2. Para pasar a la unidad inmediatamente superior, dividimos entre 10.

Actividad 4

Convierte las siguientes medidas:

a) 3 km = __________ dam

b) 500 m = __________hm

c) 8300 cm = _________m

d) 180 dam = _________m

e) 61800 m = _______________dam

f) 70 dam = _________________dm

g) 87 km = __________________m

h) 875 dm = ________________mm

Actividad 5

Resuelve los siguientes problemas:

a) Una cuerda mide 1 metro de larga. Jesús corta 15 cm y Manuel 8 dm. ¿Cuántos cm quedan en la cuerda?

b) He plantado dos árboles en el patio de mi casa. El primero de ellos medía 125 cm, y el segundo de ellos 150 cm. Al cabo de unos años cada árbol ha crecido 15 cm. ¿Cuánto mide ahora cada árbol?

4.2. Unidades de masa

La masa de un cuerpo es el peso que tiene respecto a la fuerza de la gravedad. Podríamos decir que es la "cantidad" de materia que posee.

La unidad fundamental de la masa es el **kilogramo,** aunque los múltiplos y submúltiplos se establecieron a partir del gramo.

Así tenemos que:

- Las unidades más **pequeñas que el gramo** se llaman **SUBMÚLTIPLOS** y son: decigramo (dg), centigramo (cg) y miligramo (mg): **1 g = 10 dg** | **1 g = 100 cg** | **1 g = 1000 mg**
- Las unidades más **grandes que el gramo** se llaman **MÚLTIPLOS** y son: decagramo(dag), hectogramo (hg) y kilogramo (kg): **1 dag = 10 g** | **1 hg = 100 g** | **1 kg = 1000 g**
- No obstante, la Tonelada **(T)**, el quintal **(Q)** y el miriagramo **(Mag)** son múltiplos del kilogramo.

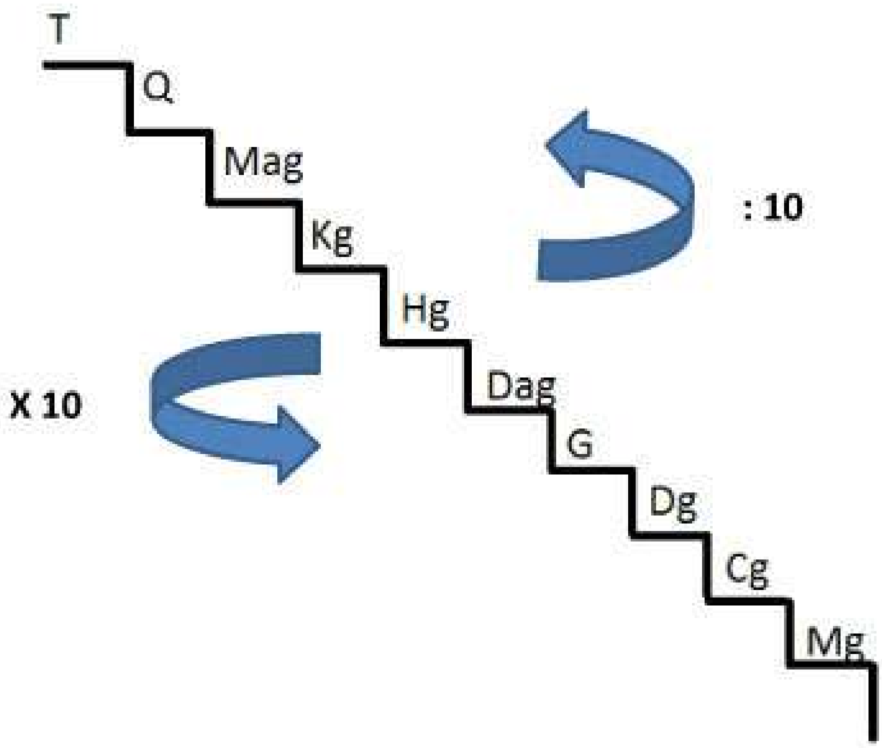


Imagen nº 3: Escalera de Unidades de masa. Autor: Ana José García Tejas

Para pasar de una unidad a otra hay que hacer lo mismo que con las unidades de longitud, es decir, para pasar de una unidad más grande a otra más pequeña tenemos que multiplicar por un 1 seguido de tantos ceros como escalones haya que bajar.

Para pasar de una unidad más pequeña a otra más grande tenemos que dividir por un 1 seguido de tantos ceros como escalones haya que subir.

En consecuencia:

1 T = 1.000 Kg

1 Q = 100 kg

1 mag = 10 kg

Actividad 6

Convierte las siguientes unidades de masa:

A) 70 dag = __________ dg

B) 54 Q = ____________ g

C) 320 hg = __________ cg

D) 8000 mg = _________dg

E) 4300 kg = _________ mag

F) 280 hg = ___________ kg

Actividad 7

Resuelve los siguientes problemas de masa

A) El mueble del salón tiene dos baldas en las que quiero colocar libros. El carpintero me ha dicho que cada balda soporta 5 kg. Si cada libro de los que quiero colocar pesa 400 gramos. ¿Cuántos libros puedo colocar en las dos estanterías?

B) En la compra de esta mañana he traído 2,5 kg de naranjas, 250 g de espárragos, 35 dag de nueces y 4 hg de champiñones. ¿Cuántos kilogramos pesa la compra?

4.3. Unidades de capacidad

Cuando nos referimos a la **capacidad** que tiene un recipiente, hacemos mención a la cantidad de líquido que éste puede contener; el **litro** es su unidad de medida principal.

Son múltiplos del litro, el decalitro **(dal)**, el hectolitro **(hl)** y el kilolitro **(kl).** Son submúltiplos el decilitro **(dl)**, el centilitro **(cl)** y el mililitro **(ml)**

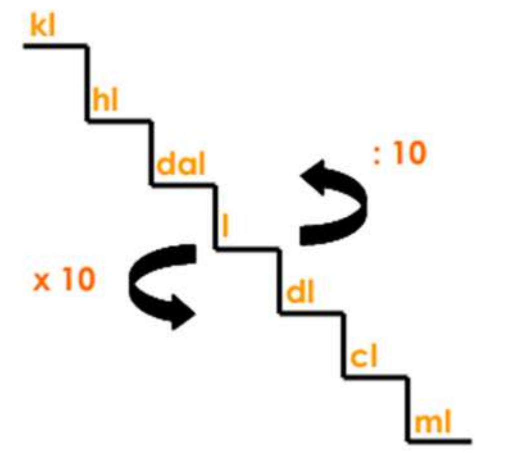


Imagen nº 4: Escalera de capacidad. Fuente: www.escolares.net.
http://www.escolares.net/matematicas/unidades-de-volumen-y-capacidad/

Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida

Para pasar de una unidad a otra se procede de la misma forma que con las unidades de longitud y de masa.

Actividad 8

Convierte las siguientes capacidades en las unidades que te indican:

A) 25 l = ________________ ml	D) 300ml = ________________ cl
B) 6 dal = ________________ dl	E) 500 dl = ________________ dal
C) 75 hl = ________________ l	F) 830 hl = ________________ kl

Actividad 9

Resuelve los siguientes problemas de capacidad:

A) Un frasco de jarabe contiene 330 ml, Marta se tiene que tomar 5 ml 3 veces al día. ¿Para cuántos días tiene Marta jarabe?

B) Calcula los litros de zumo que hay en un paquete de 6 brick de 250 ml cada uno.

4.4. Unidades de volumen

La "capacidad" y el "volumen" son términos que se encuentran estrechamente relacionados. Si la capacidad es la cantidad de líquido que puede contener un recipiente, el **volumen** que ocupa un líquido, fluido, gas o sólido, es el espacio que utiliza.

Son múltiplos del metro cúbico el decámetro cúbico **(dm^3)**, el hectómetro cúbico **(hm^3)** y el kilómetro cúbico **(km^3)**, son submúltiplos el decímetro cúbico **(dm^3)**, el centímetro cúbico **(cm^3)**, y el milímetro cúbico **(mm^3)**

El metro cúbico (m^3) es la unidad principal del volumen, corresponde al volumen en un cubo que mide un metro en todos sus lados y, a diferencia de las demás unidades de medida, éstas aumentan o disminuyen de 1.000 en 1.000.

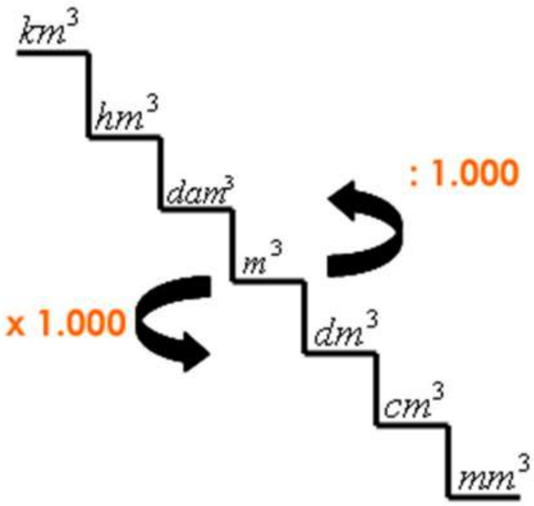


Imagen nº 5: Escalera de volumen. Fuente: www.escolares.net.
http://www.escolares.net/matematicas/unidades-de-volumen-y-capacidad/

Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida

Por ejemplo:

Para pasar de m^3 a cm^3 nos desplazamos dos lugares a la derecha, por tanto habrá que multiplicar por 1.000.000, es decir, dos veces 1000.

Para pasar de dm^3 a hm^3 nos desplazamos tres lugares a la izquierda, por tanto habrá que dividir 1.000.000.000, es decir, tres veces 1000.

Entre las unidades de volumen y capacidad existen unas equivalencias que vienen determinadas por la definición de litro: Litro es la capacidad de un cubo que tiene de arista un decímetro, es decir, litro es la capacidad de 1 dm3. Por tanto, 1 l = 1 dm3. A continuación se expresan dichas equivalencias:

Imagen nº 6: Equivalencia entre capacidad y volumen.

Licencia: Creative Commons Reconocimiento Compartir igual 4.0

Actividad 10

Convierte las siguientes unidades de volumen:

A) 324 m^3 = ______ dm^3 = ______ l

B) 5 dam^3 = ______ dm^3 = ______ l

C) 7700 cm^3 = ______dm^3 = ______l

D) 27000 hm^3 = ______ km^3

E) 63 dam^3 = ______ dm^3

F) 89 l = ______ dm^3

Actividad 11

Problemas:

A) Calcula el volumen de agua de una piscina que mide 20 m de largo, 15 de ancho y 3 de profundidad. ¿Cuántos litros son?

B) Una cañería transporta 18 m^3 de agua por minuto. ¿Cuántos litros habrá transportado al cabo de una hora?

4.5. Unidades de superficie

Las unidades de superficie se utilizan para medir el tamaño o área de los objetos de dos dimensiones. La unidad básica de superficie es el **metro cuadrado** (m^2) siendo un cuadrado que tiene 1 metro de ancho por un metro de largo.

Son múltiplos del metro cuadrado el decámetro cuadrado **(dm^2)**, el hectómetro cuadrado **(hm^2)**, y el kilómetro cuadrado **(km^2)** y los submúltiplos el decímetro cuadrado **(dm^2)**, el centímetro cuadrado **(cm^2)** y el milímetro cuadrado **(mm^2)**

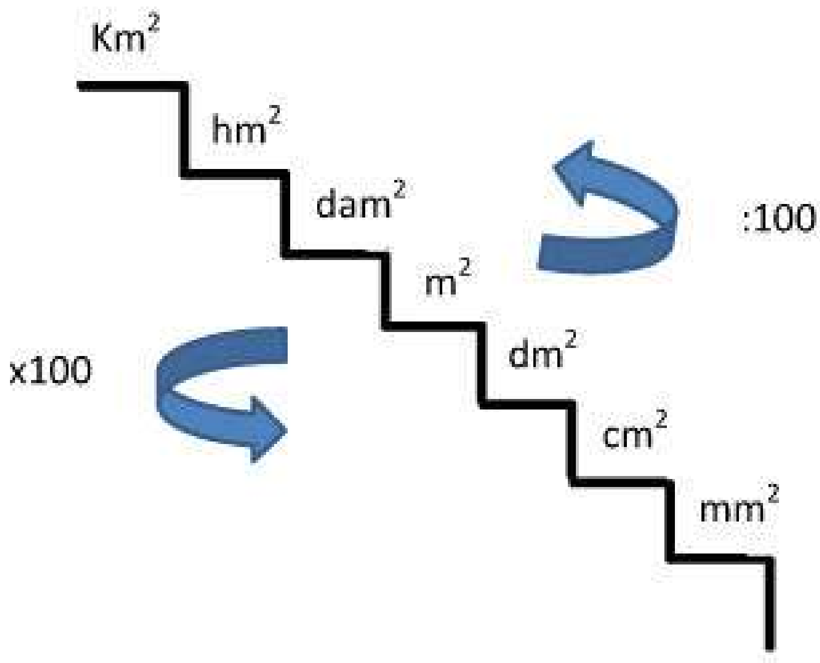


Imagen nº 7: Escalera de Unidades de superficie. Autor: Ana José García Tejas

Estas unidades aumentan o disminuyen de 100 en 100. Por tanto, para pasar de una unidad a otra que está situada a la derecha, debemos contar los lugares que las separan y multiplicar por 100 cada lugar que nos traslademos. Si la unidad está situada a la izquierda, deberemos dividir, con el mismo criterio.

Por ejemplo:

Para pasar de m2 a cm2 nos desplazamos dos lugares a la derecha, por tanto habrá que multiplicar por 10.000, es decir, dos veces 100.

Para pasar de dm2 a hm2 nos desplazamos tres lugares a la izquierda, por tanto habrá que dividir 1.000.000, es decir, tres veces 100.

Para medir superficies en el campo se suelen utilizar las unidades agrarias. Las unidades agrarias son: el área (a), la hectárea (ha) y la centiárea (ca). Las equivalencias con las unidades de superficie son:

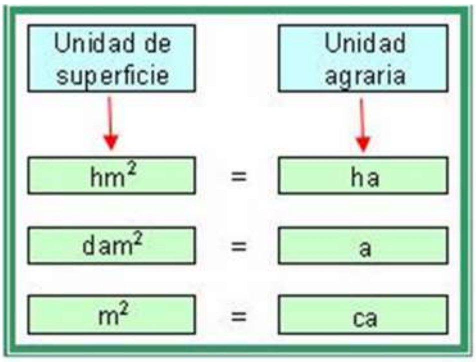


Imagen nº 8: Equivalencia unidades de superficies y unidades agrarias.

Actividad 12

Lea el párrafo que aparece abajo y complete las palabras que faltan

A) 14 hm^2 = __________ m^2

B) 1200 cm^2 = __________ dm^2

C) 8000 m^2 = __________ a

D)650 hm^2 = __________ ha

E) 90 ca = __________ dam^2

F) 25 km^2 = __________ m^2

Actividad 13

Problemas

A) La longitud de un campo de fútbol es de 118 metros y la anchura de 90 metros. ¿Cuántas hectáreas mide el campo de fútbol?

B) Un terreno que mide 8 ha cuesta 480.000 €. ¿Cuánto cuesta el metro cuadrado?

5. Uso de la notación científica

Curiosidad

HISTORIA DE LA NOTACIÓN CIENTÍFICA

El primer intento de representar números demasiados grandes fue emprendido por el matemático y filósofo griego Arquímedes, descrito en su obra "El contador de Arena" en el siglo III a.C. Ideó un sistema de representación numérica para estimar cuántos granos de arena existían en el universo. El número estimado por él era de 10^{63} granos. Nótese la coincidencia del exponente con el número de casilleros del ajedrez sabiendo *que para valores positivos, el exponente es n-1 donde n es el número de dígitos, siendo la última casilla la Nº 64 el exponente sería 63.*

Cuando se trabajan con números muy grandes o muy pequeños, los científicos, matemáticos e ingenieros usan la **notación científica** para expresar esas cantidades. La notación científica es una abreviación matemática, basada en la idea de que es más fácil leer un exponente que contar muchos ceros en un número. Números muy grandes o muy pequeños necesitan menos espacio cuando son escritos en notación científica porque los valores de posición están expresados como potencias de 10.

CÓMO USAR LA NOTACIÓN CIENTÍFICA

Toda potencia de base 10 es igual a la unidad seguida de tantos ceros como unidades tiene el exponente.

Por ejemplo: $10^3 = 1000$, $10^4 = 10000$

Las "potencias de 10" son una manera muy útil de escribir números muy grandes. En lugar de muchos ceros, puedes poner qué potencia de 10 necesitas para hacer todos esos ceros.

De esta manera los científicos y matemáticos pueden escribir números como:

- La célula roja humana es muy pequeña y su diámetro es de 0,0065 mm. Así se escribiría 6.5×10^{-3}
- Un año luz es una unidad muy grande que mide alrededor de 946000000000000000 metros. En notación científica se escribe $9{,}46 \times 10^{17}$
- El radio de la Tierra es de 6380000 y en notación científica $6{,}38 \times 10^6$
- La longitud de onda de los rayos cósmicos es inferior a 0,000000000000001 metros, la podemos expresar así: 1×10^{-15} metros.

Con esto deducimos que, números grandes requieren potencias positivas de 10 y números pequeños son descritos por potencias negativas de 10.

En el sistema decimal, cualquier número real puede expresarse mediante **notación científica**.

Para expresar un número en notación científica identificamos la **coma decimal** (si la hay) y la desplazamos hacia la izquierda si el número a convertir es mayor que 10, en cambio, si el número es menor que 1 (empieza con cero coma) la desplazamos hacia la derecha tantos lugares como sea necesario para que (en ambos casos) el único dígito que quede a la izquierda de la coma esté entre 1 y 9 y que todos los otros dígitos aparezcan a la derecha de la coma decimal.

En general escribimos una sola cifra entera multiplicada por 10 elevado a tantos ceros como tenga la cifra. Si se trata de cifras inferiores a 1, lo haremos igual, pero el exponente tendrá el signo negativo.

Ejemplo: $2340000000000 = 2{,}34 \cdot 10^{12}$

Nota importante:

- Siempre que movemos la coma decimal hacia la izquierda el exponente de la potencia de 10 será positivo.

$732{,}5051 = 7{,}325051 \cdot 10^2$ (movimos la coma decimal 2 lugares hacia la izquierda)

- Siempre que movemos la coma decimal hacia la derecha el exponente de la potencia de 10 será negativo.

–0,005612 = –5,612 • 10 $^{-3}$ (movimos la coma decimal 3 lugares hacia la derecha) .

5.1. De decimal a notación científica

Ahora que entendemos el formato de notación científica, comparemos algunos números expresados en notación decimal estándar y notación científica para entender cómo convertir de una forma a la otra. Observa la tabla de abajo. Pon mucha atención al exponente de la notación científica y la posición del punto decimal en la notación estándar.

NÚMEROS GRANDES		NÚMEROS PEQUEÑOS	
NOTACIÓN DECIMAL	NOTACIÓN CIENTÍFICA	NOTACIÓN DECIMAL	NOTACIÓN CIENTÍFICA
300,0	3×10^{2}	0,03	3×10^{-2}
5400000,0	$5,4 \times 10^{6}$	0,0000054	$5,4 \times 10^{-6}$
762000000000,0	$7,62 \times 10^{11}$	0,0000000000762	$7,62 \times 10^{-11}$

Imagen nº 9: Conversión notación decimal a notación científica. Autor: Ana José García Tejas

Para escribir un número *grande* en notación científica, primero debemos mover el punto decimal a un número entre 1 y 10. Como mover el punto decimal cambia el valor, tenemos que aplicar una multiplicación por la potencia de 10 que nos resulte en un valor equivalente al original. Para encontrar el exponente, sólo contamos el número de lugares que recorrimos el punto decimal. Ese número es el exponente de la potencia de 10.

Por ejemplo para escribir 180000 en notación científica, primero movemos el punto decimal hacia la izquierda hasta que tengamos un número mayor o igual que 1 y menor que 10. El punto decimal no está escrito en 180000, pero si lo estuviera sería después del último cero. Si empezamos a recorrer el punto decimal un lugar cada vez, llegaremos a 1,8 por lo que en notación científica es $1,8 \times 10^{5}$

El proceso de cambiar entre notación decimal y científica es el mismo para números *pequeños* (entre 0 y 1), pero en este caso el punto decimal se mueve hacia la derecha, y el exponente será negativo. Por ejemplo 0,0004 movemos el punto decimal hacia la derecha hasta que obtenemos el número 4 y contamos el número de lugares que recorrimos el punto decimal. Así obtenemos 4×10^{-4}

Actividad 14

Escribe en notación científica

A) 4000	D) 0,0086
B) 63000	E) 0,00072
C) 508	F) 0,11

5.2. De notación científica a decimal

Números escritos en notación científica pueden ser trasladados a notación decimal. Por ejemplo para escribir 5×10^{-8} en notación decimal, convertimos la potencia de 10 en una serie de ceros entre el número y el punto decimal. Como el exponente es negativo, todos esos ceros van a la izquierda del número 5, así obtenemos 0,00000005

Si el exponente es positivo todos esos ceros van a la derecha del número. Por ejemplo: $6 \times 10^{4} = 60000$

Ten cuidado aquí y no te dejes llevar por los ceros — el número de ceros después del punto decimal siempre será 1 *menos* que el exponente. Se necesita una potencia de 10 para mover el punto decimal a la izquierda del primer número.

Por ejemplo: $6{,}2 \times 10^{3} = 6200$

Actividad 15

Convierte de notación científica a notación decimal.

A) $4{,}5 \times 10^{5}$	D) $5{,}3 \times 10^{-4}$
B) $3{,}25 \times 10^{3}$	E) $2{,}8 \times 10^{-6}$
C) 7×10^{4}	F) 4×10^{-9}

Soluciones de los ejercicios propuestos

Actividad 1

a) Tiempo - Verdadero

b) Belleza - Falso

c) Longitud - Verdadero

d) Volumen - Verdadero

e) Creatividad - Falso

f) Decisión - Falso

g) Densidad - Verdadero

h) Honradez - Falso

i) Velocidad - Verdadero

Actividad 2

a) Unidad b) Magnitud c) Unidad d) Unidad e) Magnitud f) Magnitud

Actividad 3

a) cm

b) litro

c) m^2

d) kg

Actividad 4

a) 3 km = <u>300</u> dam

b) 500 m = <u>5</u> hm

c) 8300 cm = <u>83</u> m

d) 180 dam = <u>1800</u> m

e) 61800 m = <u>6180</u> dam

f) 70 dam = <u>7000</u> dm

g) 87 km = <u>87000</u> m

h) 875 dm = <u>87500</u> mm

Actividad 5

a) Para saber los centímetros que quedan en la cuerda debemos de pasar todo a cm.

1 m = 100 cm.

Jesús corta 15 cm, por lo tanto 100 - 15 = 85 cm quedan.

Manuel corta 8 dm. 8 dm = 80 cm. Por lo tanto 85 - 80 = 5 cm

SOLUCIÓN: Quedan 5 cm de cuerda.

b) ÁRBOL 1: 125 cm + 15 cm = 140 cm = 1,40 m

ÁRBOL 2: 150 cm + 15 cm = 165 cm = 1, 65 m

Actividad 6

A) 70 dag = 7000 dg

B) 54 Q = 5400000 g

C) 320 hg = 3200000 cg

D) 8000 mg = 800 dg

E) 4300 kg = 430 mag

F) 280 hg = 28 kg

Actividad 7

A) Cada balda 5 kg x 2 baldas = 10 kg = 10.000 g entre las dos baldas

10.000 g : 400 g de cada libro = 25 libros

Solución: Puedo colocar 25 libros

B) Hay que sumar todo el peso de la compra y lo más sencillo es hacerlo en la unidad más pequeña y luego pasarlo a kilos.

2,5 kg = 2500 g 35 dag = 350 g 4 hg = 400 g

Ahora sumamos todo: 2500 + 350 + 400 +250 = 3500 g = 3,5 kg.

Solución: El peso de la compra es de 3,5 kg.

Actividad 8

A) 25 l = 25000 ml

B) 6 dal = 600 dl

C) 75 hl = 7500 l

D) 300ml = 30 cl

E) 500 dl = 5 dal

F) 830 hl = 83 kl

Actividad 9

A) Marta toma 15 ml cada día. 330 : 15 = 22 días

Solución: Marta tiene jarabe para 22 días.

B) 250 ml x 6 = 1500 ml = 1,5 litros

Actividad 10

A) 324 m^3 = <u>324000</u> dm^3 = <u>324000</u> l

B) 5 dam^3 = <u>5000000</u> dm^3 = <u>5000000</u> l

C) 7700 cm^3 = <u>7,7</u> dm^3 = <u>7,7</u> l

D) 27000 hm^3 = <u>27</u> km^3

E) 63 dam^3 = <u>63000000</u> dm^3

F) 89 l = <u>89</u> dm^3

Actividad 11

A) 20 X 15 X 3 =900 m^3 = 900000 dm^3 = 900.000 litros

Solución el volumen de agua que coge en la piscina son 900 m^3 que son 900.000 litros.

B) 18 m^3 x 60 min = 1080 m^3 = 1080000 dm^3 = 1.080.000 l

Solución: Al cabo de una hora habrá transportado 1.080.000 litros.

Actividad 12

A) 14 hm^2 = <u>140000</u> m^2

B) 1200 cm^2 = <u>12</u> dm^2

C) 8000 m^2 = <u>80</u> a

D)650 hm^2 = <u>650</u> ha

E) 90 ca = <u>0,9</u> dam^2

F) 25 km^2 = <u>25000000</u> m^2

Actividad 13

A) 118 X 90 = 10620 m^2 = 1´062 ha

Solución: el campo de fútbol tiene 1´062 ha

B) 8 ha = 80000 m^2

480.000 : 80.000 = 6 €

Solución: el metro cuadrado cuesta 6 €

Actividad 14

A) 4×10^{3}

B) $6{,}3 \times 10^{4}$

C) $5{,}08 \times 10^{2}$

D) $8{,}6 \times 10^{-3}$

E) $7{,}2 \times 10^{-4}$

F) $1{,}1 \times 10^{-1}$

Actividad 15

A) 450000

B) 3250

C) 70000

D) 0,00053

E) 0,0000028

F) 0,000000004

Bloque 4. Tema 4.

La célula, unidad fundamental de los seres vivos.

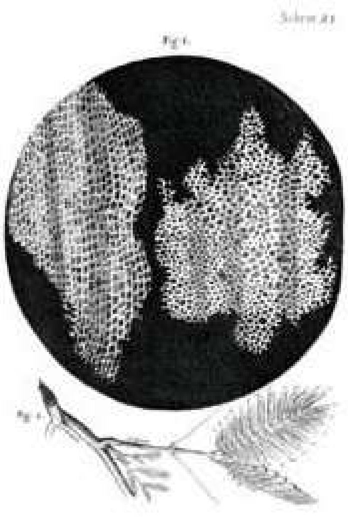
INDICE

Introducción.

Gracias al microscopio se conoce la estructura de los seres vivos. Por ello se sabe que en todos los seres vivos se repiten unas unidades estructurales que se llaman células. Todas las células cumplen las mismas funciones del ser vivo: nutrición, relación y reproducción**.**

La célula es la unidad funcional y estructural de un ser vivo. Es la unidad funcional porque realiza las tres funciones vitales: nutrición, relación y reproducción. Y es la unidad estructural ya que sabemos donde empieza y donde acaba gracias a la membrana plasmática.

La palabra **célula** fue utilizada por primera vez por el científico inglés Robert Hooke para referirse a las "celdillas" que descubrió observando al microscopio unas laminillas de corcho



Dibujo de la estructura del corcho observado por Hooke al microscopio

Imagen nº 1: ESTRUCTURA

Fuente: Wikipedia https://es.wikipedia.org/wiki/C%C3%A9lula

Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público

Actividad 1

¿De dónde viene el nombre de célula?

1) Características

Tamaño. En general es microscópico, entre 1 y 20 micras (1 micra=0,000001 m). No obstante hay células de gran tamaño y de gran magnitud como la yema del huevo del avestruz o algunas neuronas que sobrepasan el metro. El tamaño de la célula es independiente del tamaño del individuo.

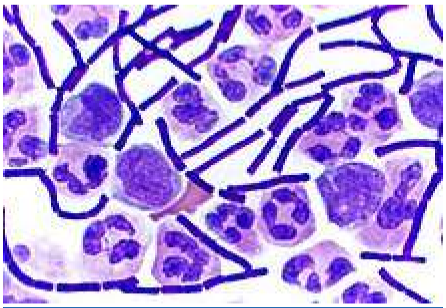


Imagen nº 2. Comparativa de los distintos tamaños de las células

Fuente: Wikipedia https://es.wikipedia.org/wiki/C%C3%A9lula

Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público

Forma. Es muy variada, tienden a adoptar la forma según la función que realizan, como por ejemplo:

Las células de la piel son aplanadas.

Las células de los músculos son alargadas.

Las células de grasas son redondas, etc.

Imagen nº 3. Distintas formas de las células

Fuente: Proyecto Biosfera

http://recursostic.educacion.es/ciencias/biosfera/web/alumno/2bachillerato/La_celula/contenidos2.htm

Autor: Desconocido Licencia: Creative Commons

Actividad 2

¿Tienen todas las células el mismo tamaño y forma?

2) La teoría celular. Clasificación

LA TEORÍA CELULAR

Casi dos siglos después del descubrimiento de Hooke, dos biólogos alemanes enunciaron lo que se llamó la **teoría celular**, que se puede resumir en:

Todos los **seres vivos están formados por células**; es decir, la **célula** es la **unidad anatómica** de la materia viva

Todas las células proceden de otras células preexistentes, por división de éstas.

Las **funciones vitales** de los organismos **ocurren dentro de las células**, o en su entorno inmediato. Así pues, la célula es la **unidad fisiológica** de la vida.

Cada célula contiene toda la **información hereditaria** necesaria para el control de su desarrollo y funcionamiento, y esta información pasa de la célula madre a las hijas. Por eso decimos que la célula también es la **unidad genética**.

CLASIFICACIÓN

Aplicando la teoría celular, sabemos que todos los organismos están compuestos por células, pero las células pueden ser de distintos tipos.

Además, los seres vivos pueden estar formados de una o más células. Las células se clasifican atendiendo al grado de complejidad que presentan en su estructura. De este modo se distinguen:

● Célula procariota: Son todas aquellas cuyo material genético no se encuentra protegido por una membrana y el citoplasma no está compartimentado. Es el tipo celular más sencillo.

● Célula eucariota: Son todas aquellas cuyo material genético se encuentra en el interior de una estructura, el núcleo, protegido por una membrana. El citoplasma está compartimentado. Es el tipo celular más complejo.

Los organismos están formados por células. Según el número de ellas que presenten pueden ser de dos tipos:

● Organismos unicelulares: Son aquellos que están formados por una sola célula. La célula realiza todas las funciones vitales. Pueden ser procariotas o eucariotas. Ejemplo de este tipo de organismos son las bacterias, las algas cianofíceas, los protozoos y muchas algas eucariotas. A veces viven en grupos estables, denominados colonias. En este caso, unas células realizan un tipo de función y otras células otro. Sin embargo, cada célula puede vivir de forma independiente de la colonia, asumiendo todas las funciones vitales.

● Organismos pluricelulares: Son seres vivos, todos ellos eucariotas, formados por muchas células. Todas las células del organismo han surgido a partir de una única célula que ha formado a las demás. Por ello, todas las células presentan la misma información genética, aunque no la expresen de la misma manera. Las células no sobreviven aisladas, ya que pierden algunas capacidades, con el fin de especializarse en una función concreta. Así se forman los distintos tejidos que pueden formar un organismo pluricelular. Ejemplo de organismos pluricelulares son los animales, incluida la especie humana, las plantas, los hongos y muchas algas eucariotas.

Imagen nº 4. Paramecio, ejemplo de organismo formado por una única célula.

Fuente: [Wikipedia](https://es.wikipedia.org/wiki/Unicelular) https://es.wikipedia.org/wiki/Unicelular

Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público.

Actividad 3

Clasifica los seres vivos atendiendo a su complejidad en cuanto al número de células que los forman.

3) La célula procariota

Las células procariotas no contienen núcleo que proteja al material genético. Los organismos procariotas son las bacterias y las algas cianofíceas. Todos ellos pertenecen al Reino Moneras.

Generalmente presentan las siguientes partes:

- Pared rígida que le da forma.
- Membrana plasmática que les separa del medio donde viven y que controla el paso de sustancias. Presenta unas arrugas hacia su interior que se denominan mesosomas. En ellos se realiza gran cantidad de actividades celulares, como fijar el ADN, realizar la respiración celular, produciendo energía o controlar la división de la célula.
- Citoplasma, que está lleno de agua y contiene gran cantidad de sustancias disueltas, gotas de lípidos o inclusiones de sustancias de reserva como el almidón. En el citoplasma se realizará el conjunto de reacciones químicas que le permiten a la célula sobrevivir. Esto es, el metabolismo celular.
- Ribosomas, son los lugares donde se construyen las proteínas.
- ADN, que es el material genético que controla la actividad celular. El ADN se encuentra formando una estructura circular, constituye el único cromosoma de la célula. Parece en una zona del citoplasma denominada nucleoide.

● Plásmidos, pequeñas secuencias de ADN circular extracromosómico que le confieren a la célula la capacidad de intercambiar material genético con otras células o resistencia frente a antibióticos.

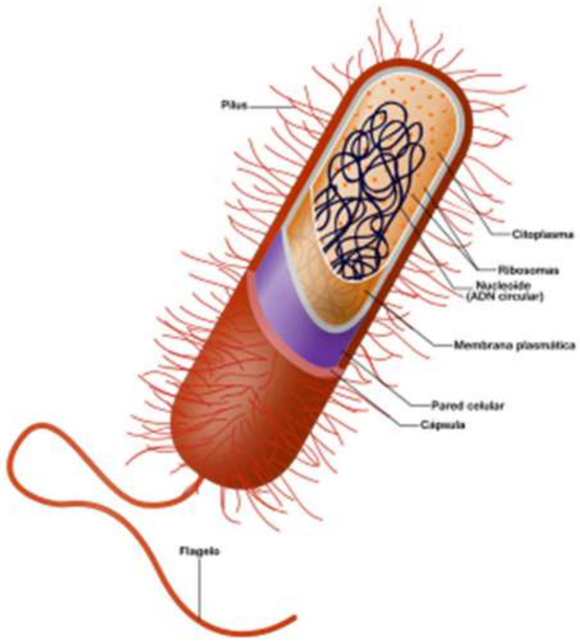


Imagen nº 5.Estructura celular de una bacteria, típica célula procariota.

Fuente: [Wikipedia](https://es.wikipedia.org/wiki/C%C3%A9lula_procariota) https://es.wikipedia.org/wiki/C%C3%A9lula_procariota

Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público.

Actividad 4

Describe brevemente la célula procariota:

4) La célula eucariota: Estructura

La célula **eucariota sí** tiene un **núcleo** rodeado por una membrana, dentro del cual se encuentra el ADN. La mayor parte de las células con eucariotas, como las células de los animales y de las plantas verdes, y en ellas podemos distinguir tres partes fundamentales, Membrana, Citoplasma y Núcleo. Veamos el siguiente vídeo, que nos muestra claramente las tres partes de la célula.

Vídeo nº 1: LA CÉLULA EUCARIOTA. Autor: Desconocido

Fuente: Youtube

https://www.youtube.com/watch?v=KWnZTgM2phk

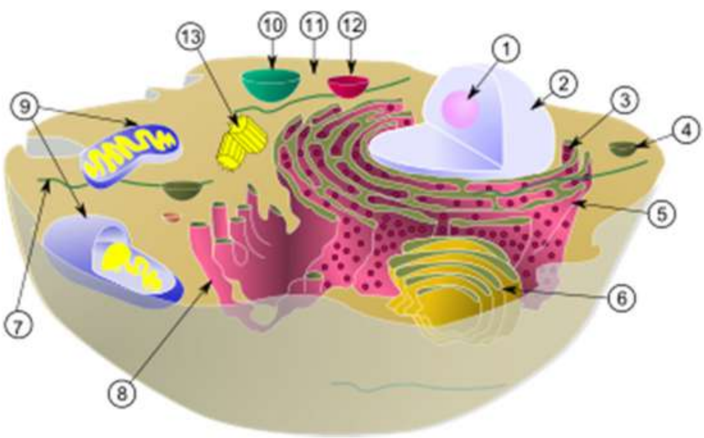


Imagen nº 6: LA CÉLULA EUCARIOTA

Fuente: Wikipedia Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público.

Estructura de una célula animal típica: 1. Nucléolo, 2. Núcleo, 3. Ribosoma, 4. Vesícula, 5. Retículo endoplasmático rugoso, 6. Aparato de Golgi, 7. Citoesqueleto (microtúbulos), 8. Retículo endoplasmático liso, 9. Mitocondria, 10. Peroxisoma, 11. Citoplasma, 12. Lisosoma. 13. Centriolo.

Actividad 5

Describe brevemente la célula eucariota:

4.1. Membrana

Es una capa que rodea la célula, separándola del medio que la rodea, formada por lípidos, proteínas y una pequeña proporción de glúcidos, y regula el intercambio de sustancias entre el interior y el exterior de la misma. Presenta una serie de poros que permiten realizar dicho intercambio.

En las **células vegetales**, además de la membrana existe una **pared de celulosa** que les da una mayor consistencia.

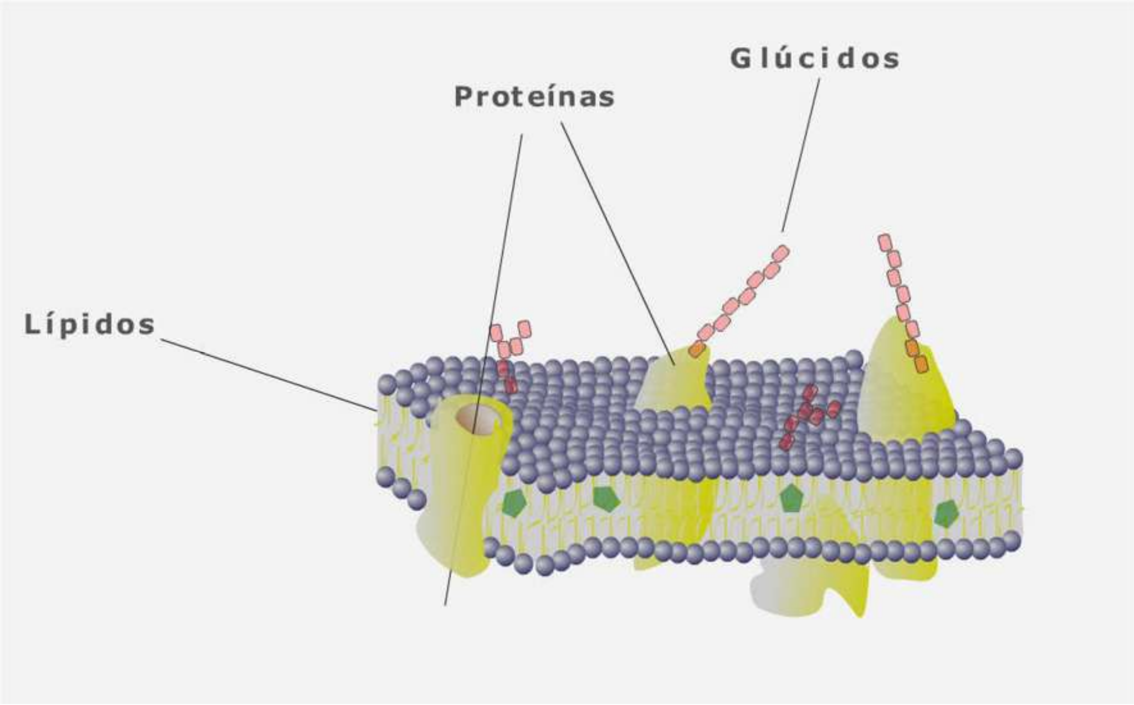


Imagen nº 7. Membrana celular

Fuente: Recursostic.educación.es

http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/4esobiologia/4quincena5/pdf/quincena5.pdf

Autor: Desconocido. Licencia: M.E.C.D.

4.2. Citoplasma

Es el **medio interno** de la célula, donde **tiene lugar** algunas reacciones químicas del **metabolismo** celular.
En el citoplasma se encuentran muchos elementos llamados **orgánulos** (órganos pequeños):

- Mitocondrias. Realizan la **respiración celular**, transformando la materia orgánica en la **energía** que la célula necesita para realizar todas sus funciones.

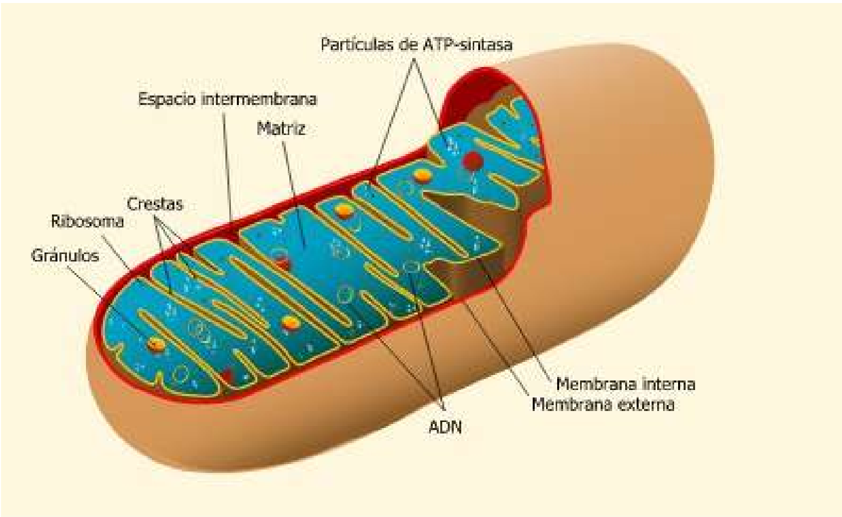


Imagen nº 8: ESTRUCTURA DE UNA MITOCONDRIA

Fuente: Wikipedia https://es.wikipedia.org/wiki/Mitocondria

Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público.

- Centriolos. Son unas estructuras con **forma cilíndrica** que intervienen en la **división celular** de las células animales.

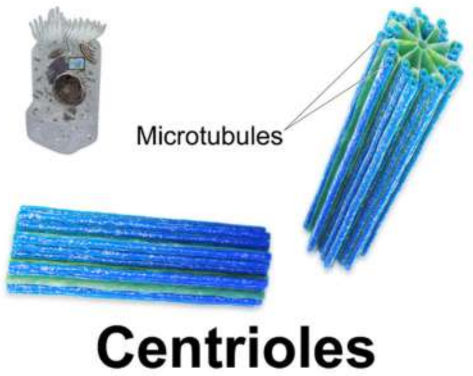


Imagen nº 9: CENTRIOLOS *Fuente: Wikimedia*

https://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Centrioles#/media/File:Blausen_0214_Centrioles.png

Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público.

- **Ribosomas.** Sirven para la construcción de proteínas gracias a la información suministrada por el ARN mensajero. Podríamos decir que son las fábricas de proteínas de las células.
- **Aparato de Golgi.** Son sacos apilados en los que se fabrican los lisosomas.
- **Retículo endoplasmático.** Son túbulos conectados entre sí. Está pegado a la membrana celular y a la nuclear. Hay dos tipos:

a) Retículo endoplasmático rugoso (RER): tiene ribosomas adosados y por tanto se encarga de distribuir, recoger, almacenar y transportar las proteínas fabricadas en los ribosomas.

b) Retículo endoplasmático liso (REL): que fabrica lípidos.

- **Lisosomas.** Intervienen en el proceso digestivo de la célula.

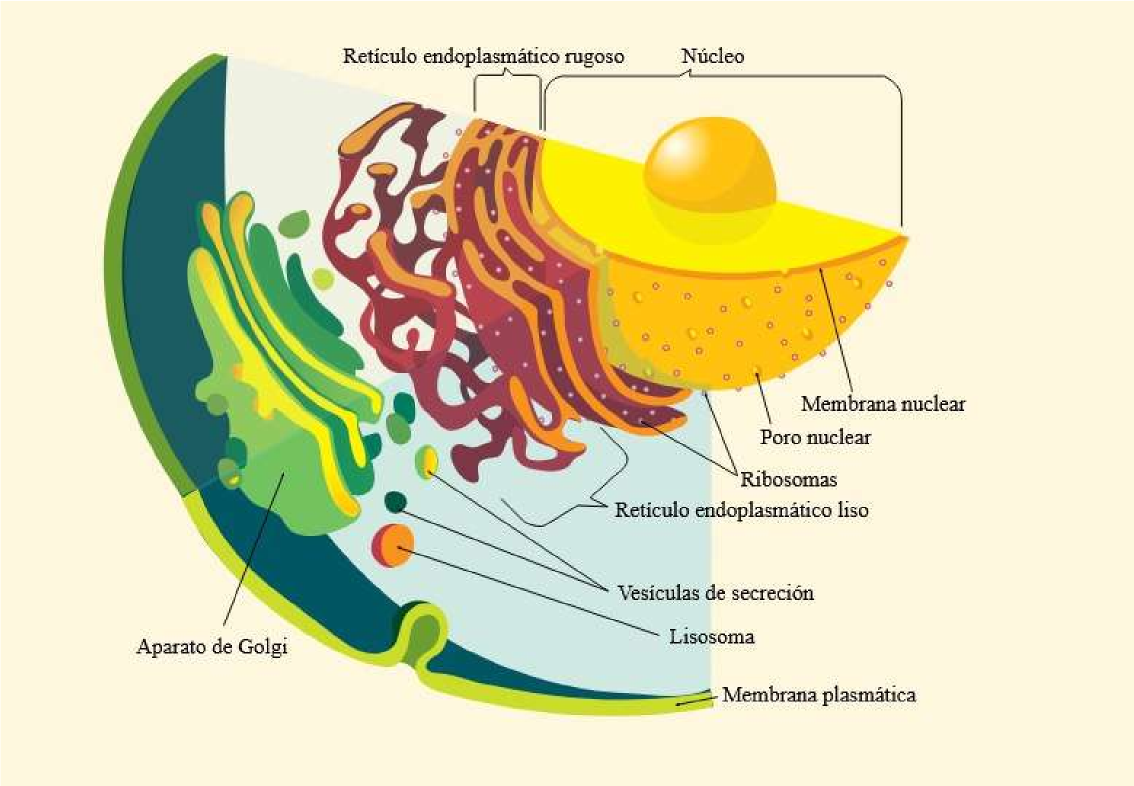


Imagen nº 10:Aparato de Golgi, RER, REL y lisosoma Fuente: Wikimedia

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/f/f3/Endomembrane_system_diagram_es.svg

Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público.

- **Vacuolas.** Acumulan sustancias de reserva o de deshecho. Muy grandes en las células vegetales y pequeñas en las animales.

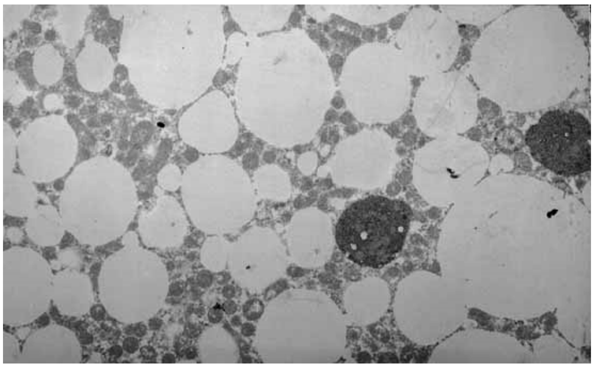


Imagen nº 11: VACUOLAS Fuente: Recursostic.educacion.es
http://recursostic.educacion.es/ciencias/biosfera/web/alumno/2bachillerato/La_celula/contenidos11.htm

Autor: Desconocido. Licencia. M.E.C.D.

- **Cloroplastos.** Sólo existen en los vegetales, en las partes verdes. Contienen una sustancia, la clorofila, que es capaz de transformar la energía de la luz solar en energía química. Este proceso recibe el nombre de **fotosíntesis**, y consiste en la transformación de materia inorgánica (agua, dióxido de carbono y sales minerales) en materia orgánica (hidratos de carbono).

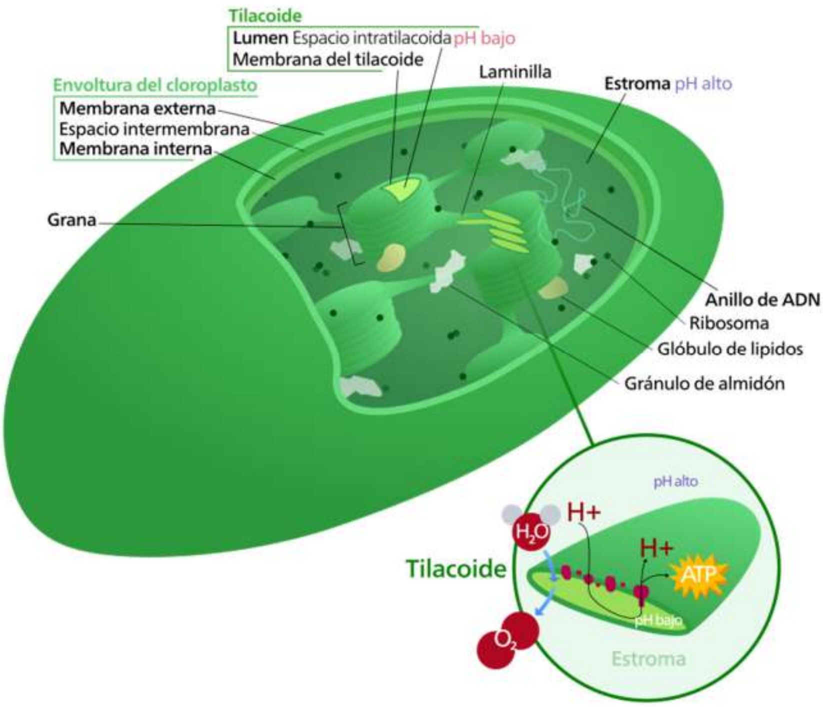


Imagen nº 12: CLOROPLASTO Fuente:Wikimedia

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/9/9d/Chloroplast_%28borderless_version%29-es.svg/800px-Chloroplast_%28borderless_version%29-es.svg.png

Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público.

4.3. Núcleo

Se encuentra en el centro de la célula animal y en la periferia en las vegetales y es, generalmente, de forma esférica. En él se encuentran los caracteres hereditarios y, además, dirige toda la actividad que tiene lugar en el citoplasma.

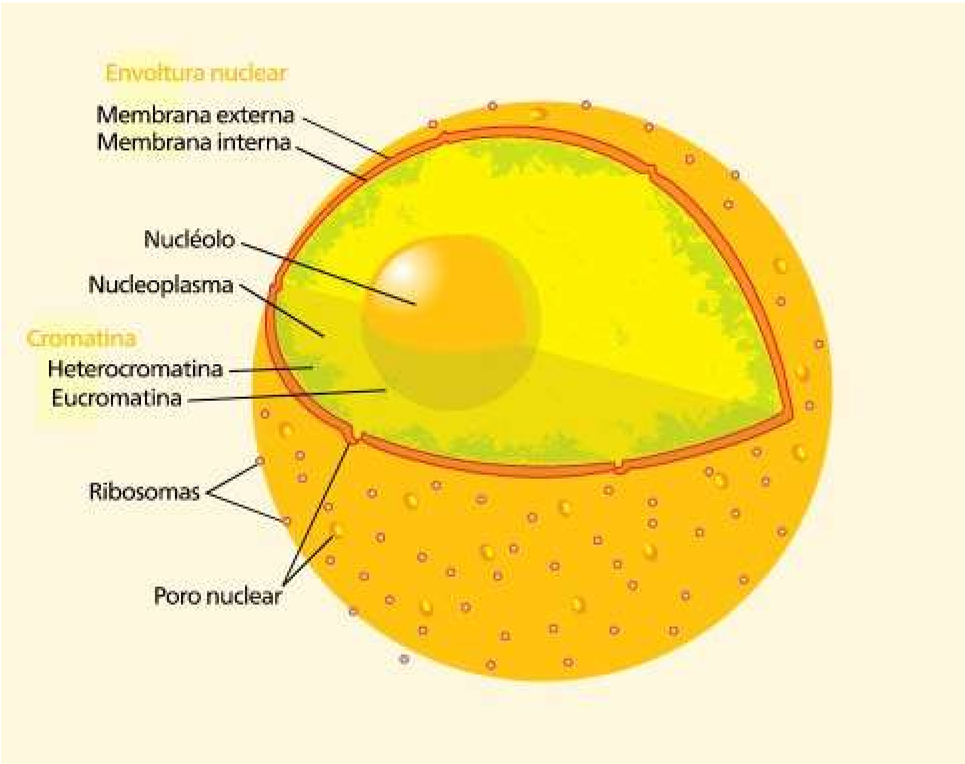


Imagen nº 13: NÚCLEO Fuente:[Wikimedia](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/6f/Diagram_human_cell_nucleus_es.svg)
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/6f/Diagram_human_cell_nucleus_es.svg

Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público.

En el núcleo podemos distinguir:

Membrana Nuclear. Es la que envuelve al núcleo y lo separa del citoplasma.

Cromatina. Fibras de ADN (ácido desoxirribonucleico) y proteinas y que son portadoras de la información genética del individuo. Cuando la célula se divide la cromatina se compacta y forma **los cromosomas.**

Nucléolo. En él se fabrican los ribosomas.

5. Diferencias entre la célula animal y vegetal

La célula animal y la vegetal (ambas son eucariotas) presentan algunas diferencias importantes. Las principales son:

Comparación de estructuras en células animales y vegetales

	Célula animal típica	**Célula vegetal típica**
Estructuras básicas	• Membrana plasmática • Citoplasma • Núcleo (con nucléolo)	• Membrana plasmática • Citoplasma • Núcleo (con nucléolo)
Orgánulos	• Retículo endoplasmático rugoso • Retículo endoplasmático liso • Ribosoma • Aparato de Golgi • Mitocondria • Vesículas • Lisosomas • Vacuolas • Centrosoma (con centriolos)	• Retículo endoplasmático rugoso • Retículo endoplasmático liso • Ribosomas • Aparato de Golgi • Mitocondria • Vesículas • Lisosomas • Vacuola central • Plastos

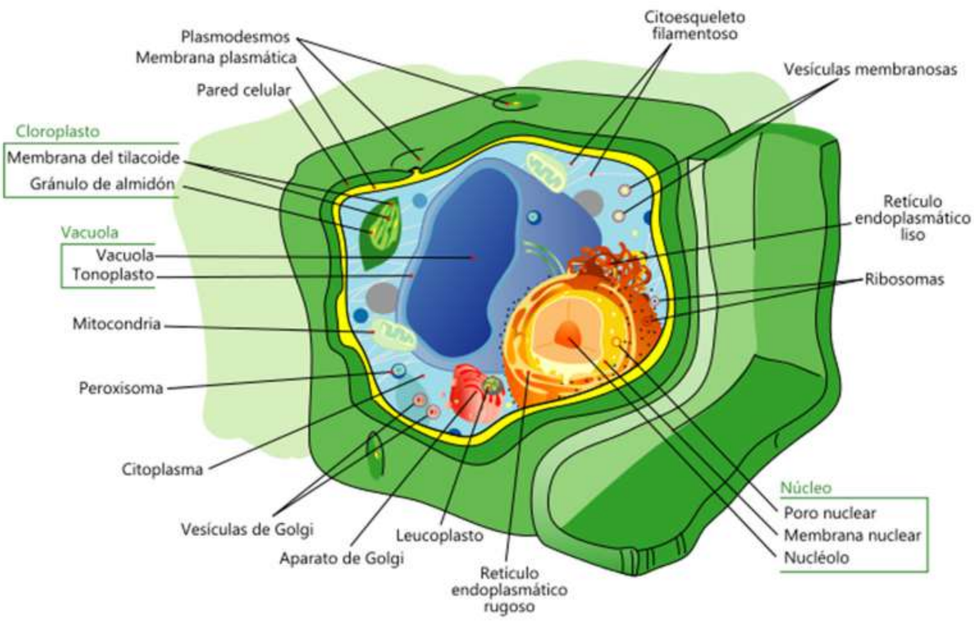


Imagen nº 14. Célula vegetal Fuente: Wikipedia

https://es.wikipedia.org/wiki/C%C3%A9lula_vegetal#/media/File:Plant_cell_structure_svg-es.svg

Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público.

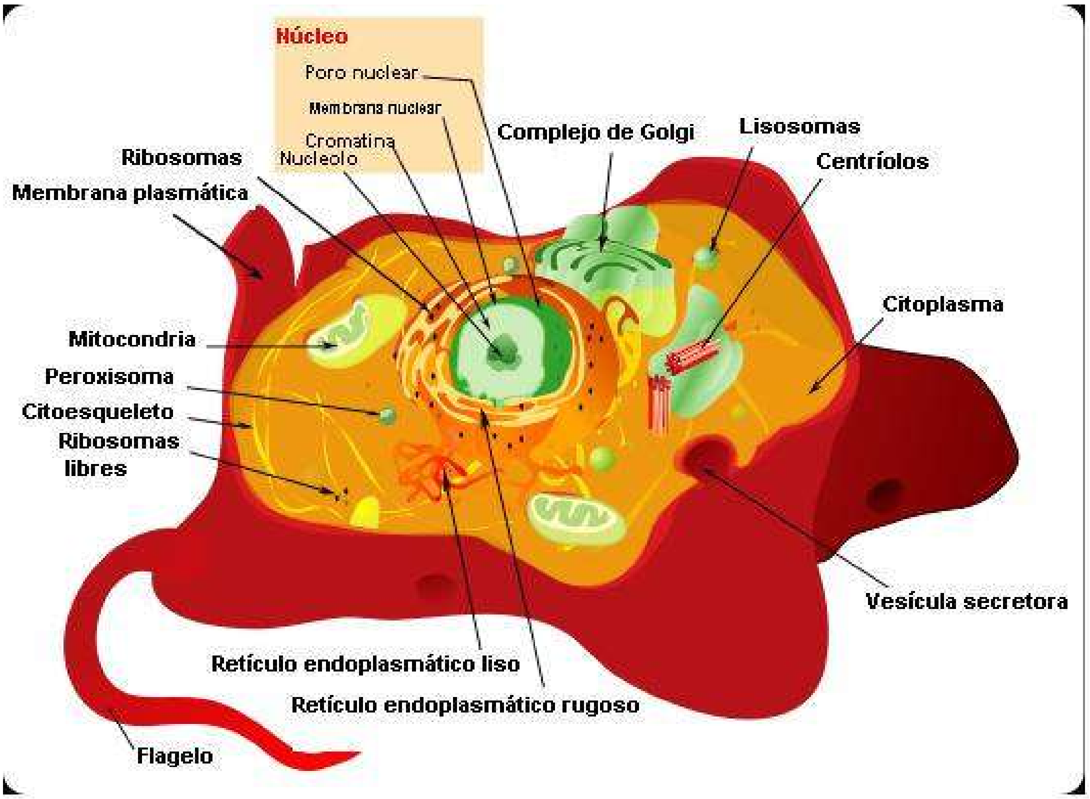


Imagen nº 15. Célula animal Fuente: [Wikipedia](https://es.wikipedia.org/wiki/C%C3%A9lula_vegetal#/media/File:Plant_cell_structure_svg-es.svg)

https://es.wikipedia.org/wiki/C%C3%A9lula_vegetal#/media/File:Plant_cell_structure_svg-es.svg

Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público.

5.1. Célula Animal

• La célula animal no tiene cloroplastos.

• Aunque puede tener vacuolas, éstas no son muy grandes.

• Tiene centriolos.

• Forma irregular

• No realiza la función de fotosíntesis. La nutrición es heterótrofa.

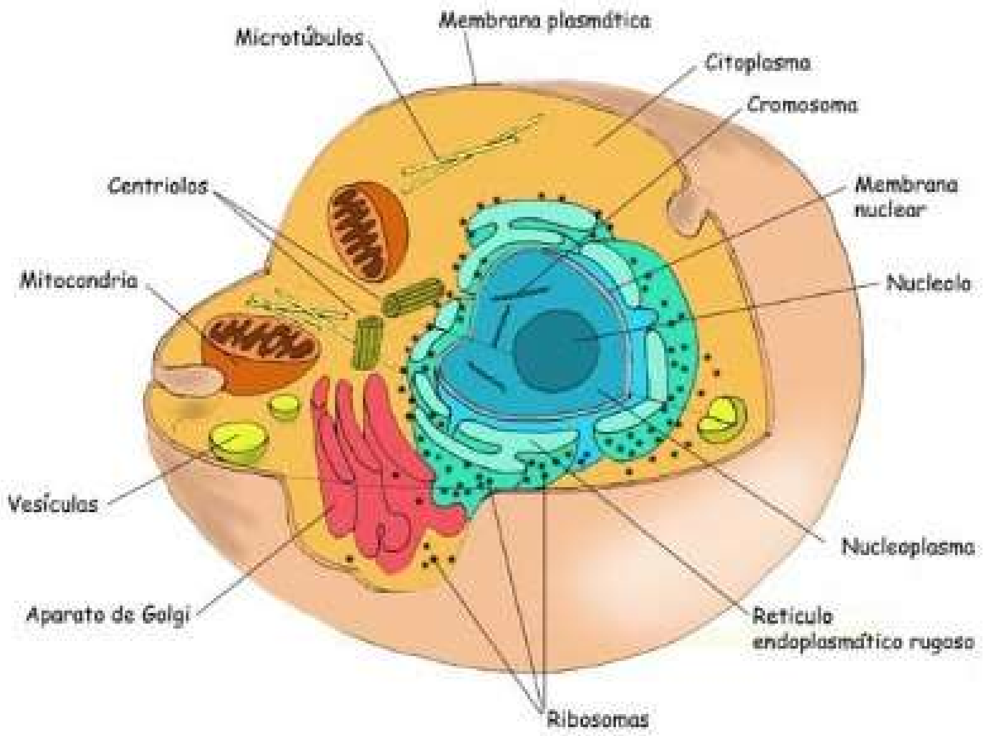


Imagen nº 16: CÉLULA ANIMAL Fuente: Recursos.tic.educación.es

http://recursostic.educacion.es/ciencias/biosfera/web/alumno/2bachillerato/La_celula/contenidos2.htm

Autor: Desconocido. Licencia: M.E.C.D.

5.2. Célula Vegetal

Presenta una pared celular, rígida, compuesta principalmente de celulosa.

• Disponen de cloroplastos.

• Poseen vacuolas de gran tamaño.

• No tiene centriolos.

• Suele ser de mayor tamaño

• Forma regular, poliédrica

• Al poseer cloroplastos, realiza la función de fotosíntesis, por lo que su nutrición es autótrofa.

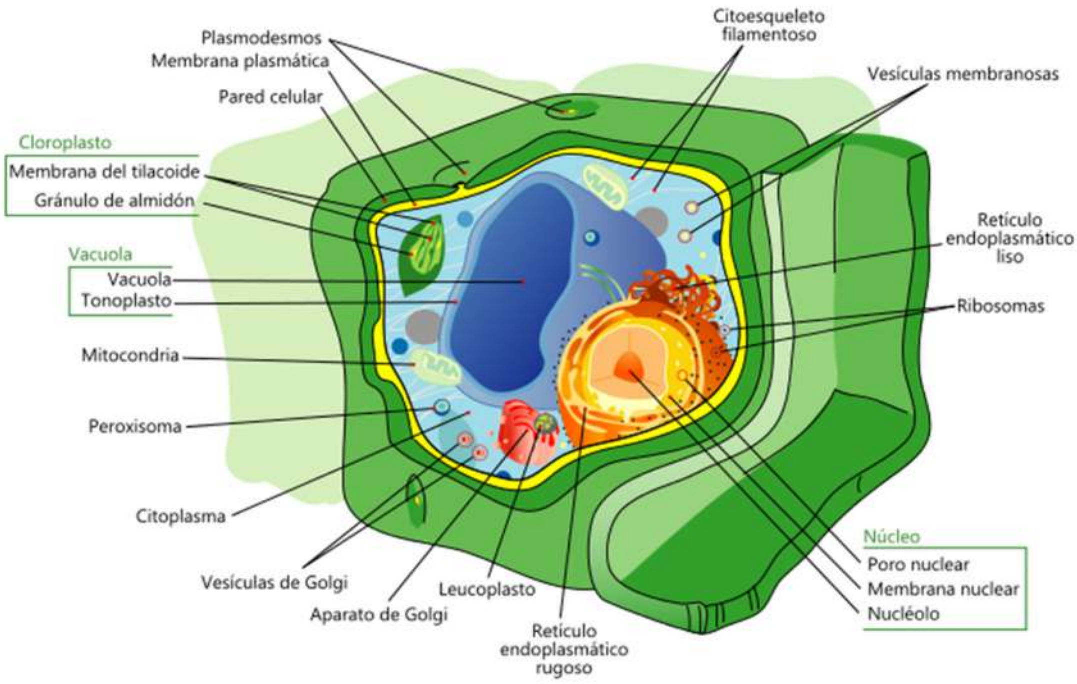


Imagen nº 17: CÉLULA VEGETAL

Fuente: Wikipedia https://es.wikipedia.org/wiki/C%C3%A9lula_vegetal#/media/File:Plant_cell_structure_svg-es.svg Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público.

Practica lo aprendido

Realiza las actividades que encontrarás en los siguientes enlaces:

Procariota - eucariota

http://recursos.cnice.mec.es/biosfera/alumno/4ESO/seruni-pluricelulares/actividad14.htm

Animal - vegetal

http://recursos.cnice.mec.es/biosfera/alumno/4ESO/seruni-pluricelulares/actividad15.htm

Autótrofa - heterótrofa

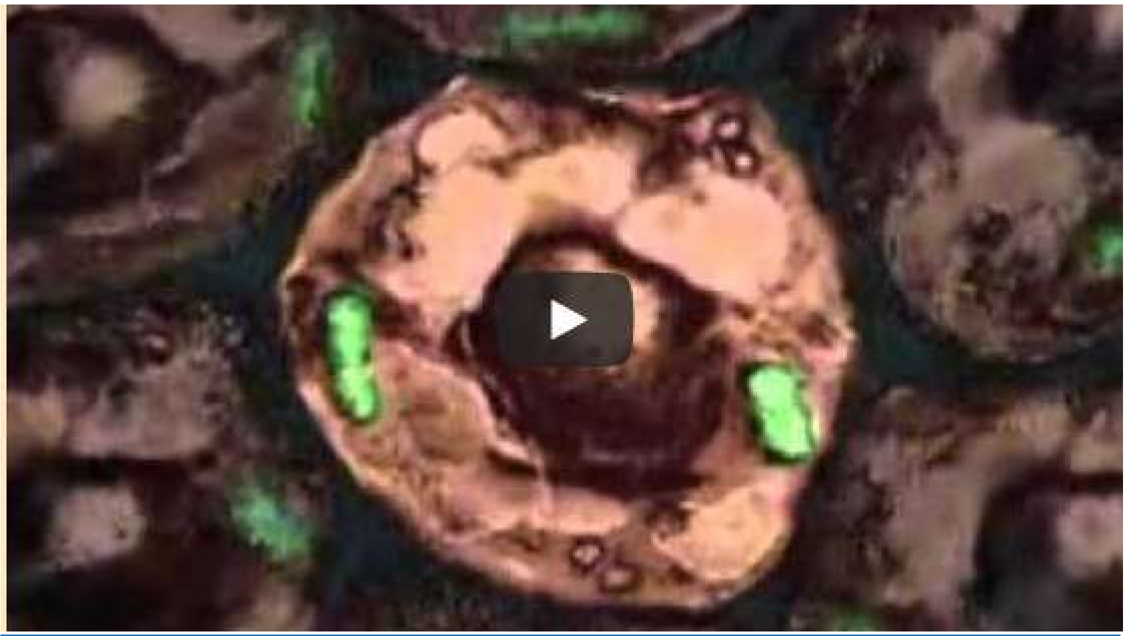
http://recursos.cnice.mec.es/biosfera/alumno/4ESO/seruni-pluricelulares/actividad17.htm

Para saber más

1. En el siguiente enlace podrás aprender algo más sobre la nutrición de las células:

http://recursos.cnice.mec.es/biosfera/alumno/4ESO/seruni-pluricelulares/contenidos6.htm

2. También puedes visualizar el siguiente vídeo sobre el funcionamiento de las células.



Vídeo nº 2: CÓMO FUNCIONAN LAS CÉLULAS. Autor: Desconocido

Fuente: Youtube

https://www.youtube.com/watch?v=S3s24ahBsxg

6) Los procesos de división celular: La Mitosis y La Meiosis

La **división celular** es una parte muy importante del ciclo celular en la que una **célula** inicial se divide para formar células hijas. Debido a la división celular se produce el crecimiento de los seres vivos.

Es importante conocer la diferencia entre mitosis y meiosis. Mientras que la mitosis siempre da lugar a células con el mismo número de cromosomas, y además, idénticos a los de las células madre, en el caso de la meiosis, el número de cromosomas es la mitad que en las células madre y, además, son diferentes, ya que se ha producido la recombinación genética. Otra diferencia importante es que la mitosis da lugar a dos células hijas y la meiosis a cuatro.

6.1. La Mitosis

Es un proceso de división celular, propio de las células eucariotas, mediante el cual una célula madre da lugar a dos células hijas con la misma información genética. Es un tipo de división asexual (NO hay mezcla de material genético de dos células distintas) necesaria para:

• Reproducción de muchos seres unicelulares.

• Desarrollo y crecimiento de organismos pluricelulares.

Cada mitosis está precedida por una interfase, durante la cual el ADN de los cromosomas se duplica, quedando formado cada cromosoma por dos cromátidas, lo que asegura que las dos células hijas obtengan exactamente la misma información genética de la célula madre.

La mitosis consta de 4 fases:

Profase: Durante esta fase el centriolo de la célula se duplica y cada uno se dirige a uno de los polos de la célula, la membrana nuclear se desintegra, los cromosomas se condensan y hacen visibles sus estructuras dobles. Se comienza a formar el huso acromático.

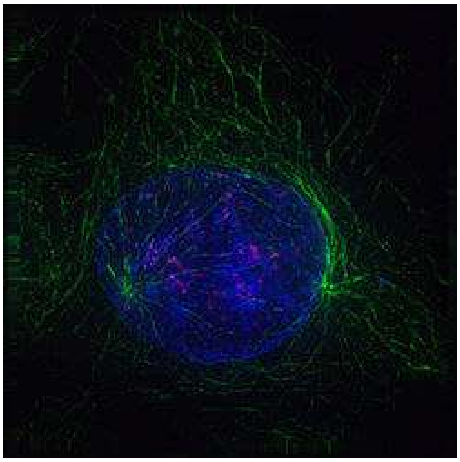


Imagen nº 17 . PROFASE. Fuente: Wikipedia https://es.wikipedia.org/wiki/Mitosis

Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público.

Anafase: Las cromátidas son divididas y dirigidas por el huso acromático hacia los polos opuestos de la célula.

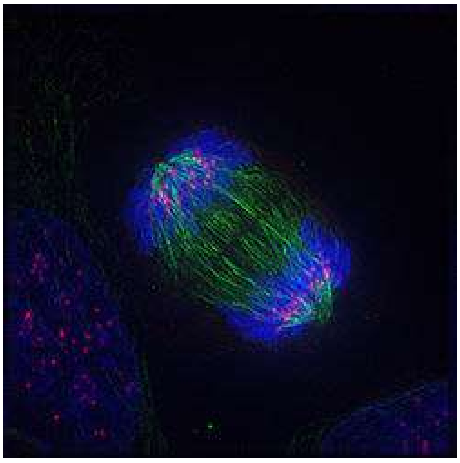


Imagen nº19. ANAFASE. Fuente: Wikipedia https://es.wikipedia.org/wiki/Mitosis

Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público.

Telofase: Llegan los cromosomas a los polos, se forma la membrana nuclear alrededor de los cromosomas. Los cromosomas de dilatan y ya no se pueden distinguir entre sí. La célula empieza mostrar en la membrana celular síntomas de división.

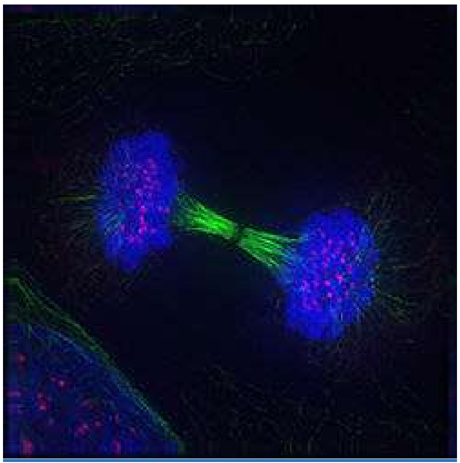


Imagen nº 20. TELOFASE. Fuente: Wikipedia https://es.wikipedia.org/wiki/Mitosis

Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público.

Tras el proceso de mitosis se produce la citocinesis: el citoplasma de la célula se divide de forma igual entre las células hijas, la membrana celular se divide y resulta 2 células genéticamente iguales y con la mitad del material citoplasmático de su progenitor.

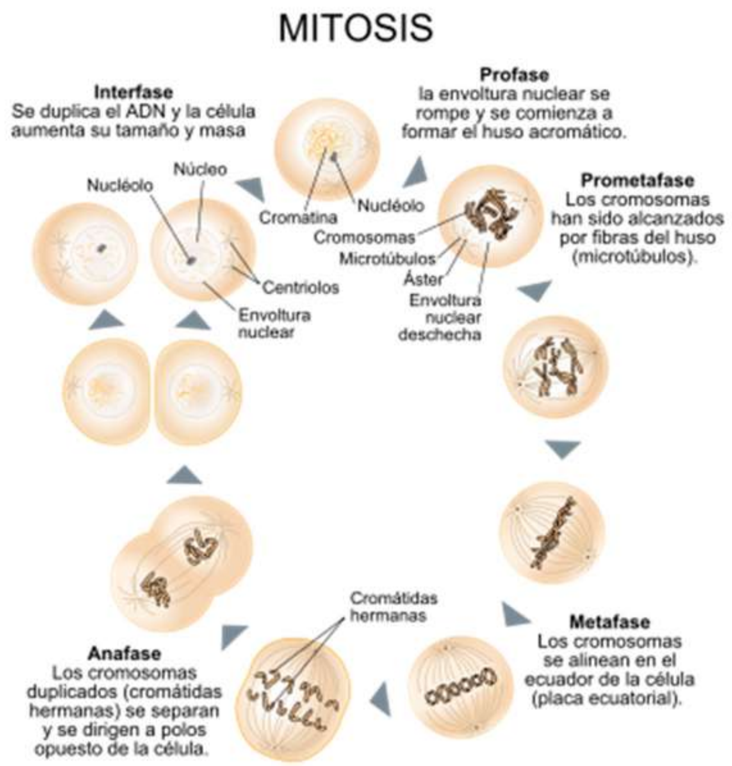


Imagen nº 21. Fuente: [Wikipedia](https://es.wikipedia.org/wiki/Mitosis) https://es.wikipedia.org/wiki/Mitosis

Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público.

6.2. La Meiosis

La meiosis es un proceso básico en la reproducción sexual, que se produce para dar lugar a las células reproductoras o gametos. Consiste en dos divisiones celulares consecutivas.

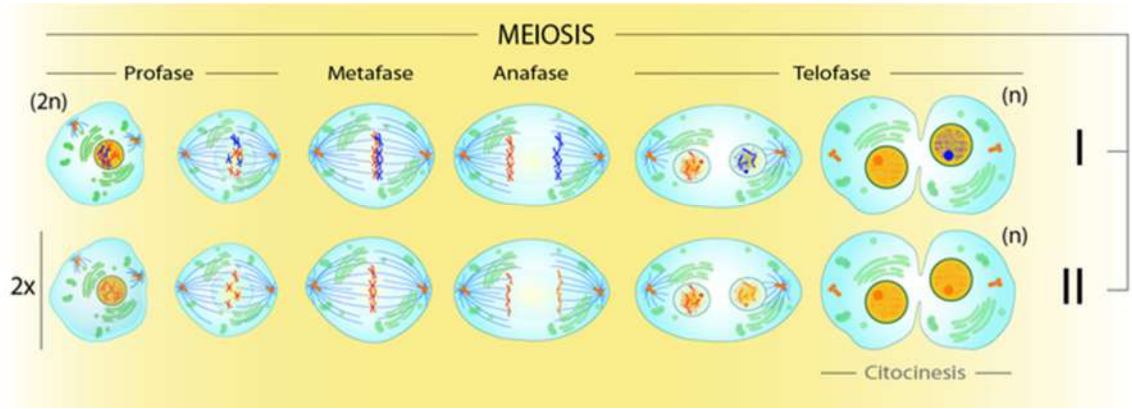
Mediante la meiosis, una célula con "n" pares de cromosomas (2n cromosomas) en su núcleo, dará lugar a cuatro gametos (óvulos o espermatozoides) con la mitad de cromosomas: sólo "n".

Los cromosomas de cada par son homólogos (es decir, tienen los mismos genes) pero no exactamente iguales. Uno procede del padre y otro de la madre.

• Al inicio de la meiosis se produce lo que llamamos la recombinación de los cromosomas homólogos, que consiste en que algunos genes del cromosoma procedente del padre pasan al de la madre y viceversa. Este proceso es la clave de la reproducción sexual, ya que permite que los hijos sean diferentes a los padres.

• Después de la recombinación, la célula se divide por primera vez y los cromosomas homólogos se separan, quedando cada célula con la mitad de cromosomas (n).

• A continuación, se produce una segunda división de cada célula, muy parecida a la mitosis (las dos cromátidas de cada cromosoma se separan) con lo que resultarán cuatro células (gametos) con "n" cromátidas cada una. Cada cromátida dará lugar al correspondiente cromosoma completo.



Meiosis. Se divide en dos etapas. Meiosis I o fase reductiva: su principal característica es que el material genético de las células hijas es la mitad (n) del de las células progenitoras (2n). Meiosis II o fase duplicativa: las células resultantes de esta etapa tienen diferente contenido genético que sus células progenitoras (n).

Imagen nº 22. Fuente: Wikipedia https://es.wikipedia.org/wiki/Meiosis

Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público.

Soluciones de los ejercicios propuestos

Actividad 1

Celdilla

Actividad 2

NO, suelen ser muy pequeñas, pero pueden ser tan grandes como el huevo de un avestruz y adoptar distintas formas según la función que cumplan.

Actividad 3

Unicelulares formados por una sola célula y pluricelulares formados por muchas.

Actividad 4

No presenta núcleo verdadero, son bacterias y por tanto unicelulares, los únicos orgánulos que poseen son los ribosomas.

Actividad 5

Su ADN se encuentra en un verdadero núcleo, tiene multitud de orgánulos y es la que poseen plantas y animales superiores.

Bloque 05. Tema 5.

Geometría Euclídea.

ÍNDICE

1) INTRODUCCIÓN. XX SIGLOS DE GEOMETRÍA

El tema que vamos a comenzar hace referencia a la geometría clásica o euclídea.

Unas pinceladas históricas a lo mejor te pueden interesar para animarte en el esfuerzo de comprender y disfrutar del conocimiento que tantas mentes brillantes nos han regalado.

La historia nos hace pensar, que los egipcios ya conocían muchos de los postulados de la geometría clásica 2700 años a.C., los plasmaron en sus impresionantes construcciones como las mastabas y con posterioridad las pirámides más evolucionadas de caras lisas, de la Dinastía IV (2500 a. C.), las pirámides de Keops, Kefren, y Micerino.

Sin embargo los primeros desarrollos de la geometría y, en general, de las matemáticas de manera sistemática, podemos decir que se encuentran alrededor de la cultura helénica, en la Grecia Antigua, sobre el año 600 a.C.

Pero un hito en el desarrollo general de la geometría y las matemáticas, habrá que situarlo en el 300 a.C. con la aparición del libro de Euclides llamado ***Los Elementos*** (una de sus cinco obras que han llegado hasta nuestros días), cuya influencia en la historia ha sido extraordinaria, siendo durante más de 20 siglos la guía de la enseñanza de la geometría básica, la cual estudiamos ajenos a su historia y, quizá con menos entusiasmo que lo haría un estudiante de la Biblioteca de Alejandría.

¿Por qué es tan importante el libro de los Elementos de Euclides?

La trascendente tarea de Euclides está en recoger y estructurar el patrimonio matemático griego bajo una relación lógica de sus elementos.

Así, más que crear unas matemáticas nuevas (*lo que habían hecho un brillante grupo de matemáticos anteriores Tales, Pitágoras, Hipócrates, Demócrito, Arquitas, y sobre todo los de la Academia de Atenas, Teeteto, Eudoxo, Menecmo, Dinostarto, que bajo la dirección matemática y filosófica platónica realizaron el llamado «milagro griego» en Matemáticas*), a Euclides le cabe el inmenso mérito de la ordenación y sistematización de la Geometría griega elemental, de manera que con independencia de sus aportes originales, su mayor contribución se le reconoce como gran recopilador y creador de un estilo de exposición –el método axiomático–, de modo que en lenguaje actual diríamos que Euclides es un gran maestro y su obra fundamental un Libro de Texto, que establece un modelo de exposición y de demostración en Matemáticas, una especie de norma académica de obligado respeto para todo matemático.

En el tema que desarrollamos seguidamente solo se estudian algunas de las proposiciones y teoremas euclídeos la mayoría sin demostración (sin fundamentación sobre los postulados).

Todas las proposiciones y teoremas, tienen su demostración. El interesado puede visitar la siguiente página web.

http://newton.matem.unam.mx/geometria

De manera general del libro de los Elementos veremos algunas:

- **Definiciones. F**rases breves y precisas con las que se *introducen los conceptos* matemáticos y se da *nombre a los diversos elementos geométricos* que intervienen en las proposiciones.

  D.I.1. Punto es lo que no tiene partes.

  D.I.2. Línea es la longitud sin anchura.

  D.I.3. Los extremos de la línea son puntos.

  D.I.4. Línea recta es la que yace por igual sobre sus puntos.

  D.I.5. Superficie es lo que sólo tiene largo y ancho.

  D.I.6. Los extremos de la superficie son líneas.

  D.I.7. Superficie plana es la que yace por igual sobre sus rectas.

  D.I.8. Angulo plano es la inclinación de dos líneas que se encuentran en un plano y no yacen las dos sobre una recta.

  D.I.9. Si las dos líneas que contienen el ángulo son rectas, el ángulo se llama rectilíneo.

  D.I.10. Si una recta trazada sobre otra forma con ella dos ángulos contiguos iguales cada uno de ellos es recto, y la recta se llama perpendicular a aquella sobre la cual se trazó.

  D.I.11. Ángulo obtuso es el mayor que el recto.

  D.I.12. Ángulo agudo es el menor que el recto.

- **Axiomas. V**erdades autoevidentes comunes a todas las ciencias.

  NC1. Cosas iguales a una misma cosa son iguales entre sí.

  NC2. Si a cosas iguales se agregan cosas iguales, los totales son iguales.

  NC3. Si de cosas iguales se quitan cosas iguales, los restos son iguales.

  NC4. Las cosas que se superponen una a la otra son iguales entre sí.NC5. El todo es mayor que la parte.

- **Postulados. Ve**rdades menos obvias que se refieren solamente *a la materia concreta de que se trate*, en este caso a la Geometría.

  P1. [Es posible] trazar una línea recta desde un punto cualquiera a otro punto cualquiera.

  P2. [Es posible] prolongar de una manera ilimitada en línea recta una recta limitada.

  P3. [Es posible] describir un círculo para cada centro y cada radio.

  P4. Todos los ángulos rectos son iguales.

  P5. Si una recta, al incidir sobre otras dos, forma del mismo lado ángulos internos menores que dos rectos, las dos rectas prolongadas indefinidamente se encontrarán en el lado en que estén los ángulos menores que dos rectos.

- **Proposiciones. E**nunciados que se demuestran a partir de las proposiciones anteriores y las asunciones aceptadas en Postulados y Axiomas.

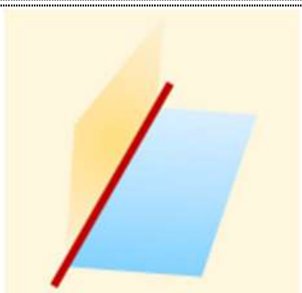
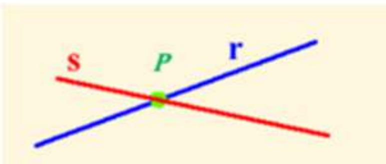
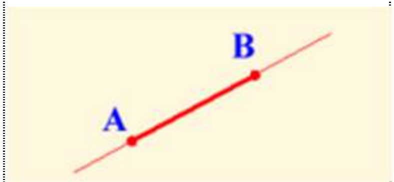
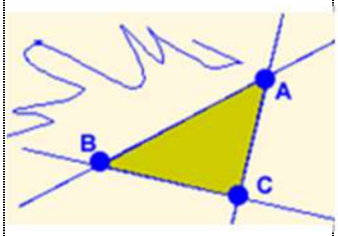
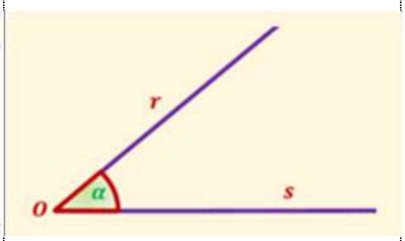
2) PUNTOS, RECTAS, PLANOS

Comencemos con una de las primeras 23 definiciones de Euclides:

(D.I.1). Punto es lo que no tiene partes.

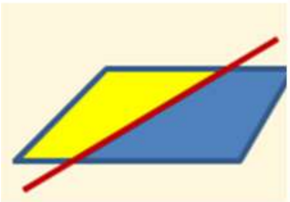
- Partimos de la existencia de infinitos puntos cuyo conjunto llamamos **ESPACIO**.
- Los puntos del espacio los podemos agrupar en conjuntos parciales formados por infinitos puntos, a los que denominaremos **Planos.**
- Dentro de un plano, podemos hacer agrupaciones de infinitos puntos a los que vamos a denominar **RECTAS.**

Estos tres conceptos construidos por la imaginación humana se relacionan entre sí de la siguiente manera.

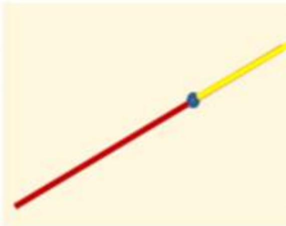
Dos planos que se cortan determinan una recta (r)	Dos rectas que se cortan determinan un punto (P)	Dos puntos unidos representan un segmento y prolongado por sus extremos una recta.
		
Tres puntos no alineados determinan un plano.	Dos rectas que se cortan determinan un ángulo plano.	
		

De las expresiones anteriores podemos deducir:

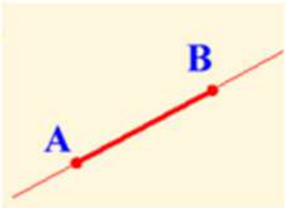
Una sola recta divide al plano que la contiene en dos partes iguales llamadas **semiplanos**.



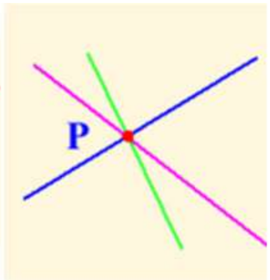
Un punto sobre una recta, divide a dicha recta en dos partes iguales llamadas **semirrectas**.



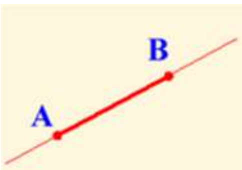
Dos puntos señalados sobre una recta definen un **segmento de recta**.



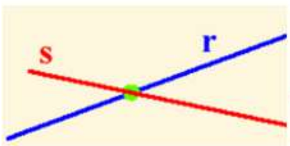
Por un punto pueden pasar infinitas rectas.



Por dos puntos sólo puede pasar una recta.

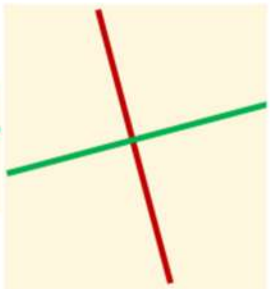


Dos rectas son secantes cuando tienen un solo puto común.



Dos rectas paralelas no tienen ningún punto en común.

Dos rectas se dicen perpendiculares si una recta trazada sobre otra forma con ella dos ángulos contiguos iguales (cada uno de ellos es recto), y la recta se llama perpendicular a aquella sobre la cual se trazó.



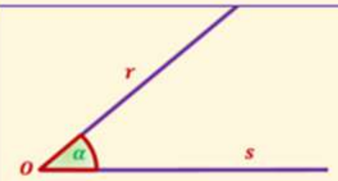
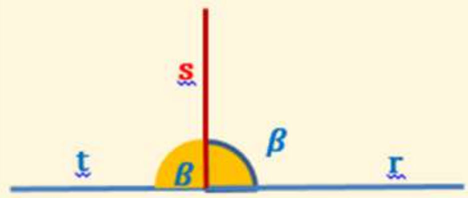
Ejercicio 1

Selecciona las respuestas correctas.

	Todas las rectas secantes son perpendiculares.
	Todas las rectas perpendiculares son secantes
	Las rectas paralelas sólo tienen un punto en común
	Un ángulo define una porción infinita de plano
	El matemático griego que recopila el conocimiento antiguo de su época fue Pitágoras
	A la geometría clásica también le llamamos Euclídea
	Antes de la cultura helenística (600 a.C) no existía la matemática

3) ÁNGULOS

Las definiciones euclidianas sobre ángulos.

D.I.8. Angulo plano es la inclinación de dos líneas que se encuentran en un plano y no yacen las dos sobre una recta. **D.I.9. Si las dos líneas que contienen el ángulo son rectas, el ángulo se llama rectilíneo.**	
D.I.10. Si una recta trazada sobre otra forma con ella dos ángulos contiguos iguales cada uno de ellos es recto, y la recta se llama perpendicular a aquella sobre la cual se trazó. **D.I.11. Ángulo obtuso es el mayor que el recto.** **D.I.12. Ángulo agudo es el menor que el recto.**	

En la geometría griega no se utilizaba el concepto de grado como unidad de medida de los ángulos. La única medida de ángulo considerada era el ángulo recto definido por perpendicularidad, como uno de los ángulos iguales que se forman al interseccionar dos rectas.

(La utilización de medidas del ángulo se vendrá posteriormente con Hiparco y Ptolomeo).

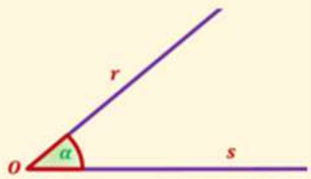
Al punto de intersección de las semirrectas que definen el ángulo se le llama vértice del ángulo. (O)

A las semirrectas Or y Os, se les denomina lados del ángulo.

Un ángulo como el de la figura se puede simbolizar de las siguientes formas:

Un ángulo como el de la figura se puede simbolizar de las siguientes formas:

- Definiendo el vértice y las semirrectas de los lados. $\widehat{rOs}$
- Nombrando el vértice del ángulo. $\widehat{O}$
- Mediante una letra griega. **α.**

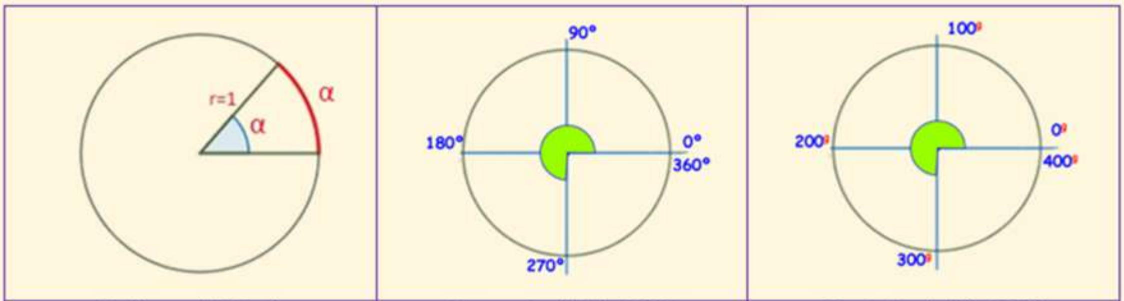


En el campo de la geometría es frecuente la utilización del alfabeto griego clásico para la definición de los elementos geométricos por ello insertamos la tabla siguiente:

Nombre de la letra:	Minúscula	Mayúscula	Nombre de la letra:	Minúscula	Mayúscula
Alfa	α	Α	Nu	ν	Ν
Beta	β	Β	Xi	ξ	Ξ
Gamma	γ	Γ	Ómicron	ο	Ο
Delta	δ	Δ	Pi	π	Π
Épsilon	ε	Ε	Rho(ro)	ρ	Ρ
Zeta	ζ	Ζ	Sigma	σ	Σ
Eta	η	Η	Tau	τ	Τ
Theta (tita)	θ	Θ	Ípsilon	υ	Υ
Iota	ι	Ι	Phi (fi)	φ	Φ
Kappa	κ	Κ	Ji o Chi	χ	Χ
Lambda	λ	Λ	Psi	ψ	Ψ
Mu	μ	Μ	Omega	ω	Ω

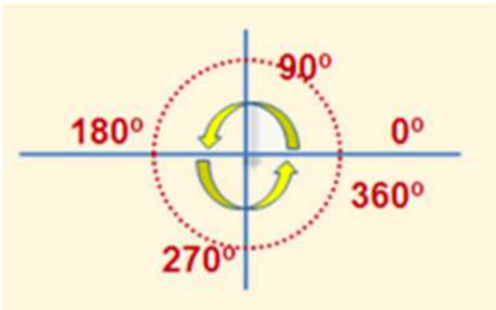
Existen diferentes unidades de medida de ángulos: el **grado centesimal** (gradian), el grado **sexagesimal** y el **radian,** que es la unidad de medida en el sistema internacional de unidades.

Según la unidad utilizada, el ángulo completo de una circunferencia tomará distintos valores.

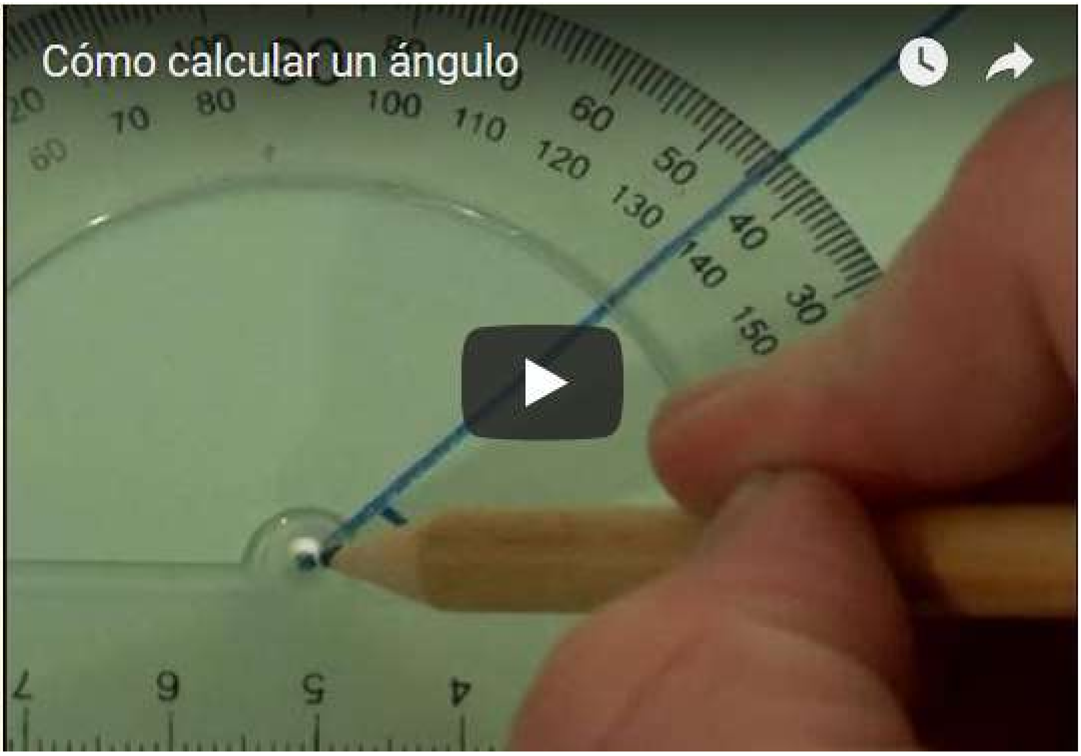


Radianes.(θ=2.π) | Sexagesimal. (θ=360º) | Centesimal. .(θ=400ᵍ)

Por convenio los ángulos se miden en sentido contrario al movimiento de las agujas del reloj, los ángulos positivos son antihorarios y los negativos horarios.



En este vídeo puedes aprender a medir y trazar ángulos con la ayuda de un transportador de ángulos.



Vídeo nº 1. ¿Cómo calcular un ángulo?
Fuente: https://www.youtube.com/watch?v=V7R2Yf00uBs&feature=youtu.be

3.1) SISTEMA SEXAGESIMAL

Sistema sexagesimal.

- Es un antiguo sistema de numeración de carácter posicional de potencias de 60, es decir, que la base de numeración tenía 60 dígitos diferentes.
- En el sistema sexagesimal de ángulos utilizamos como unidad de medida el grado.

El ángulo **completo** tiene un valor de 360º, el **llano** de 180º y el **recto** de 90º

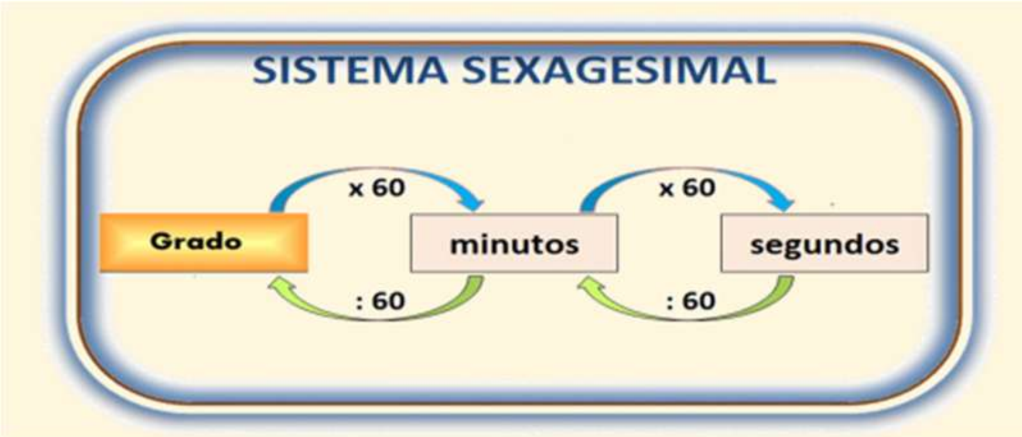
Si bien la unidad de medida es el grado **(°)**, actúan como submúltiplo el minuto de arco o **arcominuto** y el segundo de arco o **arcosegundo**.

(arco-minuto y arco-segundo no tienen ninguna relación con la medida del tiempo, son medidas de ángulos).

Para pasar de una unidad a otra deberemos tener en consideración las equivalencias entre la unidad y sus submúltiplos:

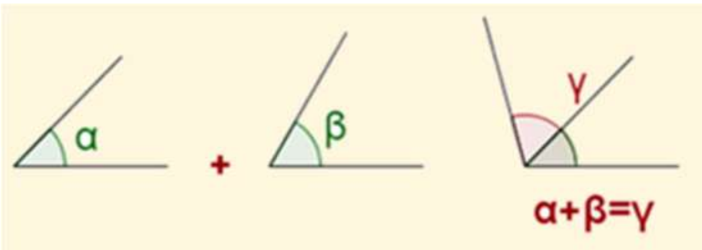
1° equivalente a **60** minutos de arco. **1° = 60'**.

1' equivale a 60 segundos de arco. **1'=60"**



Suma de ángulos

La suma de dos ángulos es otro ángulo cuya amplitud es la suma de las amplitudes de los dos ángulos iniciales.

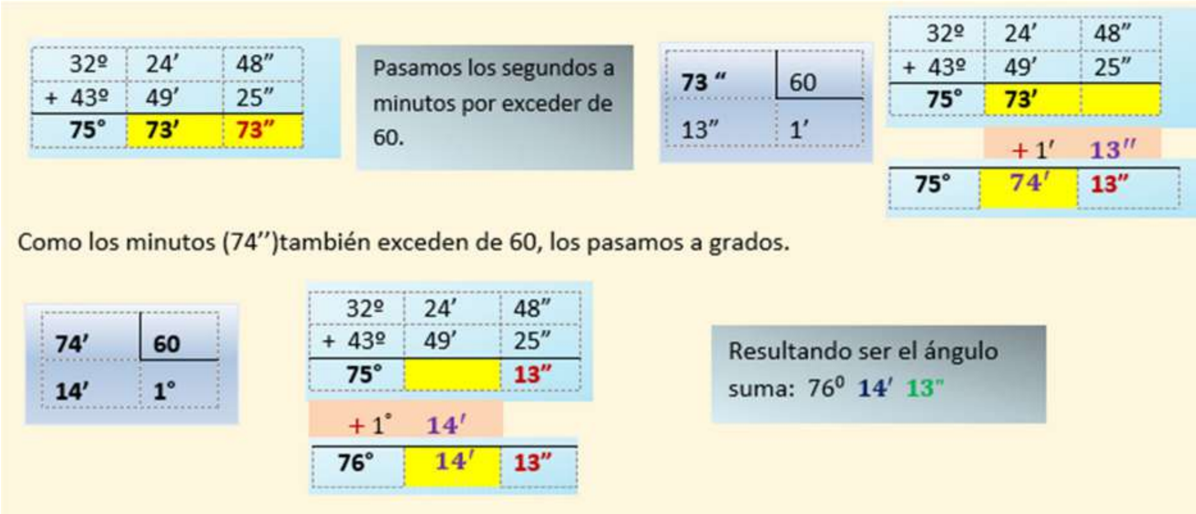


Numéricamente procedemos del siguiente modo:

1) Para **sumar ángulos** se colocan los **grados** debajo de los **grados**, los **minutos** debajo de los **minutos** y los **segundos** debajo de los **segundos** y **se suman.**
2) Si los **segundos suman más de 60**, se **divide** dicho número entre 60; el resto serán los segundos y el **cociente** se añadirán a los **minutos.**
3) Si los minutos también excediesen de 60 dividiríamos dicho número entre 60, el resto serán minutos y el **cociente** se añadirán a los **grados.**

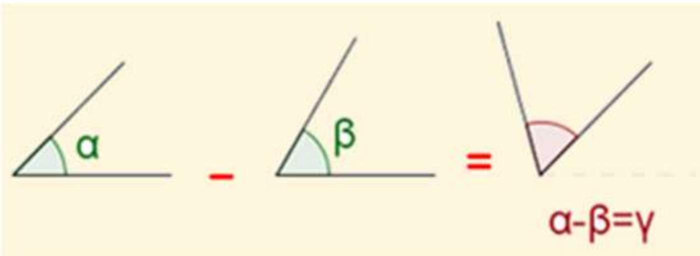
Veamos un ejemplo:

Suma los ángulos α de 32º 24’ 48”, con el ángulo β de 43º 49’ 25”



Resta de ángulos

La resta de dos ángulos es otro ángulo cuya amplitud es la diferencia entre la amplitud del ángulo mayor y la del ángulo menor.

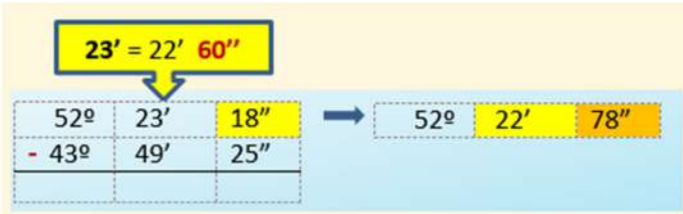
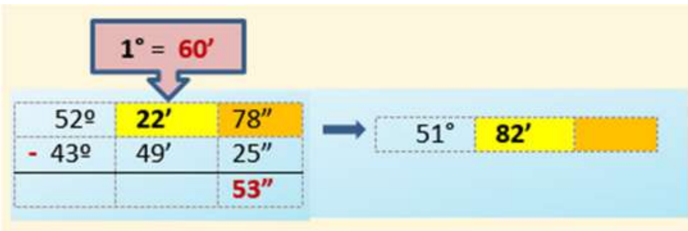
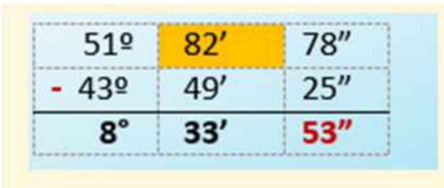


Numéricamente procedemos del siguiente modo:

1) **Para** restar ángulos **se colocan los** grados **debajo de los** grados**, los** minutos **debajo de los** minutos **y los** segundos **debajo de los** segundos**.**
2) Si el cardinal del minuendo es menor que el cardinal del sustraendo**, convertimos un minuto del ángulo del minuendo en 60 segundos y se lo** sumamos a los segundos iniciales del ángulo del minuendo. A continuación restamos los segundos.
3) Si los minutos **del minuendo fuesen inferiores a los minutos del sustraendo, transformaríamos un grado en minutos,** se los sumaríamos a los minutos que tengamos en el minuendo y proseguimos la resta.

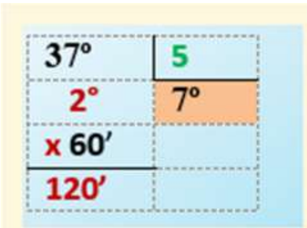
Veamos un ejemplo:

Resta al ángulos α de 52º 23’ 18”, el ángulo β de 43º 49’ 25”

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>Los segundos de arco del minuendo son menores que los segundos de arco del sustraendo. Hacemos la siguiente modificación: 23’= 22’, 60’’ modificando de esta forma el ángulo del minuendo pudiendo comenzar la resta de valores.</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>Como resulta que los minutos de arco del minuendo (22’) son mayores que los minutos de arco del sustraendo (49’), procedemos a realizar la siguiente modificación: 1° = 60’, que nos permite avanzar y finalizar la resta, siendo el resultado final de: 8° 33’ 53”.</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">
</td>
</tr>
</table>

Multiplicación de ángulos

La **multiplicación** de un **número por un ángulo** es otro ángulo cuya **amplitud es la suma** de tantos **ángulos iguales al dado** como indique el número.



Numéricamente procedemos del siguiente modo:

La **multiplicación** de un **número por un ángulo** es otro ángulo cuya **amplitud es la suma** de tantos **ángulos iguales al dado** como indique el número por el que se multiplica.

Numéricamente procedemos del siguiente modo:

1º) Multiplicamos los segundos, minutos y grados por el número.

2º) Si los cardinales de las unidades de los segundos sobrepasan el número 60, se realizará la conversión pertinente de segundos a minutos, dividiendo para ello por 60. El cociente de dicha división representa minutos mientras que el residuo de la misma son segundos.

3º) Se hace lo mismo para los minutos.

Veamos un ejemplo:

Multiplica el ángulo α de 32º 23’ 49” por cinco.

32°	23’	48”
	x	5
160°	115’	**245”**

Como los minutos y segundos exceden de 60 tendremos que pasar parte de este valor a una unidad superior para ello dividiendo por 60, comenzando por los segundos.

Por lo que podemos decir que **245’’ = 4’, 5’’** quedando el ángulo modificado como: **160° 119’ 5’’**

245”	60
5”	4’

160°	115’	
+	**4’**	5”
160°	119’	**5”**

Repetimos el proceso para los minutos por superar estos el valor de 60.

Resultando que **119’ = 1° 59’.**

Quedando definitivamente el ángulo con un valor de **161° 59’ 5’’**

119’	60
59’	1°

160°		**5”**
+ 1°	**59’**	
161°	59’	**5”**

División de ángulos.

La **división de un ángulo** por un **número** es hallar otro **ángulo** tal que multiplicado por ese número da como resultado el **ángulo** original.

37°	**5**
2°	7°
x 60’	
120’	

Numéricamente procedemos del siguiente modo:

1º) **Comenzamos dividiendo el cardinal de los grados por el número dado (divisor).**

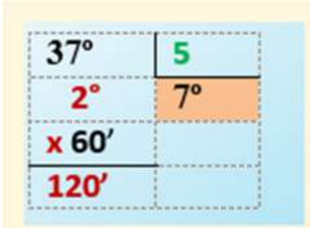
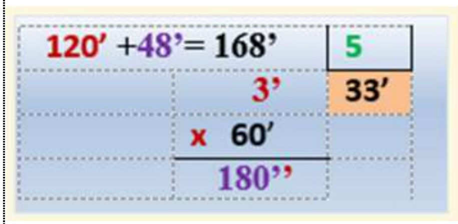
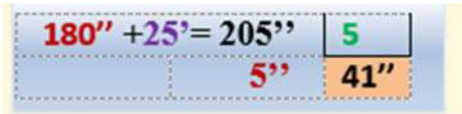
2º) El cociente de la división son los grados y **al resto o residuo lo multiplicamos por 60**, para transformarlo en minutos.

3º) Se añaden estos minutos a los que tenía el ángulo inicial y se divide el número de minutos resultante por el divisor dado, transformando los minutos del residuo de la visión en segundos.

4º) Se añaden estos segundos a los que tenía el ángulo inicial y se divide el número de segundos resultante por el divisor dado.

Veamos un ejemplo:

Divide el ángulo α de 37º 48’ 25” en cinco partes.

Comenzamos dividiendo los grados del ángulo inicial. Los dos grados del resto los pasamos a minutos y se los sumamos a los minutos del ángulo inicial para a continuación dividir de nuevo por cinco.		
Los tres minutos del resto los pasamos a segundos y se los sumamos a los segundos del ángulo inicial para a continuación dividir de nuevo por cinco.		**Resultando el valor final del ángulo de 7º 33’ 41’’ con un resto de 60 décimas de arco.(5’’.60/5).**

Ejercicio 2

¿Cuál es el nombre de las siguientes letras griegas?

π	
α	
γ	
β	
λ	
μ	
ω	

Ejercicio 3

Realiza las siguientes operaciones con ángulos.

35º 33' 54'' + 7º 42' 25'' = ______ º ______ ´ ______ “

3.2) SISTEMA INTERNACIONAL. EL RADIÁN

Se denomina **radian** (rad), al ángulo central (*ángulo que tiene su vértice en el centro de la circunferencia*) y cuyos lados determina sobre la misma un arco de longitud igual al radio de la circunferencia.

Como la longitud de la circunferencia es **L=2.Π.r**, podremos decir que el ángulo completo equivale a:

$$\theta_{rad} = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi\ (\mathrm{rad})$$

De la misma forma diríamos que el ángulo **llano** tiene π radianes o que el ángulo **recto** tiene π**/2** radianes.

Para pasar de grado a radianes plantearemos la siguiente proporción:

$$\frac{\theta_{rad}}{\theta^{\circ}} = \frac{2\pi}{360^{\circ}} \longrightarrow \theta_{rad} = \frac{2\pi}{360^{\circ}} . \theta^{\circ}$$

Para pasar de radianes a grado plantearemos la siguiente proporción:

$$\frac{\theta^{\circ}}{\theta_{rad}} = \frac{360^{\circ}}{2\pi} \longrightarrow \theta^{\circ} = \frac{360^{\circ}}{2\pi} . \theta_{rad}$$

Ejemplo. Si conocemos que el ángulo central α es igual a 36°. ¿Cuál será su valor en radianes?

$$\frac{\alpha_{rad}}{36^{\circ}} = \frac{2\pi}{360^{\circ}} \longrightarrow \alpha_{rad} = \frac{2\pi}{360^{\circ}} . 36^{\circ} = \frac{\pi}{5}\ (rad)$$

Ejemplo. Si conocemos que el ángulo central β es igual a π/4 rad. ¿Cuál será su valor en grados?

$$\frac{\beta^{\circ}}{\pi/4} = \frac{360^{\circ}}{2\pi} \longrightarrow \beta^{\circ} = \frac{360^{\circ}}{2\pi} . \pi/4 = 45^{\circ}$$

Debemos observar que el **radian** representa la constante de razón entre el arco y el radio, por tanto es un número que carece de unidades, pues lo que nos indica es las veces que el arco contiene al radio.

La utilidad del radian estriba que tanto el ángulo como el arco que define contienen el mimos número de radianes. Luego cuando utilizamos el radian es indiferente referirnos al arco o al ángulo.

Ejercicio 4

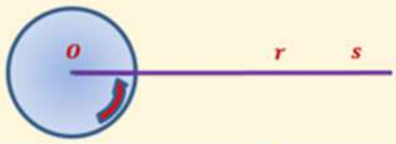
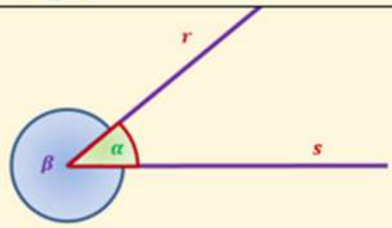
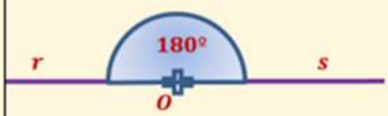
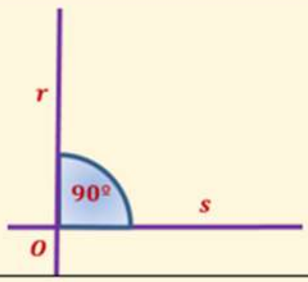
Determina el valor en radianes de los siguientes ángulos:

a) μ= 60º

b) β= 150º

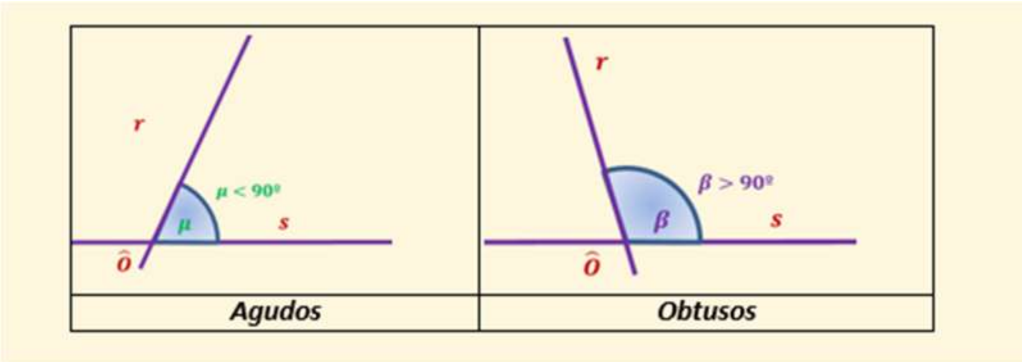
c) θ= 270º

3.3) CLASIFICACIÓN DE LOS ÁNGULOS

• Llamaremos **ángulo completo** aquél que abarca todos los puntos del plano. El valor asignado es de **360º**	
• Dos semirrectas con origen común definen sobre el plano dos ángulos α (llamado ángulo **convexo)** y β (llamado ángulo **cóncavo**). La suma de un ángulo cóncavo con su convexo respectivo suman 360° grados. $\alpha + \beta = 360º$	
• Cuando el ángulo **cóncavo es igual al convexo**, le llamaremos **ángulo llano** y, en él, los lados del ángulo son semirrectas opuestas.	
• Cuando los lados de un ángulo son semirrectas perpendiculares, al ángulo formado le llamamos ángulo **recto.**	

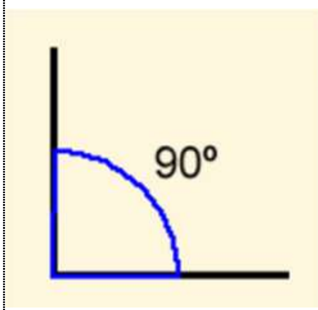
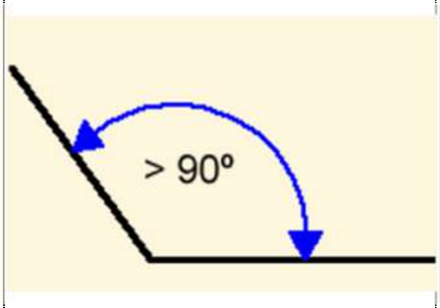
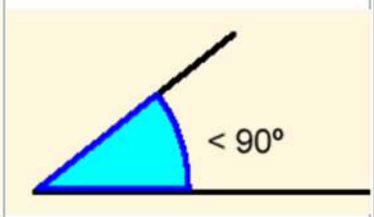
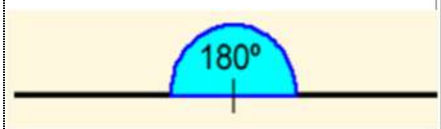
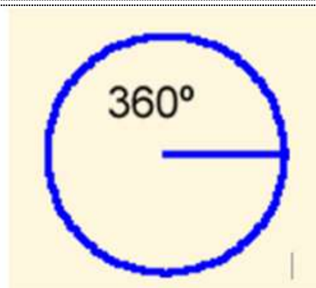
Si tomamos como referencia el ángulo de 90º, los ángulos los podemos denominar como:

- ***Agudos*** si son **menores** que un recto.
- ***Obtusos*** si son **mayores** que un recto.



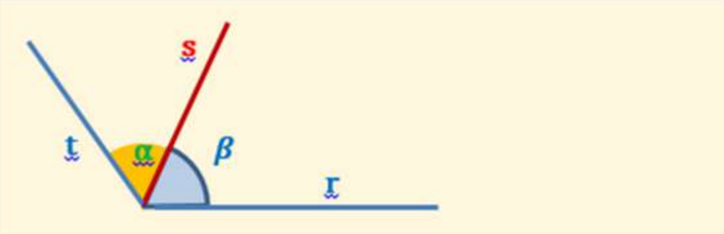
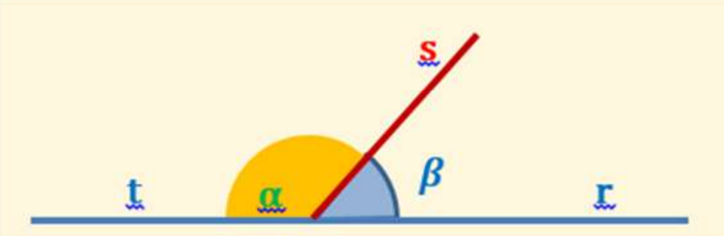
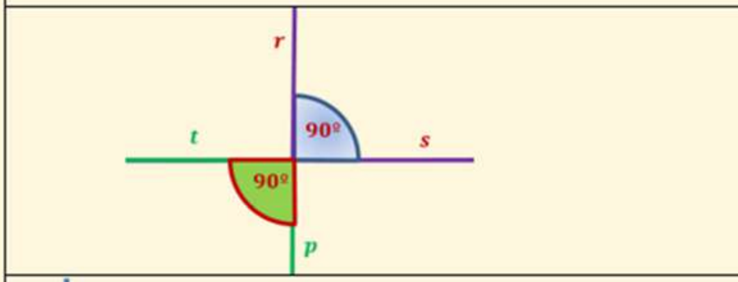
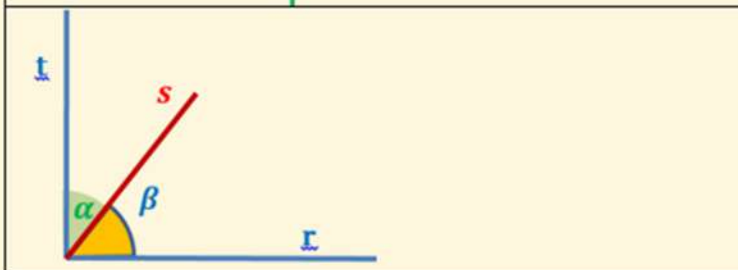
Ejercicio 5

¿Cómo se denominan estos ángulos?

		
______________	______________	______________
		
	______________	______________

3.4) RELACIÓN ENTRE PAREJAS DE ÁNGULOS

Los ángulos emparejados también reciben nombres específicos, veamos cuales son:

	Ángulos **consecutivos:** aquellos ángulos que tienen el mismo vértice y un lado en común. α y *β* **consecutivos.**
	Ángulos **adyacentes:** aquellos ángulos consecutivos en los que el lado no compartido son semirrectas opuestas. α y *β* **adyacentes.**
	Ángulos **suplementarios:** aquellos ángulos cuya suma es el valor de un llano, es decir, 180º. $\alpha + \beta$ son suplementarios si $\alpha + \beta = 180°$
	Ángulos **complementarios:** aquellos ángulos cuya suma es el valor de un recto, es decir, 90º. $\alpha + \beta$ son complementarios si. $\boldsymbol{\alpha + \beta = 90°}$

Ejercicio 6

Indica si son Verdaderas o Falsas las siguientes afirmaciones:

Dos ángulos adyacentes son aquellos que:

	V / F
Suman 90°	
Suman 45°, tienen el vértice común, un lado común y los otros lados son uno prolongación del otro	
Siendo suplementarios, tienen el vértice común, un lado común y los otros lados son uno prolongación del otro	

Ejercicio 7

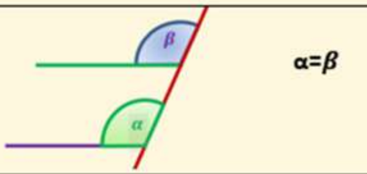
¿Qué podríamos decir que todos los ángulos adyacentes son consecutivos o que todos los ángulos consecutivos son adyacentes?

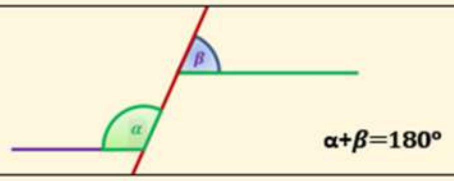
3.5) IGUALDAD ENTRE ÁNGULOS

Es muy importante saber que dos ángulos son iguales cuando cumplen alguna de las condiciones siguientes:

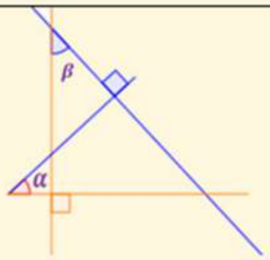
Dos ángulos que tienen sus lados paralelos entre sí, o son iguales o son suplementarios.

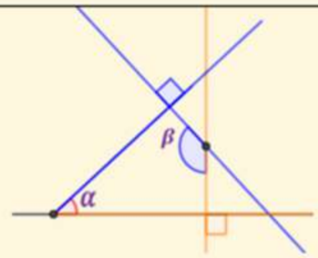
Proposición I.29. Una recta que incide sobre dos paralelas forma ángulos alternos iguales entre sí.



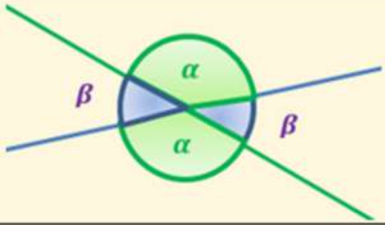


Dos ángulos que tienen sus lados perpendiculares entre sí, o son iguales o son suplementarios.

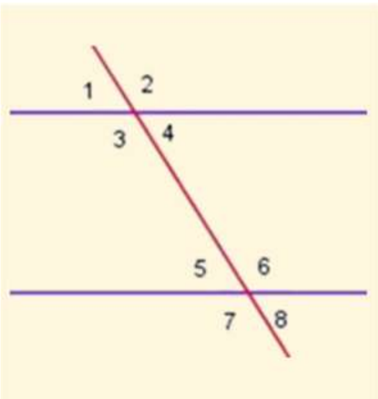




Proposición I.15. Si dos rectas se cortan, forman ángulos opuestos por el vértice que son iguales.



También tenemos que conocer que dos rectas paralelas cortadas por una tercera recta determinan ocho ángulos que guardan relación entre sí:



Atendiendo a su disposición respecto a las rectas los ángulos podemos caracterizarlos como:

- **Ángulos internos (3, 4, 5 y 6).** Los ángulos internos a un mismo lado de la transversal a dos rectas paralelas son **suplementarios.**

$$\hat{3}+\hat{5}=180^\circ=\hat{4}+\hat{6}$$

- **Ángulos externos (1, 2, 7 y 8).** Los ángulos externos a un mismo lado de la transversal a dos rectas paralelas son **suplementarios.**

$$\hat{1}+\hat{7}=180^\circ=\hat{2}+\hat{8}$$

- **Ángulos correspondientes:** Son aquellos que están al mismo lado de las paralelas y al mismo lado de la transversal.
  Los ángulos correspondientes son iguales.

$$\hat{2}=\hat{6};\ \hat{4}=\hat{8};\ \hat{1}=\hat{5};\ \hat{3}=\hat{7}$$

- **Ángulos alternos internos:** Son aquellos ángulos interiores que están a distinto lado de la transversal y a distinto lado de las paralelas.
  Los ángulos alternos internos son iguales.

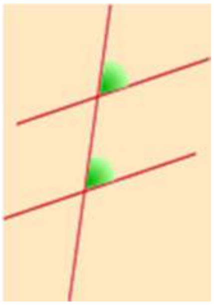
  $$\hat{3} = \hat{6}; \text{ y } \hat{4} = \hat{5}$$

- **Ángulos alternos externos:** Son aquellos ángulos exteriores que están a distinto lado de la transversal y a distinto lado de las paralelas.
  Los ángulos alternos externos son iguales.

  $$\hat{1} = \hat{8} \text{ y } \hat{2} = \hat{7}$$

Ejercicio 8

Indica si son Verdaderas o Falsas las siguientes afirmaciones:



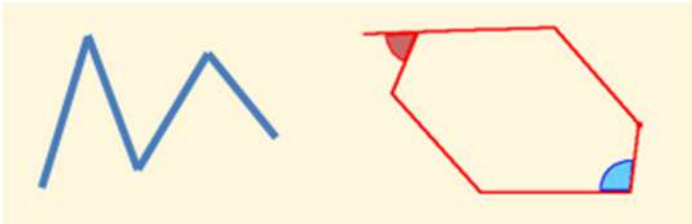
De los ángulos de la figura podemos decir que …..

	V / F
Son iguales por ser ángulos internos	
Son iguales por ser externos internos	
Ninguna de las anteriores es correcta	

4) POLÍGONOS

La línea de puntos formada por segmentos rectilíneos se les denomina poligonal.

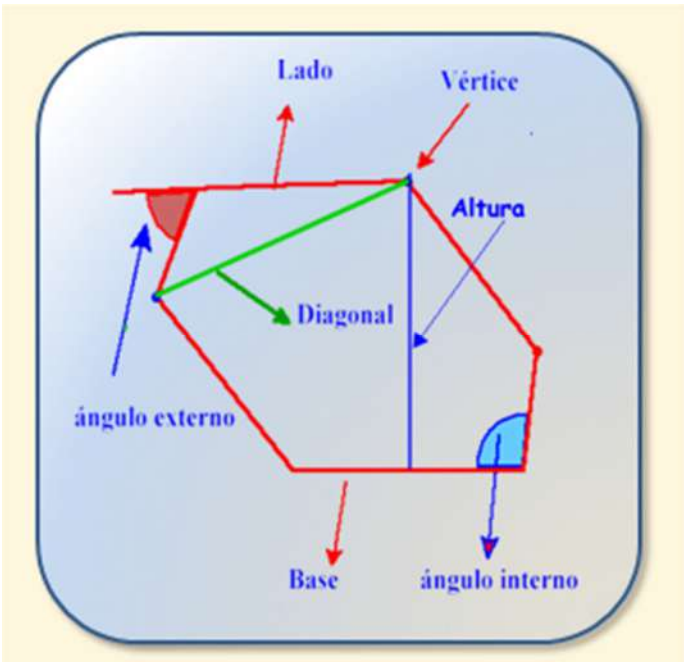
Las líneas poligonales pueden ser **abiertas** o **cerradas**.



Las líneas **poligonales cerradas** dan lugar a los **polígonos**, que podemos definirlos como el conjunto de puntos del plano delimitados por una línea poligonal cerrada. Por tanto, un polígono representa una superficie.

En un polígono podemos diferenciar diferentes elementos:

- ***Lados***: son los segmentos rectilíneos que lo delimitan.
- ***Ángulos interiores***: los que forman dos lados contiguos en el interior del polígono.
- ***Ángulos exteriores***: los que forman dos lados contiguos en el exterior del polígono.
- ***Vértices***: los puntos donde coinciden dos lados.
- ***Diagonales***: las rectas que unen dos vértices que no sean consecutivos.
- ***Base:*** es cualquiera de los lados (normalmente el lado en que se "apoya" la figura).
- ***Altura***: es el segmento perpendicular desde el vértice al lado opuesto o a su prolongación.



4.1) CLASIFICACIÓN DE LOS POLÍGONOS

Podemos clasificar a los polígonos atendiendo a **sus ángulos** o a sus **lados**.

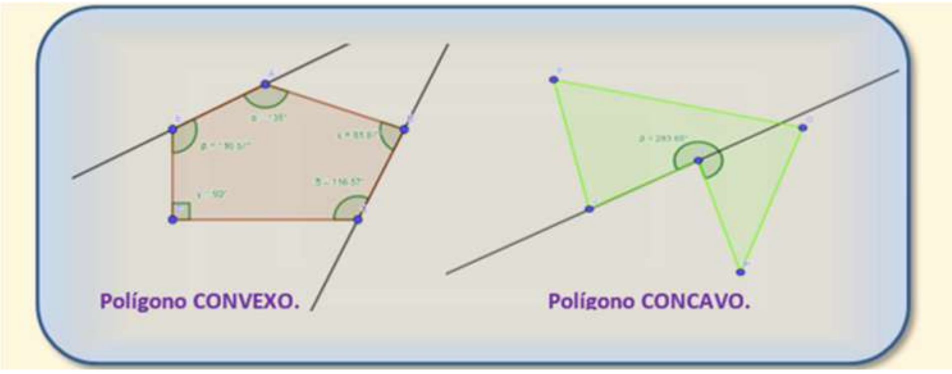
- **Según sus ángulos:** Pueden ser polígonos **cóncavos** o polígonos **convexos**.

  a) Un polígono es convexo cuando todos sus ángulos internos valen **menos de 180º**.

     En un polígono convexo, todos los lados están en el mimo semiplano que formaría la prolongación de cualquiera de los lados. Es decir, la prolongación de cualquier lado no divide al polígono.

  b) Un polígono es **cóncavo** cuando tiene *por lo menos un ángulo interno cóncavo o **mayor que 180º**.*

     En un polígono cóncavo encontraremos que la prolongación de algunos de los lados divide al polígono en dos partes.



- **Según sus lados:**

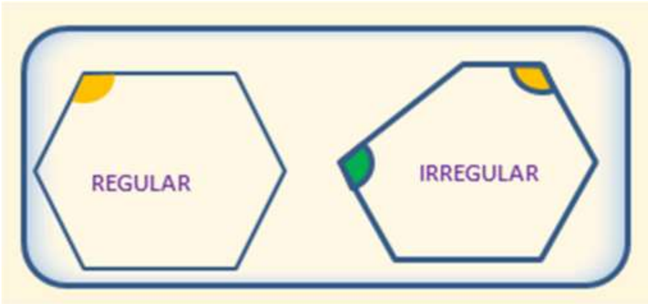
Los polígonos según el número de lados que lo forman reciben nombres diferentes.

Para poder cerrar un polígono necesitamos al menos tres lados porque con menos no puede delimitarse una superficie cerrada.

En la tabla siguiente están relacionados los nombres de los polígonos con su número de lados.

LADOS	NOMBRE	LADOS	NOMBRE
3	triángulo	17	Heptadecágono
4	cuadrilátero	18	octodecágono
5	pentágono	19	eneadecágono
6	hexágono	20	isodecágono
7	heptágono	30	triacontágono
8	octógono	40	tetracontágono
9	eneágono	50	pentacontágono
10	decágono	60	hexacontágono
11	endecágono	70	heptacontágono
12	dodecágono	80	octacontágono
13	Tridecágono	90	eneacontágono
14	tetradecágono	100	hectágono
15	pentadecágono	10^6	megágono
16	hexadecágono	10^{100}	googólgono

Cuando un polígono tiene sus **lados y ángulos iguales** se llaman polígono **REGULAR.** Si los lados y ángulos **no tienen la misma medida** se llaman polígono **IRREGULAR**.



En todos los polígonos **convexos** de "**n**" lados, tanto regulares como irregulares se verifica que:

- La suma de los ángulos internos del polígono valen: **s=180º.(n-2)**
- El número de diagonales del polígono será: **nº.diagonales=n.(n-3)/2**

Ejemplo.- Hallar la suma de los ángulos internos de un pentágono.

s =180º.(n-2)=180º.(5-2)=180º.3 =540º

Ejemplo.- Hallar el número de diagonales de un cuadrilátero.

nº.diagonales=n.(n-3)/2=4.(4-3)/2 =4/2 = 2

Ejercicio 9

¿Cuál será el valor mínimo que puede tener un ángulo Cóncavo?

Ejercicio 10

¿Cuál es el número de segmentos rectilíneos mínimos que se necesita para formar un polígono cerrado?

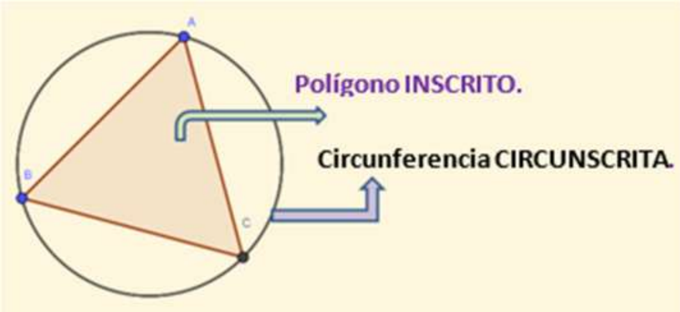
Si los segmentos rectilíneos sólo pueden unirse por sus extremos, para cerrar un polígono, ¿podrán ser estos segmentos de la longitud que se desee o tendrá que cumplir alguna condición?

4.2) POLÍGONOS REGULARES

Sabemos que son aquellos que tienen ***todos sus lados y ángulos iguales***.

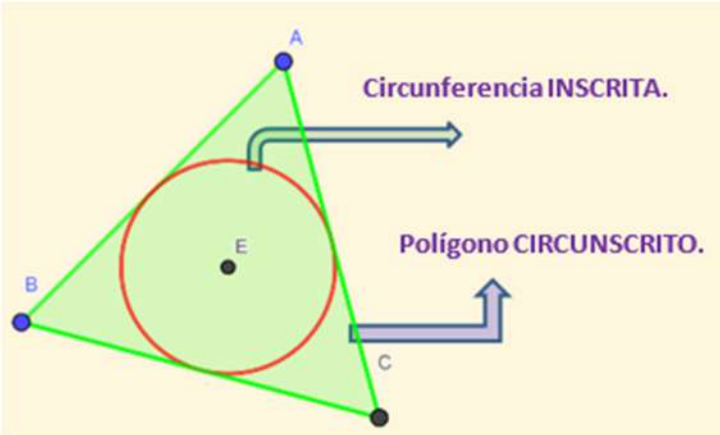
En todo polígono regular se puede trazar una circunferencia que pase por todos sus vértices llamada circunferencia circunscrita al polígono.

También se dice que el **polígono** está **inscrito** en la circunferencia.

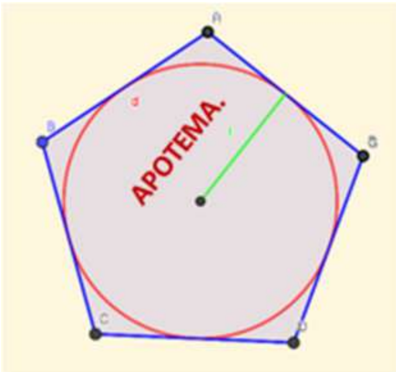


Dado un polígono regular también podremos trazar una circunferencia que sea tangente a todos sus lados, llamada **circunferencia inscrita.**

También se dice que el **polígono** circunscribe a la circunferencia.



Denominamos **apotema** de un polígono regular, a la distancia medida perpendicularmente desde el centro del polígono a uno de sus lados. *La apotema es el radio de la circunferencia inscrita en el polígono.*

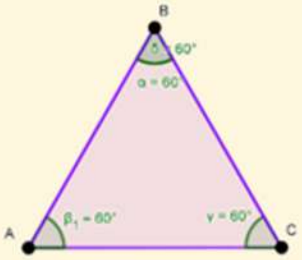
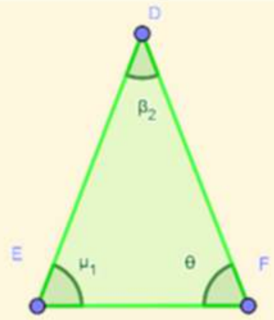


4.3) TRIÁNGULOS

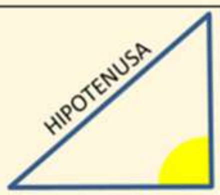
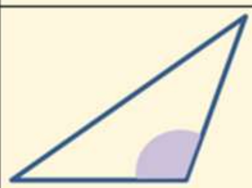
El triángulo es el polígono cerrado de menor número de lados. Está formado por tres lados y tres ángulos.

Podemos clasificarlos atendiendo a la **longitud de sus lados** o al valor de **sus ángulos**.

- **Según sus LADOS los triángulos se clasifican en:**

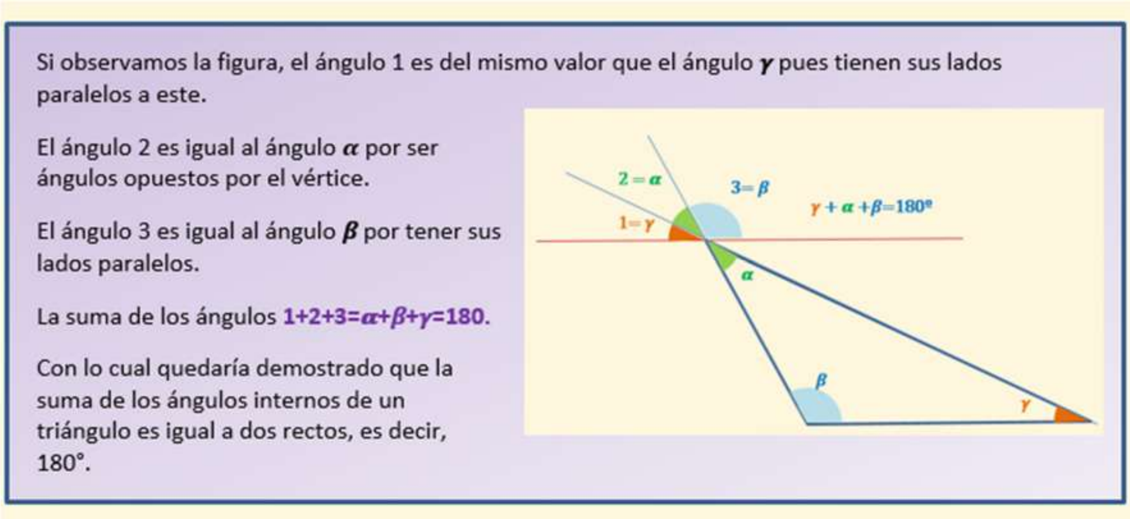
Equilátero: cuando tienen los tres lados iguales y los tres ángulos internos iguales. Cada ángulo interno mide 60º.	
Isósceles: cuando tienen dos lados iguales. Los ángulos opuestos a los lados iguales son iguales entre sí.	
Escaleno: cuando tienen los tres lados desiguales. Los ángulos son también desiguales.	

- **Según sus ÁNGULOS los triángulos se clasifican en:**

Triángulo acutángulo. Tiene tres ángulos agudos.	**Triángulo rectángulo** Tiene un ángulo recto. El lado mayor es la hipotenusa. Los lados menores son los catetos.	**Triángulo obtusángulo** Tiene un ángulo obtuso.
		

Algunas de las propiedades más importantes a destacar del triángulo son:

- Es el único polígono cerrado que carece de diagonales.
- Todo polígono mayor de 3 lados puede triangularizarse, es decir, dividirse en al menos **n-2** triángulos (n número de lados del polígono que se triangulariza).
- la suma de los tres ángulos internos de un triángulo es siempre 180°, lo que equivale a π radianes.



Si observamos la figura, el ángulo 1 es del mismo valor que el ángulo γ pues tienen sus lados paralelos a este.

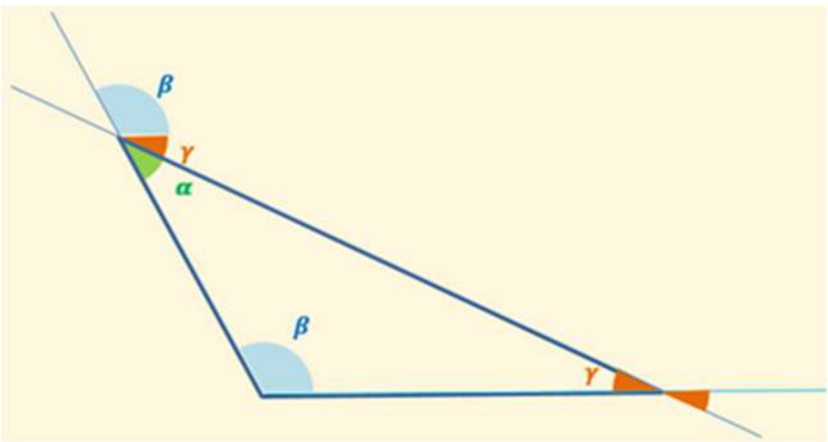
El ángulo 2 es igual al ángulo α por ser ángulos opuestos por el vértice.

El ángulo 3 es igual al ángulo β por tener sus lados paralelos.

La suma de los ángulos $1+2+3=\alpha+\beta+\gamma=180$.

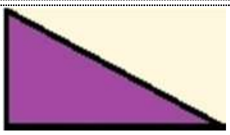
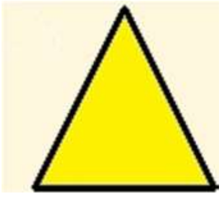
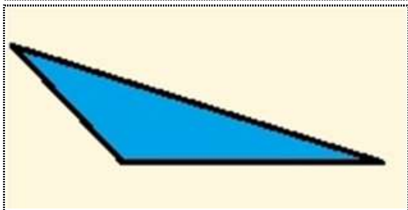
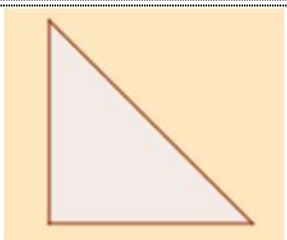
Con lo cual quedaría demostrado que la suma de los ángulos internos de un triángulo es igual a dos rectos, es decir, 180°.

- La longitud de cada lado del triángulo es **menor que la suma** de los otros lados y **mayor que la diferencia** de los mismos. **Desigualdad triangula**r.
- Los triángulos son los únicos polígonos siempre convexos, no pueden ser cóncavos, dado que ninguno de sus tres ángulos puede superar los 180° grados o π radianes.
- En todo triángulo a mayor lado se opone mayor ángulo y viceversa.
- El ángulo exterior de un triángulo (formado por un lado y la prolongación de otro), es igual a la suma de los dos ángulos no adyacentes al ángulo o igual a la suma de los interiores opuestos.



Ejercicio 11

Clasifica los siguientes triángulos atendiendo a sus lados y a sus ángulos.

TRIÁNGULO	SEGÚN SUS LADOS	SEGÚN SUS ÁNGULOS
		
		
		
		
		

Ejercicio 12

¿Cuantos ángulos obtusos puede tener un triángulo?

	a) Como mucho uno
	b) No puede tener ninguno
	c) Como mucho dos

4.3.1) RECTAS NOTABLES DE UN TRIÁNGULO

Son aquellas rectas que pasan o definen puntos especiales relacionados con las propiedades o características de los triángulos.

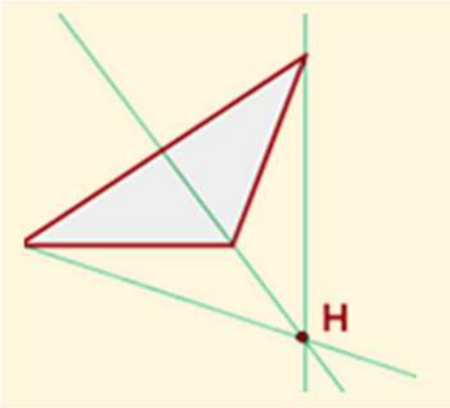
Así tenemos:

Rectas que definen **la altura** de un triángulo.

Son cada una de las rectas perpendiculares trazadas desde un vértice del triángulo a su lado opuesto o su prolongación.

Las tres alturas interseccionan en un punto llamado **Ortocentro.**

El ortocentro es un punto interior si el triángulo es acutángulo, o un punto exterior si el triángulo es obtusángulo. Si es rectángulo está en el vértice del ángulo recto.



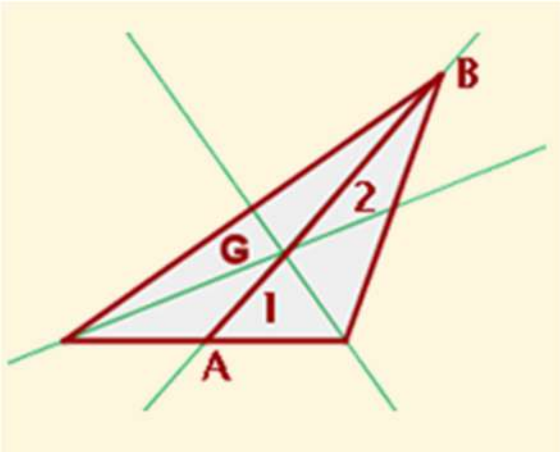
Medianas de un triángulo.

Mediana es cada una de las rectas que une el punto medio de un lado con el vértice opuesto.

El **Baricentro** es el punto de corte de las tres medianas.

El baricentro divide a cada mediana en dos segmentos, el segmento que une el baricentro con el vértice mide el doble que el segmento que une baricentro con el punto medio del lado opuesto. Por ello se dice que el baricentro dista 1/3 de la base y 2/3 de la altura. **BG = 2GA**

El Baricentro representa el centro de gravedad del triángulo. *El baricentro es siempre un punto interior.*

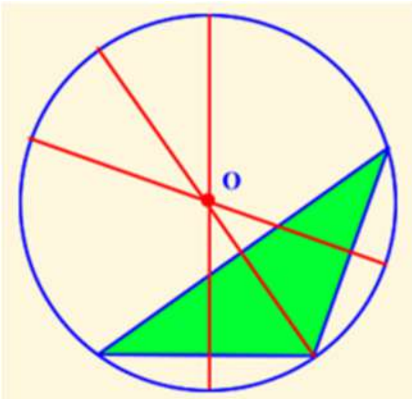


Mediatrices de un triángulo

Mediatriz es cada una de las rectas perpendiculares trazadas a un lado por su punto medio.

El Circuncentro, es el punto de corte de las tres mediatrices y centro de la circunferencia que circunscribe al triángulo,

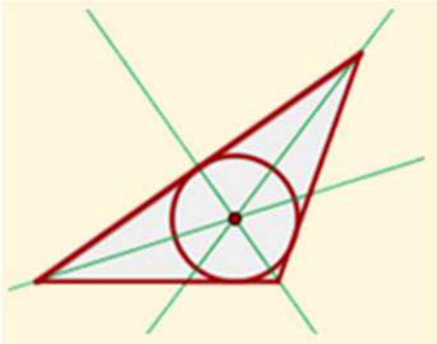
Es un punto interior si el triángulo es acutángulo, exterior si el triángulo es obtusángulo y, si es rectángulo está en el punto medio de la hipotenusa.



Bisectrices de un triángulo.

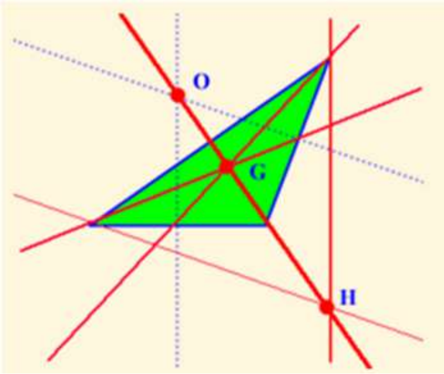
Bisectriz es cada una de las rectas que divide a un ángulo en dos ángulos iguales.

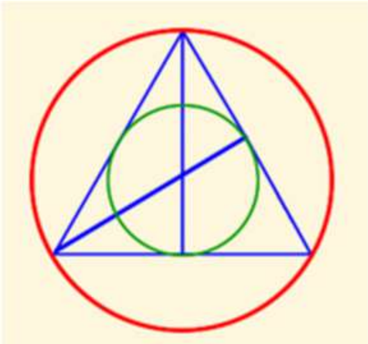
El Incentro, es el punto de corte de las tres bisetrices. Es el centro de una circunferencia inscrita en el triángulo.



Recta de Euler

El ortocentro, el baricentro y el circuncentro de un triángulo no equilátero están alineados; es decir, pertenecen a la misma recta, llamada recta de Euler.



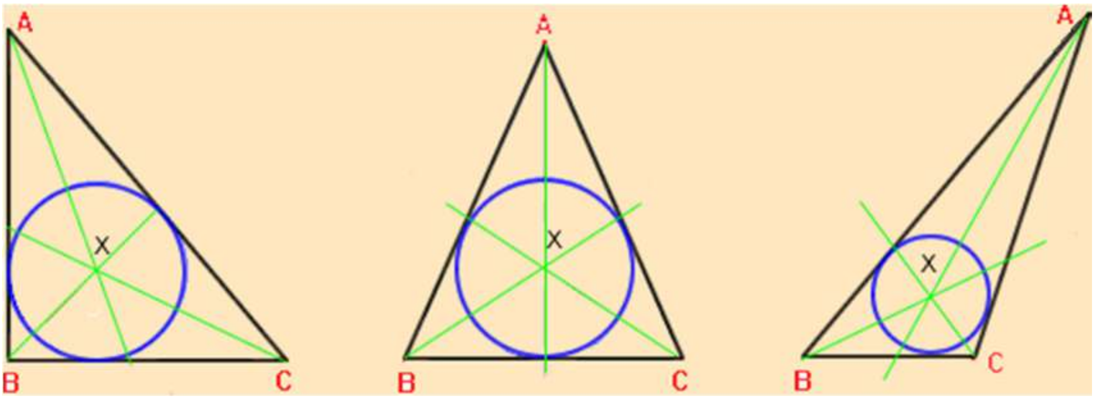


Si el triángulo fuese equilátero coincidirían en un mismo punto, otocentro, baricentro, circuncentro e incentro.

Además, el baricentro divide la distancia del ortocentro al circuncentro en la **razón 2:1**.

Ejercicio 13

Analizando los triángulos siguientes podríamos decir que el punto x es:



	a) El Ortocentro del triángulo por ser sus lados tangentes a la circunferencia inscrita.
	b) El Icentro del triángulo, por encontrase siempre en el interior del triángulo.
	c) El circuncentro del triángulo por ser el centro de la circunferencias inscrita.

Ejercicio 14

¿Por qué el Icentro de un triángulo siempre es un punto interior al mismo y nunca exterior?

4.3.2) CONGRUENCIAS DE TRIÁNGULOS

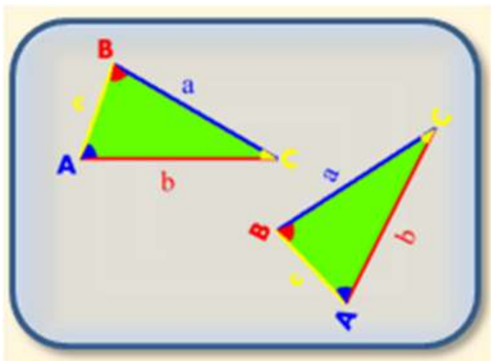
Nace del axioma o noción común 4 del libro I de Los Elementos.

NC4. Las cosas que se superponen una a la otra son iguales entre sí.

Dos figuras geométricas **son congruentes si tienen las mismas dimensiones y la misma forma** sin importar su posición u orientación.

Las partes coincidentes de las figuras congruentes se llaman homólogas o correspondientes.

En la congruencia habrá 6 pares de elementos (3 pares de lados y 3 pares de ángulos). Los triángulos serán congruentes cuando tengan 3 de dichos elementos iguales.

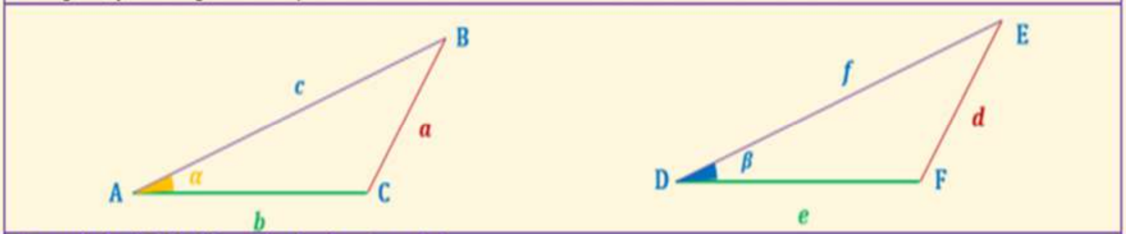


CRITERIOS DE CONGRUENCIA.

Postulados de congruencia

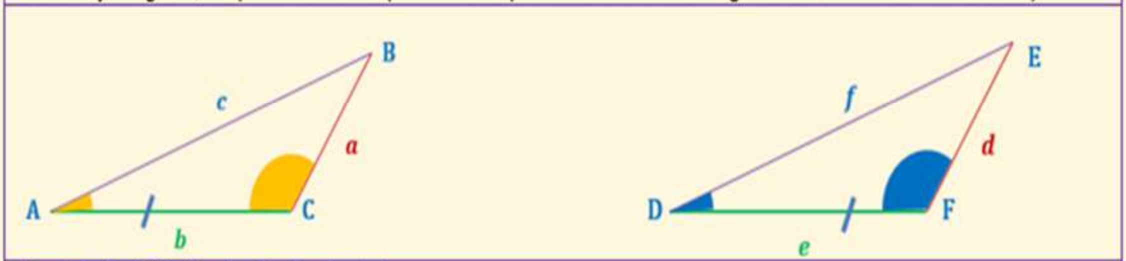
Postulado (I-4) (Lado, Angulo, Lado)

Dos triángulos son congruentes si dos lados de uno tienen la misma longitud que dos lados del otro triángulo, y los ángulos comprendidos entre esos lados tienen también la misma medida.



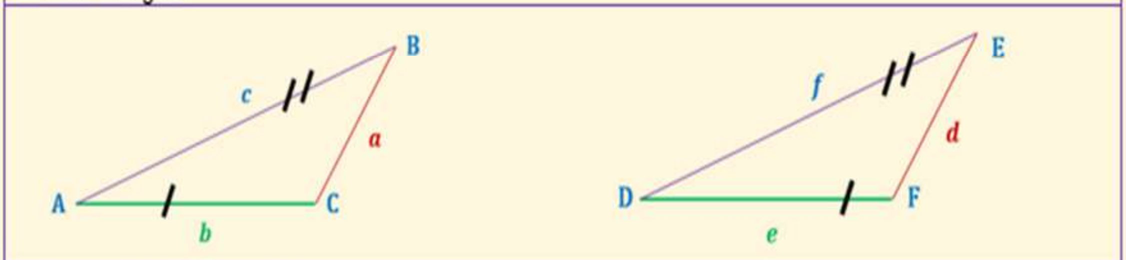
Postulado (I-26) (Angulo, Lado, Angulo)

Dos triángulos son congruentes si dos ángulos interiores y el lado comprendido entre ellos tienen la misma medida y longitud, respectivamente. (El lado comprendido entre dos ángulos es el lado común a ellos).



Postulado (I-8) (Lado, Lado, Lado)

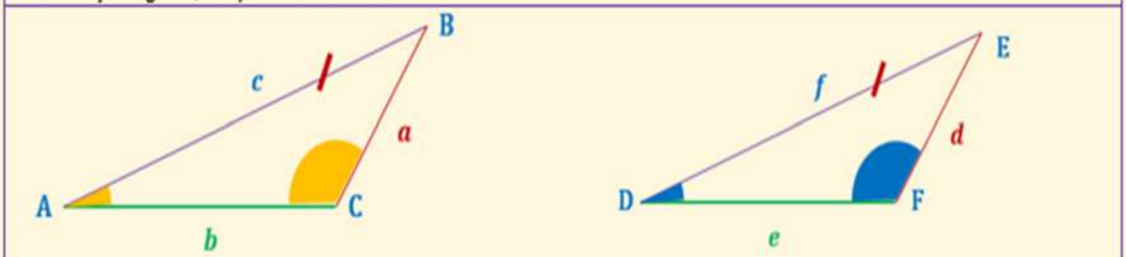
Dos triángulos son congruentes si cada lado de un triángulo tiene la misma longitud que los correspondientes del otro triángulo.



Teoremas de congruencia

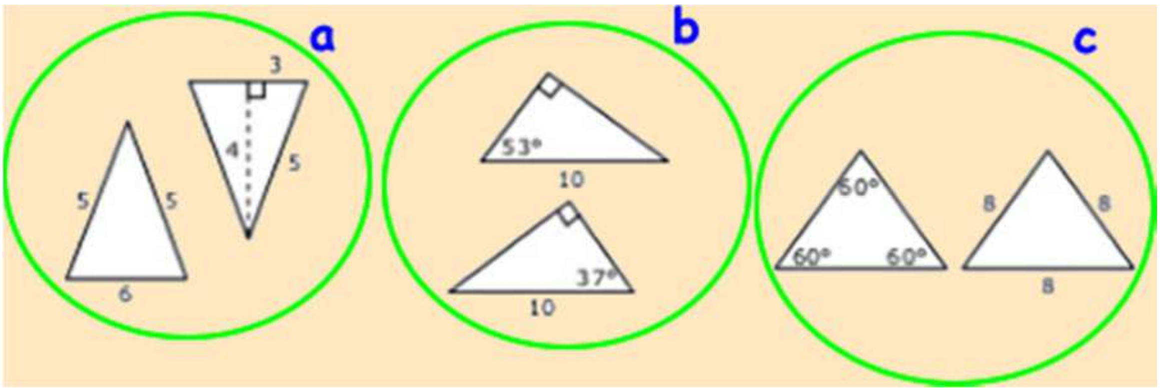
Teorema AAL (Angulo, Angulo, Lado)

Dos triángulos son congruentes si dos ángulos y un lado, no comprendido entre los ángulos, tienen la misma medida y longitud, respectivamente.



<u>Ejercicio 15</u>

De los triángulos de la figura siguiente podemos decir que:



	a) La pareja de triángulos del grupo "a" son los únicos congruentes del dibujo.
	b) Solo son congruentes los triángulos del grupo a y b.
	c) Todos los triángulos son congruentes.

4.3.3) <u>TEOREMAS SOBRE LA PROPORCIÓN GEOMÉTRICA</u>

<u>TEOREMA DE THALES</u>

En el libro VI de los elementos Euclídes se recoge la aplicación geométrica de la *Teoría General de la Proporción* de Eudoxo, de la que se derivará importantísimos resultados como:

El ***Teorema de la bisectriz*** (VI.2), el ***Teorema de Thales*** (VI.2), los **criterios de semejanza de triángulos** (VI.4, VI.5, VI.6) y el ***Teorema del cateto y de la altura*** (VI.8).

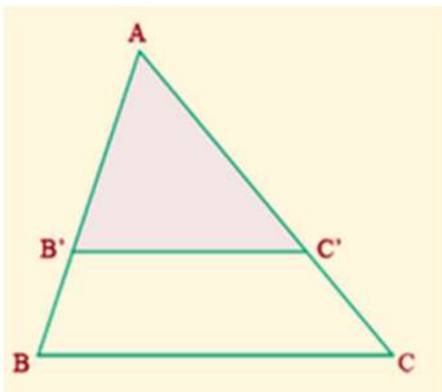
Los resultados que presentamos en esta parte son conocidos como Teorema de Thales.

Existen <u>dos teoremas</u> relacionados con la geometría clásica *que reciben el nombre de teorema de Thales, ambos atribuidos al matemático griego* Thales de Mileto *en el siglo VI a. C.*

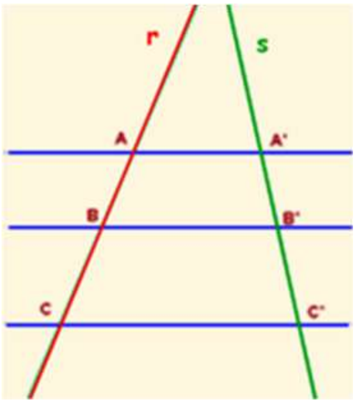
a) <u>Primer Teorema de Thales</u>

Dado un **triángulo ABC**, si se traza un **segmento paralelo, B'C',** a uno de los **lados** del triángulo, se obtiene otro **triángulo AB'C'**, cuyos **lados** son **proporcionales** a los del **triángulo ABC**.

$$\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{BC}{B'C'}$$



b) <u>Segundo Teorema de Thales</u>



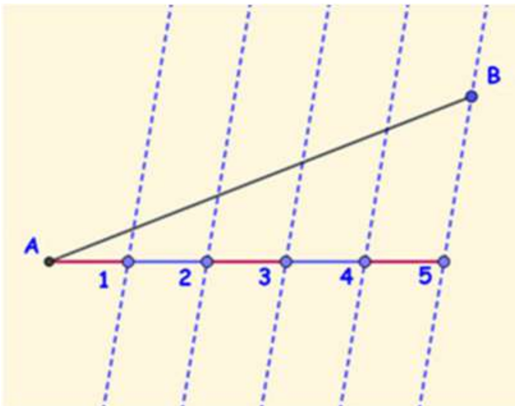
Dadas dos rectas concurrentes (que se cortan en un punto) cualesquiera de un plano, si dichas rectas son cortadas por dos o más rectas paralelas entre sí, los segmentos determinados en una de las rectas son proporcionales a los segmentos correspondientes en la otra.

Se verifican las siguientes proporciones:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$$

- **Aplicaciones del teorema de Thales**

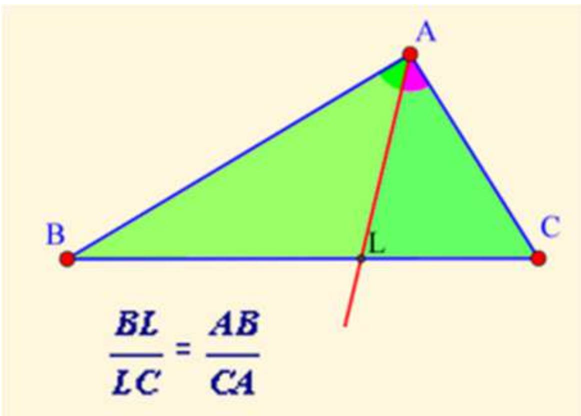
El teorema de Thales se puede utilizar para dividir un segmento en varias partes iguales.



Supongamos que deseamos dividir el segmento AB en cinco partes iguales. Trazamos una recta auxiliar concurrente con A o B y sobre ella llevamos cinco segmentos igules de cualquier dimensión.

Si unimos la última de las divisiones con el extremo libre, en este caso B y posteriormente llevamos paralelas a dicha recta por cada una de las divisiones realizadas sobre la recta auxilia, las intersecciones de dicha rectas con el segmento AB, nos dividirán este en las partes deseadas.

<u>TEOREMA DE LA BISECTRIZ.</u>



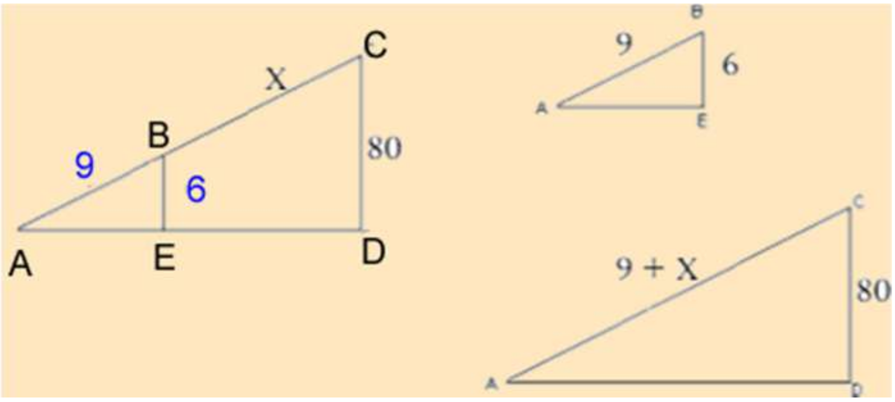
El teorema de la bisectriz del ángulo aparece como Proposición 3 del Libro VI en los Elementos de Euclides.

En todo triangulo la bisectriz de un ángulo interior divide al lado opuesto en dos segmentos proporcionales a los lados adyacentes.

Demostración:

Ejercicio 16

Conociendo la información aportada en la figura, determina la longitud del segmento BC.



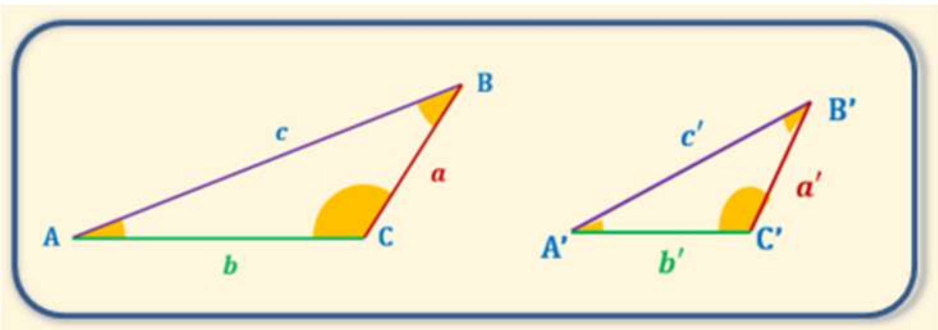
4.3.4) SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

Todos los criterios de semejanza de triángulos se encuentran en el libro VI de los elementos de Euclides. Provienen de la aplicación geométrica de la *Teoría General de la Proporción* de Eudoxo a la fundamentación del concepto de semejanza, noción que por su carácter intuitivo se aplicaba instintivamente desde hacía centurias.

Decimos que dos figuras geométricas son semejantes si tienen la misma **forma** pero distinto **tamaños.**

Por ejemplo, dos mapas con distintas escalas son semejantes, pues la forma del contenido no cambia, pero sí el tamaño.

En la semejanza se puede cambiar el tamaño y la orientación de una figura pero no se altera su forma.



Forma: en el caso del triángulo, la forma sólo depende de sus ángulos. Por tanto para que dos triángulos (origen, imagen) sean semejantes sus ángulos deben de ser iguales uno a uno.

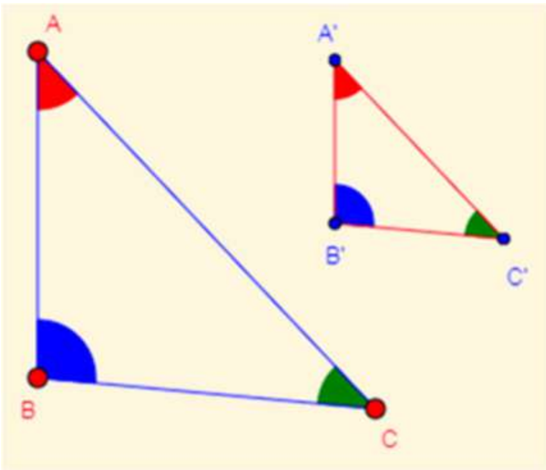
En la figura, los ángulos correspondientes son A = A', B = B' y C = C'. Para denotar que dos triángulos ABC y A'B'C' son semejantes se escribe ABC ~ A'B'C', donde el orden indica la correspondencia entre los ángulos: A, B y C se corresponden con A', B' y C', respectivamente.

Tamaño: ocurrirá que aunque los lados de la figura imagen sean de distinto tamaño que los de la figura origen, sin embargo las razones longitud imagen / longitud origen de los lados homólogos son todas iguales, lo que da una segunda caracterización de los triángulos semejantes. **Dos triángulos son semejantes si las razones de los lados correspondientes son congruentes.**

Teorema de semejanza. Ángulos iguales. AAA.

Diremos que dos triángulos ABC y A'B'C' son **semejantes**, si sus ángulos respectivos son iguales y sus lados homólogos son proporcionales.

$$\frac{c}{c'} = \frac{b}{b'} \quad y \quad \hat{A} = \widehat{A'}$$



Por lo tanto, dos condiciones son importantes para la semejanza de triángulos:

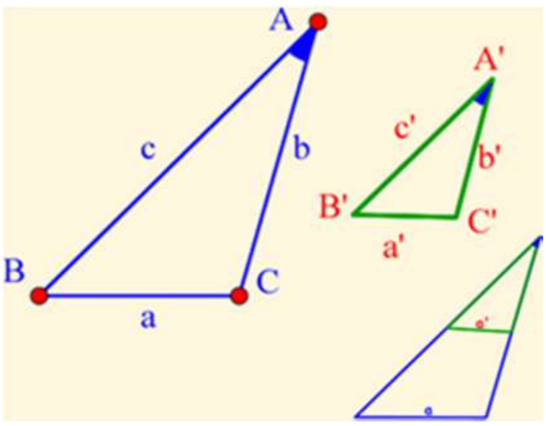
- que los ángulos correspondientes sean iguales.
- y que los lados correspondientes sean proporcionales.

Se demuestra que si se cumple una de las condiciones también se cumple la otra.

Teorema de semejanza. Lado, ángulo, lado. (LAL)

Si dos triángulos tienen dos lados correspondientes proporcionales y el ángulo comprendido entre ellos es igual, entonces los triángulos son semejantes.

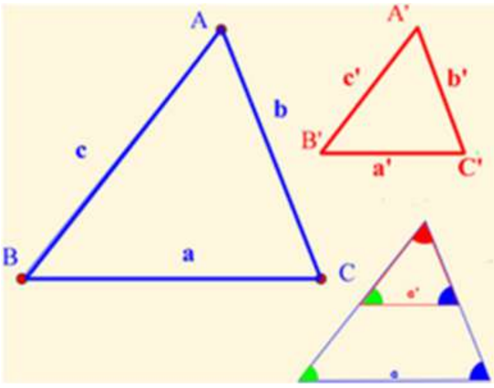
$$\frac{c}{c'} = \frac{b}{b'} \quad y \quad \hat{A} = \widehat{A'}$$



Teorema de semejanza LLL.

Si dos triángulos tienen sus lados correspondientes proporcionales, entonces los triángulos son semejantes.

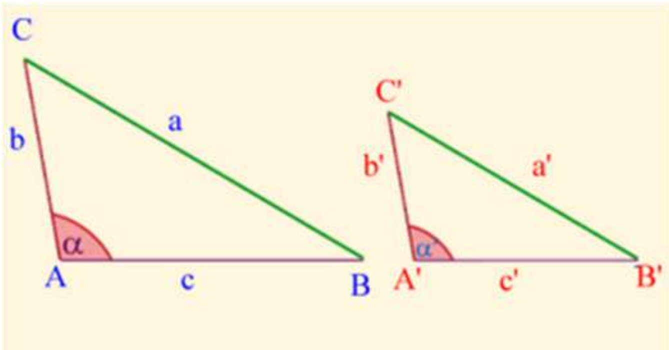
$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$



Teorema de semejanza. ALL.

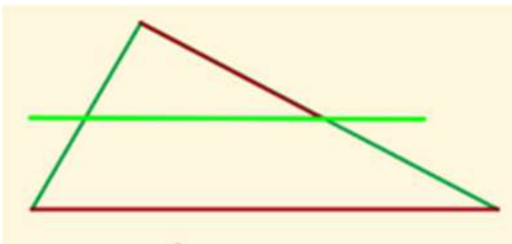
Dos triángulos son semejantes si tienen un ángulo igual y los lados de los otros ángulos son proporcionales.

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$$



Teorema fundamental de la semejanza de triángulos.

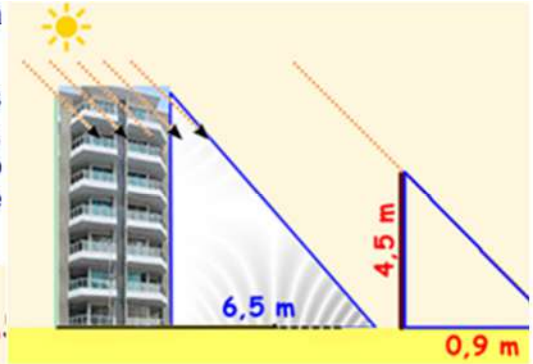
Todas las paralelas a un lado de un triángulo que no pase por el vértice opuesto, determina con las rectas a las que pertenecen los otros dos lados, un triángulo semejante al dado.



Vamos a calcular la altura de un edificio que proyecta una sombra de 6.5 m a la misma hora que un poste de 4.5 m de altura de una sombra de 0.90 m.

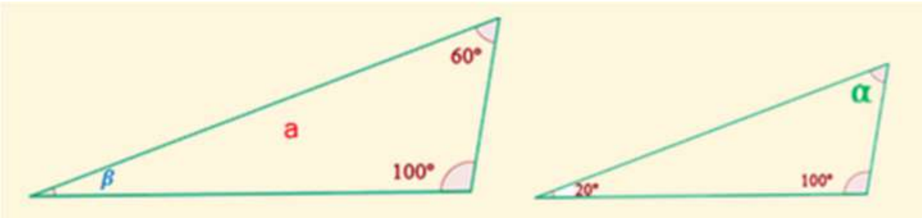
Como los dos triángulos tienen los tres ángulos iguales, al no ser iguales sus lados, tendrán que ser proporcionales, luego podemos establecer la siguiente proporcionalidad de sus los lados como:

$$\frac{0.9}{6.5} = \frac{4.5}{x} \qquad x = \frac{6.5 \cdot 4.5}{0.9} = 32.$$



Luego el edificio tendrá una altura de 32,5 m

¿**Son semejantes estos triángulos?**



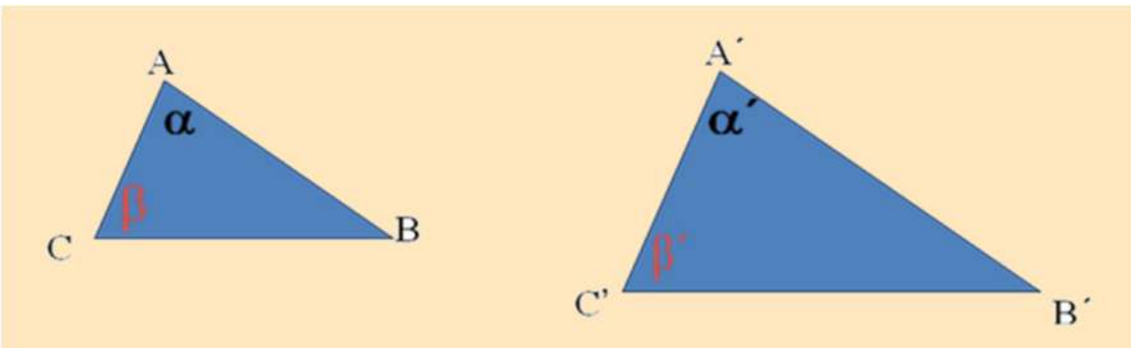
Calculemos los ángulos que nos faltan por conocer.

β=180°-160°=20°. Por otra parte α=180°-120°=60°

Luego los triángulos son semejantes por tener los tres ángulos iguales.

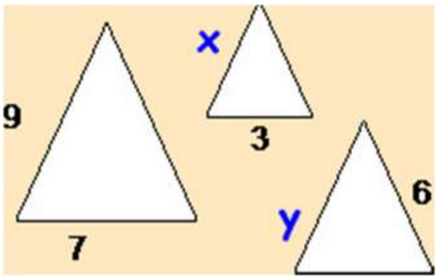
Ejercicio 17

¿Por qué son semejantes estos triángulos?



Ejercicio 18

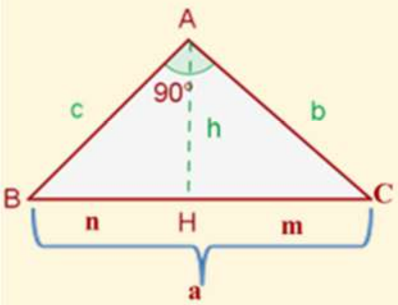
Calcula el valor de los lados de estos triángulos isósceles.



4.3.5) TEOREMAS FUNDAMENTALES QUE RELACIONAN LOS LADOS DE UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO

Teorema del cateto

En todo triángulo rectángulo un cateto es media proporcional entre la hipotenusa y su proyección sobre ella.



$b^2 = a.m$ Como $c^2 = a.n$

$a \Rightarrow$ hipotenusa
b y $c \Rightarrow$ catetos
$m \Rightarrow$ Proyección del cateto ***b*** sobre la hipotenusa
$n \Rightarrow$ Proyección del cateto **c** sobre la hipotenusa

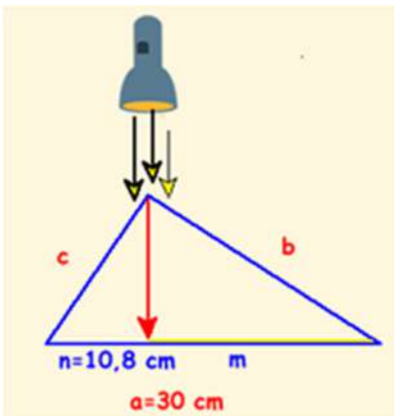
Veamos un ejemplo:

La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 30 cm y la proyección de un cateto sobre ella 10.8 cm.

Hallar el otro cateto.

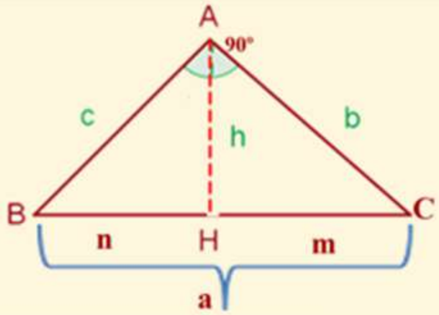
$$\frac{c}{30} = \frac{10.8}{c} \qquad c^2 = 30 \cdot 10.8$$

$$c = \sqrt{30 \cdot 10.8} \qquad c = 18\ cm$$



Teorema de la altura

En un triángulo rectángulo, la altura relativa a la hipotenusa es media proporcional entre los dos segmentos que dividen a ésta.

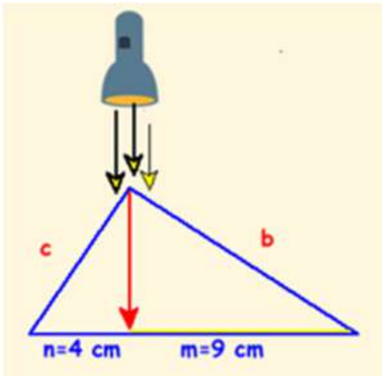


$\frac{HB}{HA} = \frac{HA}{HC}$ Por tanto: $HA^2 = HB.HC$ o lo que es lo mismo $h^2 = m.n$

En el ejemplo siguiente, en un triángulo rectángulo, las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa miden 4 y 9 metros. Calcular la altura relativa a la hipotenusa.

$h^2 = m.n = 4.9 = 36$ Luego:

$h = \sqrt{36} = 6\ cm$



Teorema de Pitágoras.

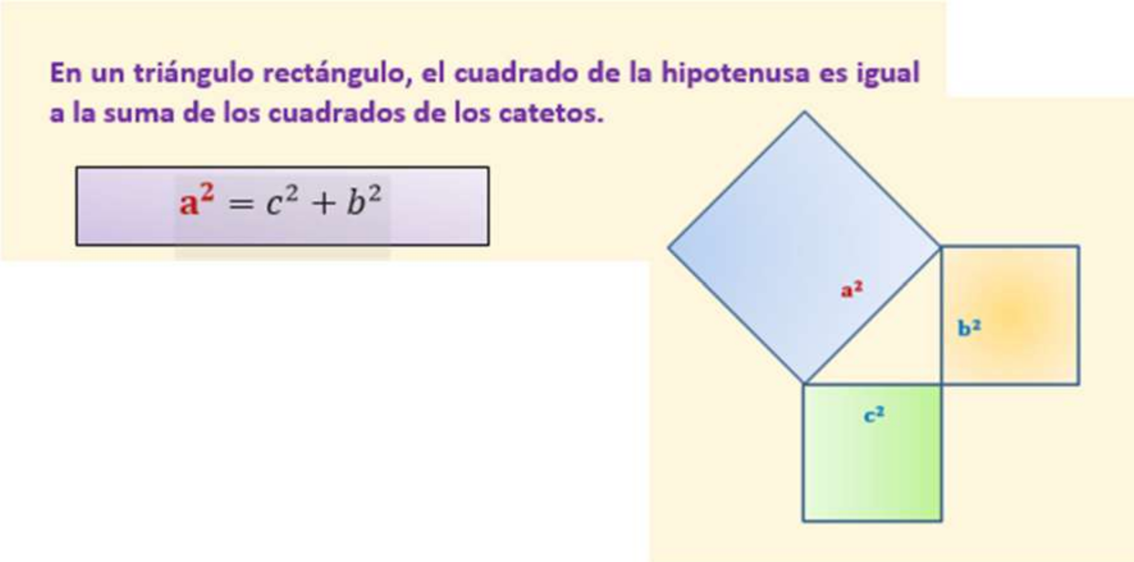
Una tradición muy persistente, atribuye el Teorema de Pitágoras al propio Pitágoras. Pero el examen arqueológico de tablillas de arcilla encontradas en Mesopotamia, pertenecientes a las civilizaciones que se desarrollaron entre los ríos Tigris y Éufrates en el segundo milenio antes de J.C., ha revelado que los antiguos babilonios conocían aspectos del Teorema, más de mil años antes que el propio Pitágoras. Algo similar se puede afirmar respecto de las culturas que aparecieron a lo largo del río Nilo, así como de la antigua civilización hindú y de las antiguas culturas chinas que surgieron en las cuencas de los ríos Yangtze y Amarillo.

Las referencias prehelénicas al Teorema no contienen demostración del mismo, atribuyendo a Pitágoras el primero en proporcionarnos una demostración lógica del Teorema, de aquí que éste haya pasado a la historia con su nombre.

El teorema de Pitágoras pudo ser la primera demostración matemática de la historia, lo que es una evidencia que dicho teorema se encuentra por doquier en la Matemática. Es la base de multitud de teoremas geométricos, de los estudios sobre polígonos y poliedros, de la Geometría Analítica y de la Trigonometría. Por todo ello necesitamos conocerlo y utilizarlo con precisión.

Se documenta la existencia de más de 370 demostraciones relativas al teorema de Pitágoras.

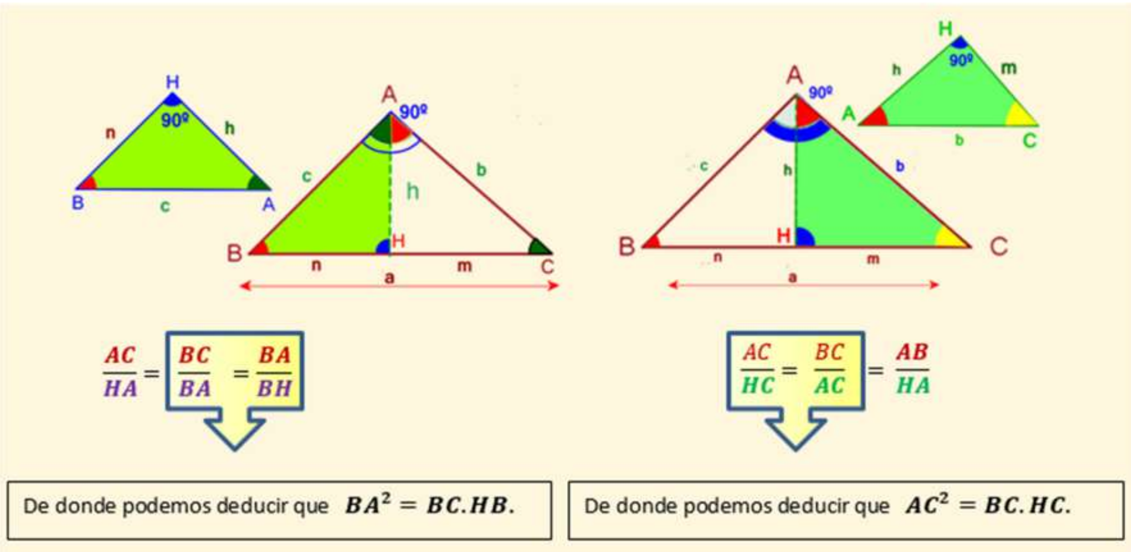
Podríamos enunciar el teorema de Pitágoras como:



Por su sencillez vamos a realizar la demostración que se le supone a Pitágoras, la cual se basada en su propia Teoría de las Proporciones.

Si recordamos la demostramos del teorema del Cateto, habíamos llegado a establecer las siguientes proporciones entre los tres triángulos semejantes de la figura.

Las proporciones establecidas fueron (*fijarse en los lados opuestos a los ángulos*):



Si sumamos las dos relaciones anteriores tendremos:

$$BA^2 + AC^2 = BC.HB + BC.HC = BC.(HB+HC) = BC.BC = BC^2$$

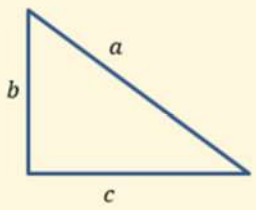
Como a=BC, b=AC y c= AB. Tendremos que: $a^2 = b^2 + c^2$ **(c.q.d)**

- **Ternas Pitagóricas**

En la búsqueda de ternas de números **a, b, c**, que cumplan la relación $a^2 = b^2 + c^2$, nos encontramos con diferentes reglas, algunas de las cuales son:

- Ternas de Pitágoras. Siendo **m** un número impar mayor que uno, entonces:

$$\begin{cases} a = \frac{1}{2}.(m^2+1) \\ b = \frac{1}{2}.(m^2-1) \\ c = m \end{cases}$$

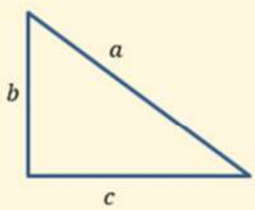


m	c	b	a
3	3	4	5
5	5	12	13
7	7	24	25
9	9	40	41
11	11	60	61
13	13	84	85
15	15	112	113

En las ternas de Pitágoras, la hipotenusa y uno de los catetos se diferencian en una unidad.

- Ternas de Platón. Siendo **m** un número mayor que uno:

$$\begin{cases} a = (m^2+1) \\ b = (m^2-1) \\ c = 2m \end{cases}$$



m	c	b	a
2	4	3	5
3	6	8	10
4	8	15	17
5	10	24	26
6	12	35	37
7	14	48	50
8	16	63	65

En las ternas de Platón, la hipotenusa y uno de los catetos se diferencian dos unidades.

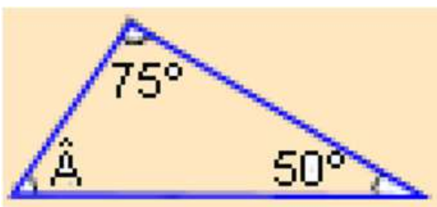
Ejercicio 19

La siguiente terna de números (20,101,99), ¿es una terna pitagórica?

	a) Si por que el área del cuadrado de lado 20 sumada al área del cuadrado de lado 99, es igual al área del cuadrado de lado 101
	b) No es una terna pitagórica, porque no cumple el teorema de Pitágoras
	c) No porque no se verifica la desigualdad triangular

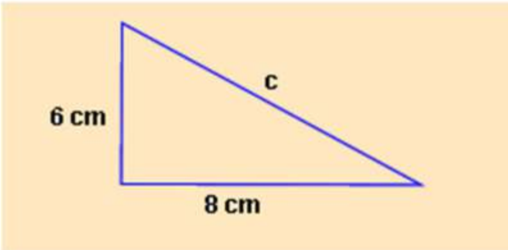
Ejercicio 20

En el triángulo de la figura, calcula cuánto mide el ángulo A.

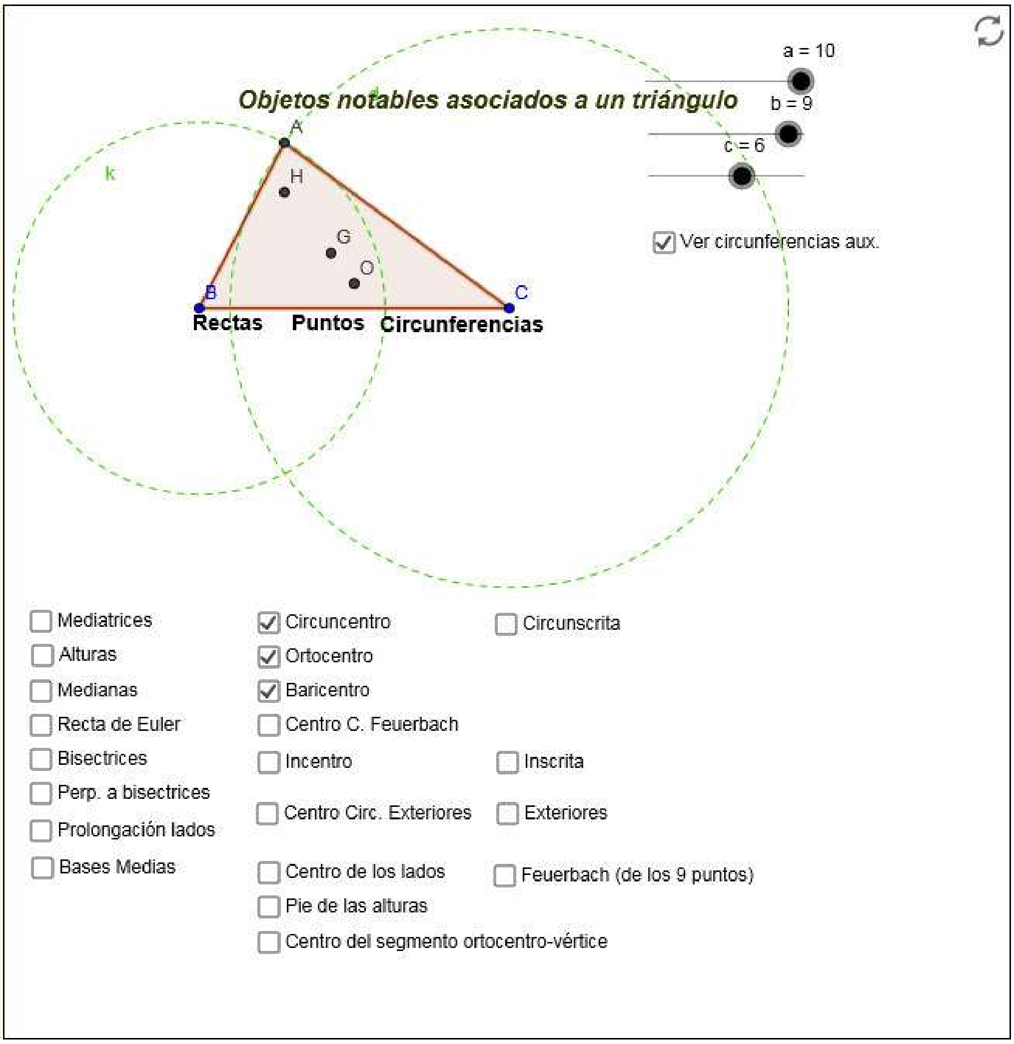


Ejercicio 21

En un triángulo rectángulo, los dos catetos miden 8 y 6 cm, respectivamente. Dibuja el triángulo y calcula el valor de la hipotenusa.



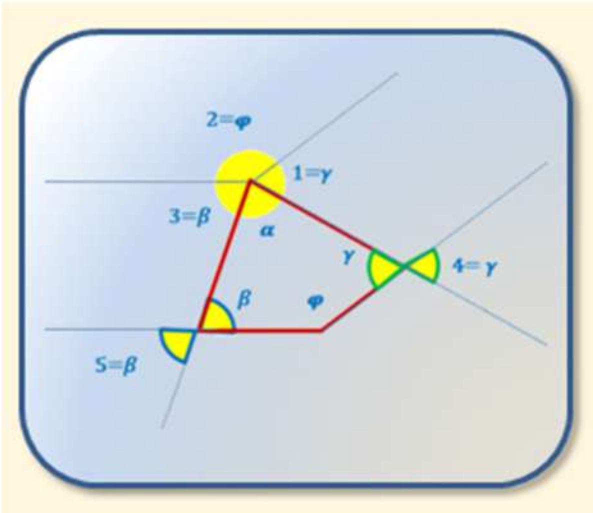
Puedes conocer más sobre los triángulos.



4.4) CUADRILÁTEROS

Los cuadriláteros son polígonos cerrados de cuatro lados.

La suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero es igual a 360°.



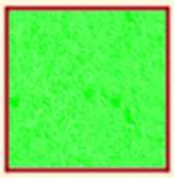
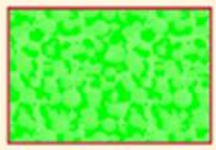
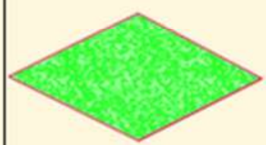
Si observamos la figura entendemos que ángulo 1 es igual al ángulo 4 por tener los lados paralelos a este, y el ángulo 4 es igual al ángulo γ por ser su opuesto por el vértice. Lo mismo podríamos decir de los ángulos marcados como 3 y 5. De la misma forma, por paralelismo de lados el ángulo 2 es igual al ángulo $\boldsymbol{\varphi}$.

Por tanto demostramos que la suma de los ángulos internos $\gamma + \boldsymbol{\varphi} + \beta + \alpha = 360º$

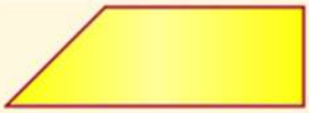
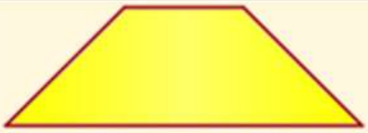
Atendiendo a los lados los cuadriláteros se denominan:

- ***Paralelogramos:***

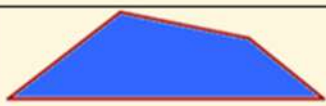
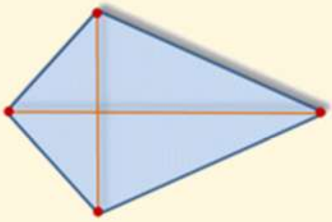
Cuadriláteros que tienen los lados paralelos dos a dos. Diferenciándose entre:

Cuadrado • Los 4 lados son iguales y paralelos dos a dos. • Los 4 ángulos son iguales y rectos. • Sus diagonales son iguales, perpendiculares (forman un ángulo de 90º) y se cortan en su punto medio.		***Rectángulo*** • Los lados iguales dos a dos • Los 4 ángulos rectos. • Sus diagonales son iguales, se cortan en su punto medio pero sin formar ángulo recto.	
Rombo • Tiene los cuatro lados iguales, paralelos dos a dos. • Los ángulos iguales dos a dos. • Sus diagonales desiguales se contar formando 90º.		***Romboide*** • Tiene los cuatro lados iguales, paralelos dos a dos. • Los ángulos iguales dos a dos. • Sus diagonales iguales no se cortan perpendicualarmente.	

➢ *Trapecios.*

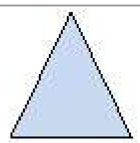
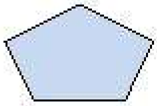
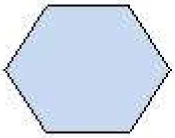
Trapecios. **Cuadriláteros que tienen dos lados paralelos, llamados base mayor y base menor. Se clasifican en:** 	**Trapecio Rectángulo** • Tiene un ángulo recto.	
	Trapecio Isósceles • Sus lados no paralelos son iguales. Los ángulos internos son iguales dos a dos	
	Trapecio Escaleno • No tiene ningún lado igual ni ángulo recto..	

➢ *Trapezoides*

Trapezoides **• Cuadriláteros que no tiene ningún lado igual ni paralelo.**		
	Deltoide o cometa. • Es un cuadrilátero cuyos lados contiguos son iguales dos a dos. Es un trapezoide con dos pares de lados consecutivos iguales, siendo el primer par de lados diferente al segundo par de lados, también conocido como trapezoide simétrico. • Las diagonales de un deltoide se cortan formando un ángulo recto.	

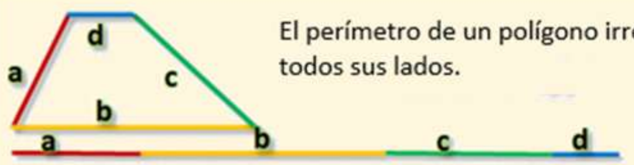
Ejercicio 22

Completa la siguiente tabla:

Figuras	Lados	Vértices	Ángulos	Diagonales
				
				
				
				

4.4.1) PERÍMETROS Y ÁREAS DE LOS POLÍGONOS

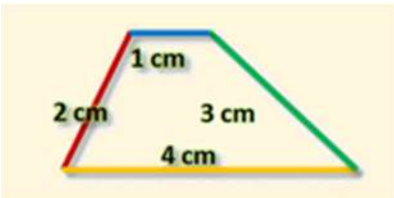
Perímetro de un Polígono.



El perímetro de un polígono irregular se calcula sumando las medidas de todos sus lados.

Ejercicio- Supongamos que las medidas de los lados de este polígono son a = 2 cm, b = 4 cm, c = 3 cm y d = 1 cm; entonces, su perímetro será:

P = 2 cm + 4 cm + 3 cm + 1 cm = 10 cm



Si el polígono es regular como tiene todos sus lados iguales, su perímetro será tantas veces la medida de uno de sus lados.

En este hexágono de la figura de lado 4 cm, su perímetro será 6 veces el lado, es decir 6 x 4 = 24 cm.

Así:

- El perímetro de un triángulo equilátero es tres veces la longitud de su lado: P=l+l+l=3l
- El perímetro de un cuadrado es cuatro veces la longitud de su lado: P=l+l+l+l=4l
- El del pentágono regular es P = 5l... y así sucesivamente.

Área de un Polígono.

El área de un polígono es la medida del plano, (superficie), encerrado en su interior.

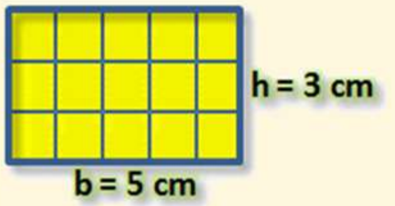
Para medir el área utilizamos unidades cuadradas (como el m^2, cm^2, km^2...)

Veamos el área de los polígonos más básicos:

- **Área del rectángulo:**

El área del rectángulo es el producto de la medida de su base por su altura.

Área rectángulo = $b.h$

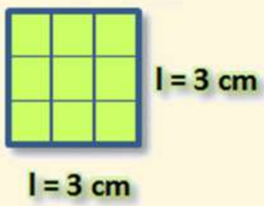


Área rectángulo = 5 x 3 = 15 cm^2

- **Área del cuadrado:**

El cuadrado, al ser iguales la base y la altura, tiene por área su lado al cuadrado (lado por lado).

Área cuadrado = $L.L = L^2$

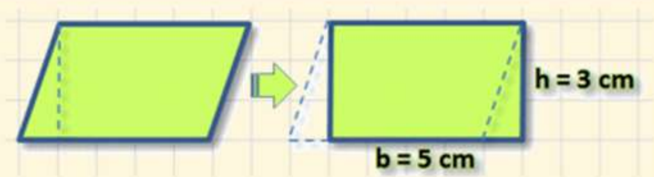


Área cuadrado = 3^2 = 9 cm^2

- **Área del romboide:**

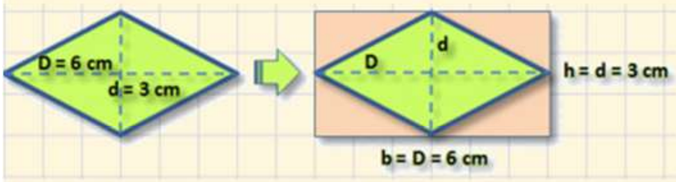
El romboide se puede transformar en un rectángulo, por lo cual su área también es el producto de su base por su altura.

Área romboide = b.h



Área romboide = 5 x 3 = 15 cm2

- **Área del rombo:**

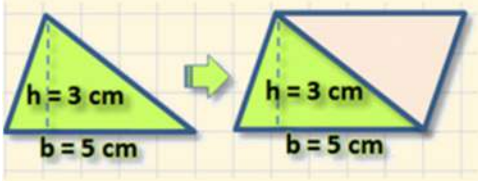


Si insertamos el rombo en un rectángulo su base es igual a la diagonal mayor del rombo, **D**, y su altura es igual a la diagonal menor, **d**, observaremos que el área del rombo es la mitad del área de ese rectángulo.

Área del rombo $= \frac{D.d}{2} = \frac{6.3}{2} = \frac{18}{2} = 9\ cm^2$

Área del rombo $= \frac{b.h}{2} = \frac{D.d}{2}$

- **Área del triángulo:**



Si trazamos paralelas a los catetos del triángulo obtenemos un romboide del cual el triángulo es la mitad.

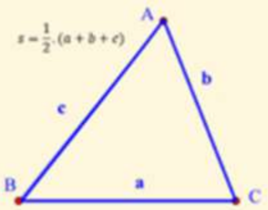
Si el área del romboide es b . h, entonces el área del triángulo, que es la mitad, también será la mitad.

Área del triángulo $= \frac{b.h}{2} = \frac{5.3}{2} = \frac{15}{2} = 7,5\ 9\ cm^2$

Área del Triángulo $= \frac{b.h}{2}$

Mediante la fórmula de Herón, conociendo la longitud de los lados de un triángulo a, b y c, se puede calcular el área sin conocer la altura del mismo.

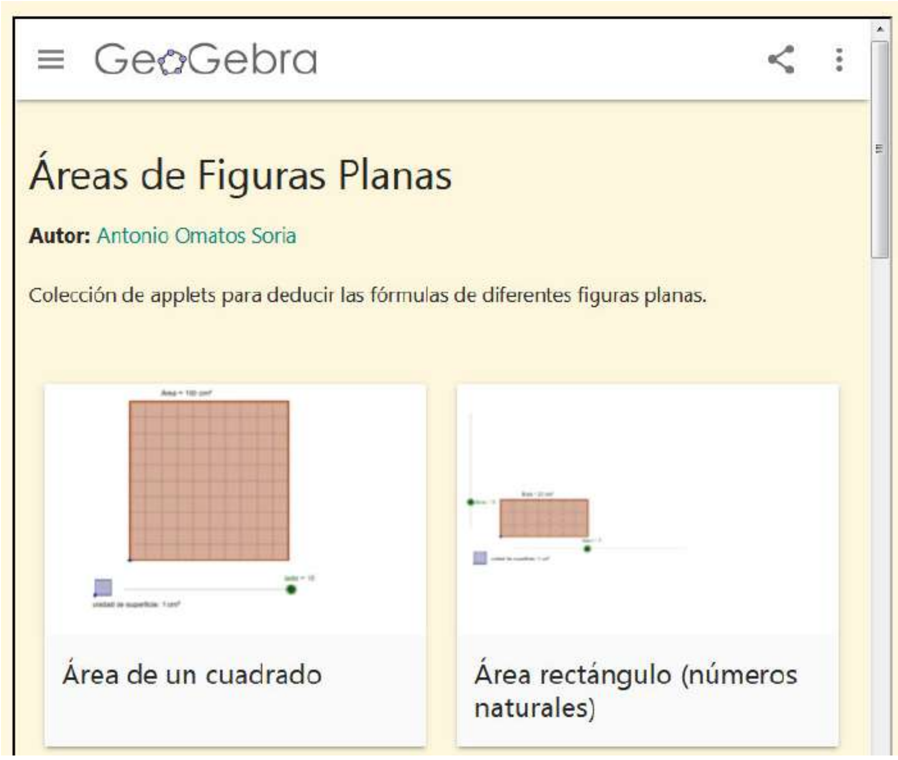
Para aplicar la fórmula, primero se calcula el semiperímetro S=P/2 y luego se sustituye en la igualdad.



$$s = \frac{1}{2}.(a+b+c)$$

$$Área = \sqrt{s.(s-a).(s-b).(s-c)}$$

Ejercicio 23 (interactivo)

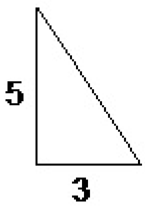


https://www.geogebra.org/m/114518

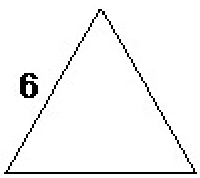
Ejercicio 24

Calcula la superficie y el perímetro de los siguientes triángulos, utilizando, si es preciso, el teorema de Pitágoras.

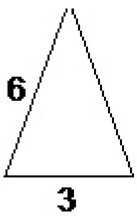
a)



b)

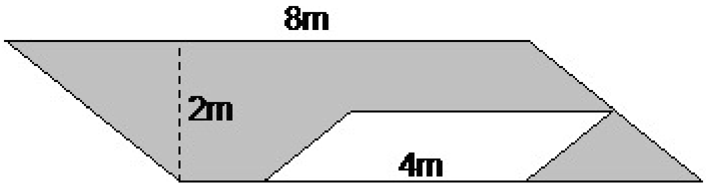


c)



Ejercicio 25

Determina el área de la zona sombreada:



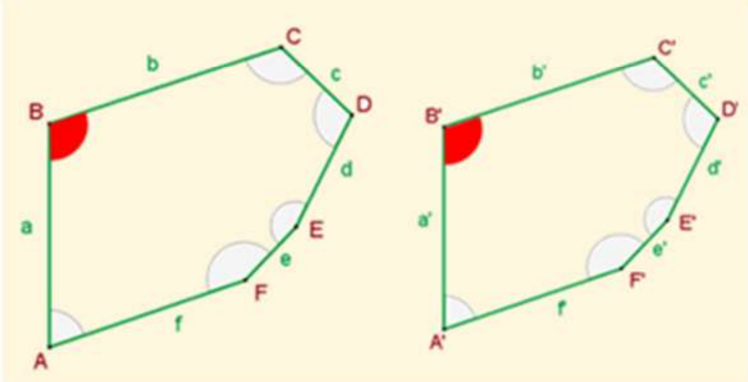
4.4.2) SEMEJANZA DE POLÍGONOS. APLICACIONES

Dos polígonos son semejantes cuando tienen los ángulos homólogos iguales y los lados homólogos proporcionales.

Igualdad de ángulos:

$$\hat{A}=\hat{A}',\ \hat{B}=\hat{B}',\ \hat{C}=\hat{C}',\ \hat{D}=\hat{D}',\ \hat{E}=\hat{E}',\ \hat{F}=\hat{F}'$$

Proporcionalidad de lados: $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}=\frac{d}{d'}=\frac{e}{e'}=\frac{f}{f'}$



- La razón de la proporción entre los lados de los polígonos se llama **razón de semejanza.**

$$\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}=r$$

- **La razón de los perímetros** de los polígonos semejantes es igual a su razón de semejanza.

$$\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}=\frac{a+b+c}{a'+b'+c'}=\frac{p}{p'}=r$$

- **La razón de las áreas** de los polígonos semejantes es igual al cuadrado de su razón de semejanza.

$$\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}=r \qquad \frac{S}{S'}=r^2$$

Construcción de figuras semejantes. Método de la proyección.

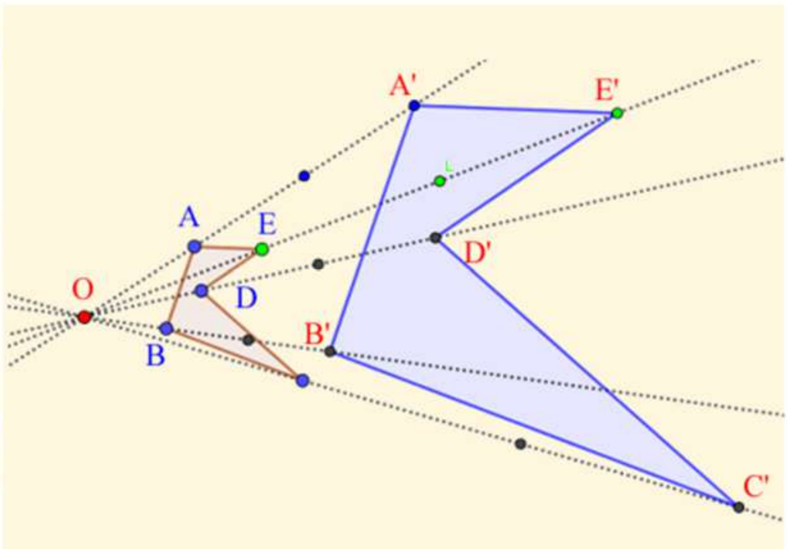
Si queremos dibujar una figura semejante a otra con razón de semejanza **K**, tomaremos un punto cualquiera de referencia "**0**", uniremos prolongando cada vértice de la figura con el punto de referencia.

Posteriormente determinaremos el punto homólogo de cada uno de los vértices, llevando sobre cada rayo de proyección **K** veces la distancia a la que se encuentra dicho vértice del punto de referencia.

A esta razón de semejanza se le denomina **escala.**

En este ejemplo la razón de semejanza es k=3 pues el punto A' dista del punto O tres veces más de lo que dista el punto A.

$$\frac{A'E'}{AE} = \frac{OE'}{OE} = \frac{OA'}{OA} = 3$$

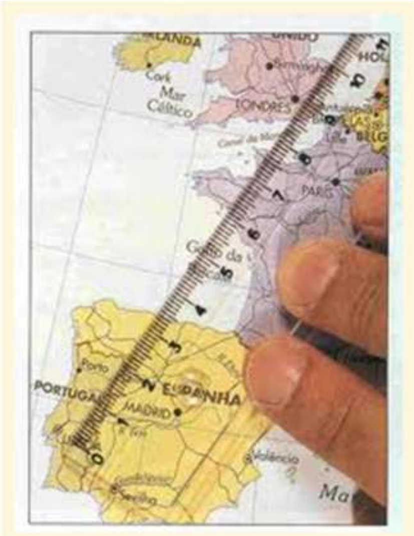


Si se observa la figura, como el triángulo OAE, es semejante al triángulo OA'E' por el primer teorema de Thales:

$$\frac{A'E'}{AE} = \frac{OE'}{OE} = \frac{OA'}{OA} = 3$$

Con lo cual habríamos generado una figura semejante a la inicial por tener los ángulos iguales y los lados proporcionales.

• APLICACIÓN DE LA SEMEJANZA



Gracias a la semejanza, manteniendo la forma, lo grande lo podemos representar pequeño y lo pequeño grande. Esa constante de proporcionalidad que nos aumenta o nos disminuye el tamaño del objeto inicial, le denominamos escala, una aplicación de todos conocida es la cartografía y su resultado los mapas, la representación reducida y simplificada de la superficie terrestre o de una parte de ésta.

Gracias a la semejanza la representación guarda las mismas proporciones que la superficie real y permita hacer cálculos y mediciones.

La constante de semejanza o Escala es la relación entre la medida lineal representada en el dibujo y la medida lineal del objeto real.

Esto es: $Escala = \dfrac{\text{dimensión dibujo}}{\text{dimensión real}}$ Si E es $\begin{cases} > 1 \text{ escala de aumento} \\ 1 \text{ decimos que la escala es natural} \\ < 1 \text{ escala de disminución} \end{cases}$

La escala puede venir expresada en forma de fracción expresión decimal o como porcentaje del aumento o disminución Así por ejemplo la escala E:=7:10, podemos expresarla como E=0,7 o como E=70% del natural.

Triángulo universal de escalas.

Con los conocimientos que ya tenemos podremos crear escalímetros, es decir, reglas graduadas a la escala que nos interese.

Veamos cómo podríamos fabricarnos fácilmente varías escalas de reducción.

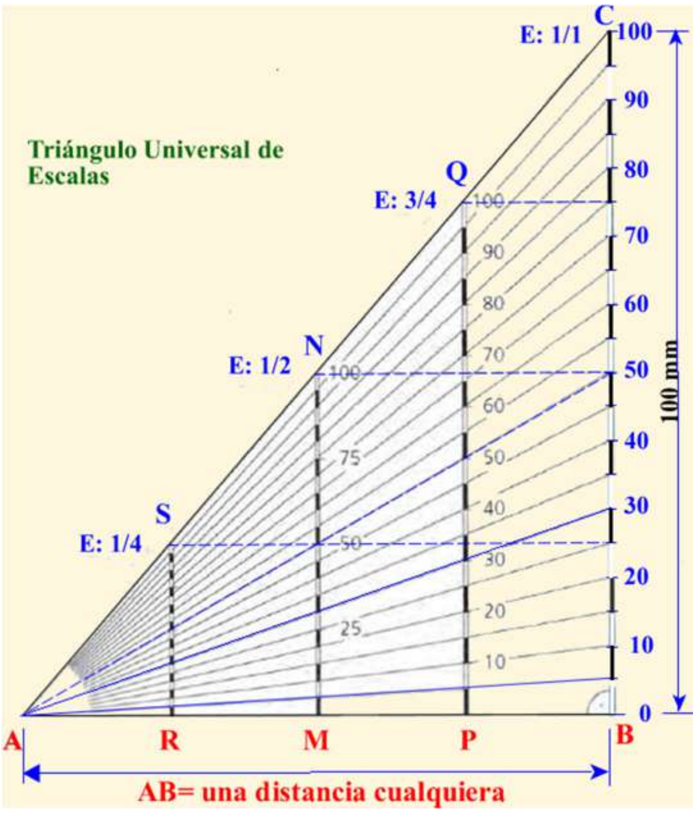
Proceso de construcción:

Se traza el triángulo rectángulo ABC, el cateto AB, lo tomamos de un valor cualquiera y el otro BC por ejemplo de 100 mm.

Sobre éste último realizamos divisiones de 5 mm, las cuales uniremos con el vértice **A** del triángulo al tiempo que las numeramos.

Si ahora calculamos el punto medio del segmento base **AB** y por el trazamos una perpendicular, el segmento **MN** que se define será proporcional al segmento BC, cuyas razones de semejanza K=E será de 1/2.

Las graduaciones sobre el segmento **MN**, nos permite leer o transportar a escala natural las figuras o dibujos que estén realizados a escala 1/2.



$$E = K = \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{AM}{2.AM} = \frac{1}{2}$$

Si la perpendicular la trazásemos por el punto P como el segmento AP será la ¾ partes de AB, obtendremos por dicha perpendicular la graduación de una escala de 3/4.

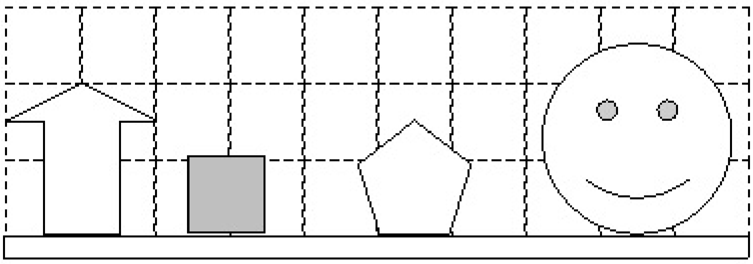
Por el mismo razonamiento si la perpendicular fuese trazada por **R** la escala seria de 1/4.

Para la construcción efe cualquier otra escala se procede de forma análoga.

Ejercicio 26

El dibujo siguiente está hecho a escala 1:10.000, y el lado de cada cuadrado de la retícula mide 1cm.

¿Cuál es la altura real, en metros, de los objetos representados en la figura?



Flecha ______ Cuadrado ______ Pentágono ______ Cara ______

Ejercicio 27

En un plano a escala 1:50.000, se desea saber que longitud tiene un tramo de camino que mide en el plano 60 cm.

Si hubiésemos consultado un plano que estuviese a escala 1:30.000. ¿Cuantos centímetros sobre dicho plano hubiésemos medido?

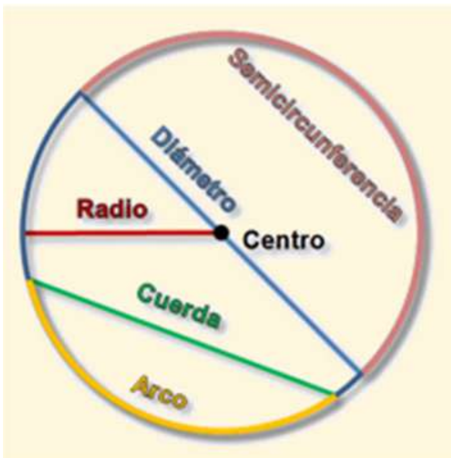
5) El círculo y la Circunferencia

5.1) La Circunferencia

Una circunferencia es una línea curva cerrada y plana cuyos puntos están a la misma distancia de un punto interior llamado centro. Pertenece a la familia de las curvas cónicas.

Los elementos geométricos relacionados con la circunferencia son:

- **Centro** punto del interior de la circunferencia equidistante (a igual distancia) de cualquier punto de la circunferencia.
- **Radio** es el segmento que une el centro con cualquier punto de la circunferencia.
- **Diámetro** es el segmento que une dos puntos de la circunferencia pasando por el centro. El diámetro es el doble del radio. D = 2·R
- **Cuerda** es el segmento que une dos puntos cuales quiera de la circunferencia. La cuerda mayor de una circunferencia es el diámetro.
- **Arco** parte de la circunferencia comprendida entre dos puntos.



- **Semicircunferencia** es cada una de las partes en que un diámetro divide a una circunferencia, es decir, media circunferencia

Longitud de la circunferencia. El número π

Desde la antigüedad se conoce que desde un punto se puede trazar cualquier circunferencia de radio deseado.

Se conocía la ***proporcionalidad*** existente entre el diámetro y la longitud de su circunferencia, pero encontraron que dicha proporción no podía expresarse ni con un valor exacto ni con un número racional.

Será Arquímedes (siglo III a. de C.) quien demostrará que esas constantes eran la misma tanto para la circunferencia como para el círculo y aproximará su valor utilizando para ello el método de exhaución de Eudoxo, consistente en inscribir y circunscribir en una circunferencia polígonos, llegando hasta utilizar polígonos regulares de 96 lados, consiguiendo una magnífica aproximación (si tenemos en cuenta los medios con los que contaba), **$3+10/71 < \pi < 3+1/7$**; es decir, el número buscado está entre 3'1407 y 3'1428.

Al número irracional (*inconmesurable*) que representa dicha proporción se le denomina $\boldsymbol{\pi}$**.** (primera letra de la palabra circunferencia en griego).

Como $\boldsymbol{\pi}$ es un número que contiene infinitas cifras decimales no periódicas, solemos aproximarlo al valor 3,14 pero podríamos tomar indefinidos valores decimales 3,14159265358979323846…

Este gif nos explica de una manera sencilla qué es Pi:

https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Pi-unrolled-720.gif

Por tanto podemos decir que: $\frac{L}{d} = \pi \Rightarrow$ **L = $\boldsymbol{\pi}$.d**

La longitud de una circunferencia es pi ($\boldsymbol{\pi}$) veces su diámetro.

Al ser el diámetro el doble que el radio también podemos decir que la longitud de una circunferencia es igual al doble de pi ($\boldsymbol{\pi}$) por el radio. **L = 2.$\boldsymbol{\pi}$.r**

Arco de circunferencia

Para calcular la longitud de una parte de la circunferencia, longitud que se denomina arco de circunferencia ($\boldsymbol{\varphi}$), debemos conocer el ángulo central (β) cuyos lados delimitan los extremos del arco. Además debemos conocer el radio de la circunferencia que lo sustenta.

$$\frac{L}{360°} = \frac{\varphi}{\beta}$$

O bien si medimos en radianes

$$\frac{L}{2.\pi} = \frac{\varphi}{\beta}$$

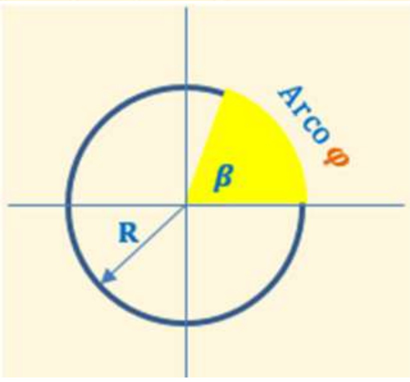
Por tanto la longitud del arco será:

$$\frac{2.\pi.r}{360°} = \frac{\varphi}{\beta} \Rightarrow \varphi = \beta.\frac{2.\pi.r}{360°}$$

O si el ángulo $\boldsymbol{\beta}$ viene expresaso en radianes el arco valdría:

$$\frac{L}{2.\pi} = \frac{2.\pi.r}{2.\pi} = \frac{\varphi}{\beta} \Rightarrow \varphi = \beta.r$$

Lo que significa que el arco tiene $\boldsymbol{\beta}$ veces el radio, es decir, una longitud de $\boldsymbol{\beta}$ radianes.



De aquí la gran ventaja de trabajar con radianes, pues ángulo y arco abarcado podremos expresarlo con el mismo valor.

Ejercicio 28

El carro de un señor que se llamaba Manolo Escobar tiene unas ruedas cuyo diámetro mide 2 metros.

¿Cuánta distancia habría recorrido Manolo antes de que le robaran el carro si cada rueda ha dado 130 vueltas?

Ejercicio 29

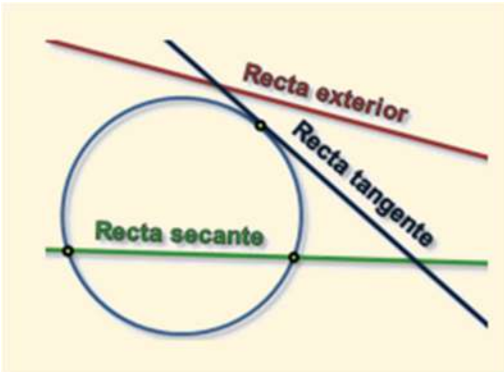
$si\ \pi = \frac{L}{d}$ **y decimos que pi es un número irracional entonces ¿cómo podemos expresarlo como cociente de dos números? ¿Son enteros dichos números?**

5.1.1) POSICIONES RELATIVAS

Posición de una recta con respecto a una circunferencia.

Decimos que una recta puede situarse respecto a una circunferencia como:

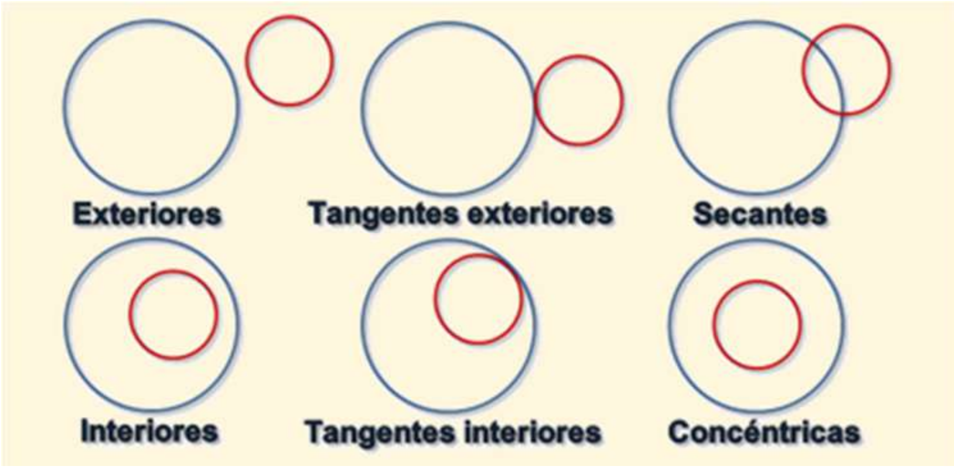
- **Recta exterior**: es aquella que no toca en ningún punto a la circunferencia.
- **Recta tangente:** es aquella que toca en un solo punto a la circunferencia.
- **Recta secante:** es aquella que toca en dos puntos a la circunferencia.



Posiciones relativas de dos circunferencias.

Según los puntos que comparten diferenciamos:

- **Exteriores:** no comparten ningún punto en común.
- **Interiores**: no comparten ningún punto en común pero una está dentro de la otra.
- **Tangentes exteriores**: comparten un punto en común pero ninguna está incluida en la otra.
- **Tangentes interiores:** comparten un punto en común y una está dentro de la otra.
- **Secantes**: cuando comparten dos puntos en común (se cortan en dos puntos).
- **Concéntricas:** es un caso especial de circunferencias interiores que tienen el mismo centro.



Posición de un ángulo respecto a una circunferencia

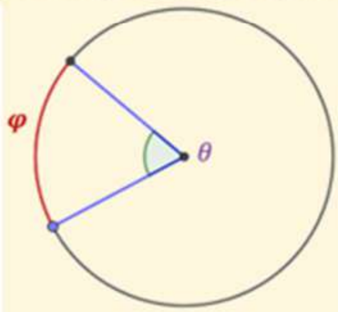
Podemos definir los siguientes tipos de ángulos en relación con una circunferencia:

- ***Ángulo central***

El **ángulo central** es el que tiene el vértice en el centro de la circunferencia siendo sus lados dos radios de la misma.

Los puntos donde dichos radios cortan a la circunferencia definen sobre ella una porción de longitud que denominamos arco.

En la figura vemos que el ángulo central $\boldsymbol{\theta}$ abarca o subtiende el **arco** $\boldsymbol{\varphi}$.

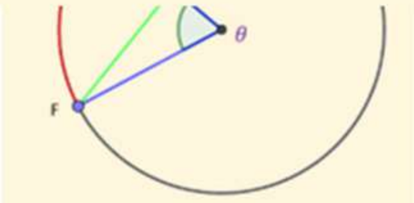


- ***Ángulo inscrito en la circunferencia***

El ángulo inscrito en una circunferencia es aquel que tiene su vértice sobre la circunferencia y cuyos lados son dos cuerdas de la misma (si las cuerdas se prolongan, diremos que son dos **rectas secantes**).

En la figura podemos observar que el ángulo inscrito **α** abarcan el **arco FG**.

Un **ángulo inscrito (α) vale la mitad del ángulo central ($\boldsymbol{\theta}$) que comparte el mismo arco $\boldsymbol{\varphi}$.**



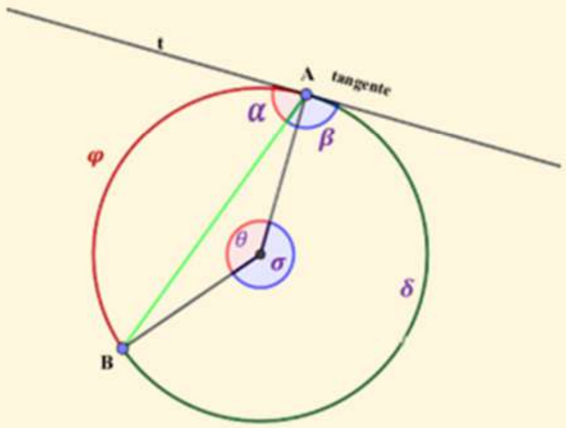
➢ *Ángulo semiinscrito en la circunferencia*

El ángulo **semiinscrito** es aquel que teniendo su vértice en la circunferencia (**A**), los lados que lo definen son una cuerda (**AB**) y la tangente a la circunferencia por el vértice (**t**).

La tangente, que es perpendicular al radio, es lado de dos ángulos semiinscritos **(α)** y **(*β*)** cada uno subtiende un arco diferente. El ángulo **α** abarca el arco ***φ***, mientras que el semiiscrito *β* abarca el arco ***δ***

El valor de un ángulo semiiscrito es igual a la mitad del ángulo central que comparte su mismo arco. Así:

$$\propto = \frac{\theta}{2} \text{ mientras que } \beta = \frac{\sigma}{2}$$

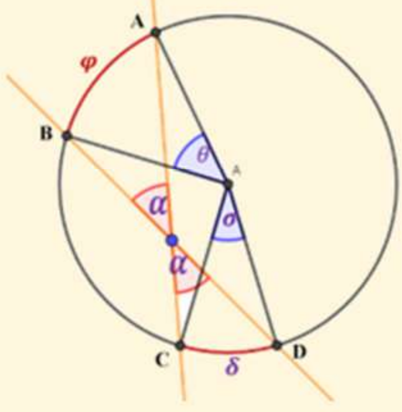


➢ *Ángulo interior en la circunferencia*

El ángulo **interior a una circunferencia (α)** tiene su vértice en un punto interior de esta. Los lados que lo definen son dos rectas secantes que intersectarán a la circunferencia formado dos arcos, ***φ*** y ***δ***.

Su valor es la semisuma de los ángulos centrales θ y σ que abarcan los arcos definidos por los lados del ángulo interno.

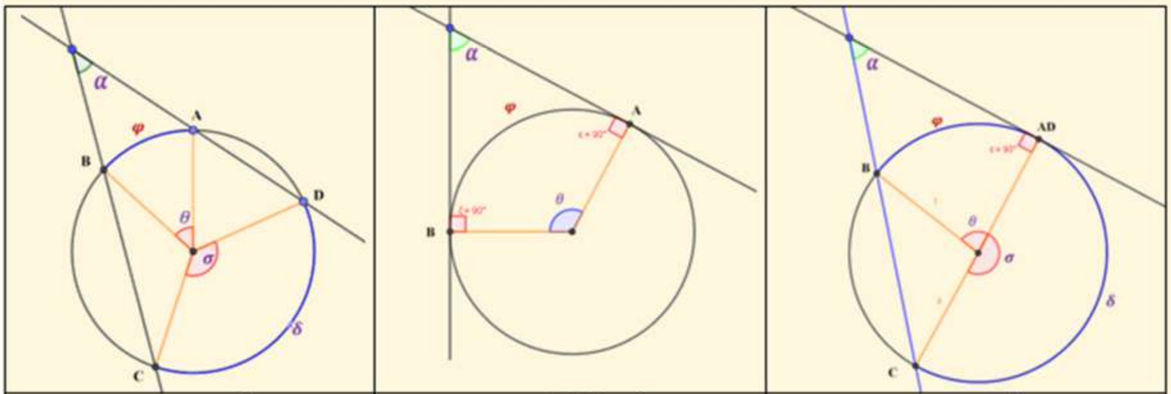
$$\propto = \frac{\theta + \sigma}{2}$$



➢ *Ángulos exteriores a la circunferencia.*

El **ángulo exterior (α)** a una circunferencia, tiene su vértice **(A)** en un punto exterior a la circunferencia. Sus lados son dos **rectas** que pueden ser **tangentes o secantes** a la circunferencia.

El valor del ángulo exterior **(α)** será:

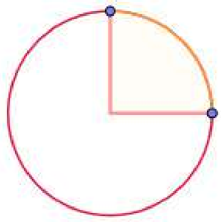


$\alpha = \dfrac{\sigma - \theta}{2}$	$\alpha = 180° - \theta$	$\alpha = \dfrac{\sigma - \theta}{2}$

θ y σ son ángulos centrales que comparten los arcos $\boldsymbol{\varphi}$ y $\boldsymbol{\delta}$ definidos por los lados del ángulo externo.

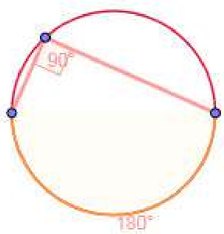
Vista Gráfica

Central



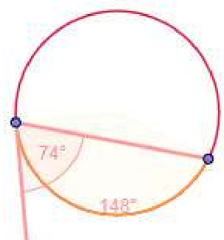
Ángulo : 90°

Inscrito



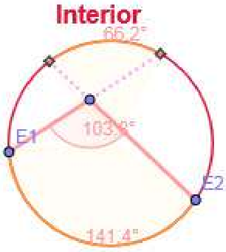
$$90° = \frac{180°}{2}$$

Semiinscrito



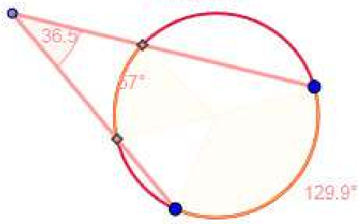
$$74° = \frac{148°}{2}$$

Interior



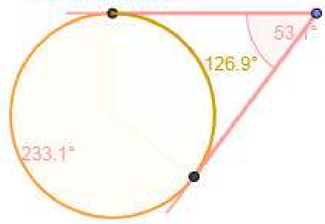
$$103.8° = \frac{141.4° + 66.2°}{2} = \frac{207.5°}{2}$$

Exterior



$$36.5° = \frac{129.9° - 57°}{2} = \frac{73°}{2}$$

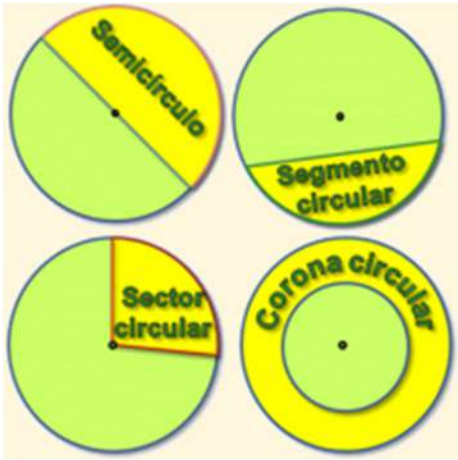
Circunscrito



$$53.1° = \frac{233.1° - 126.9°}{2} = \frac{106.3°}{2}$$

5.2) EL CÍRCULO

El círculo es la superficie del plano limitada por la circunferencia. Por tanto está formado por todos los puntos de la circunferencia y todos los puntos del plano delimitados por ella.



Al hablar del círculo debemos distinguir entre:

- **Semicírculo:** una de las dos partes iguales que delimita un diámetro.
- **Sector circular:** es la parte del círculo comprendida entre dos radios y su arco.
- **Segmento circular**: es la parte del círculo limitada por un arco y su cuerda.
- **Corona circular:** es el espacio comprendido entre dos circunferencias con el mismo centro y distinto radio (concéntricas)

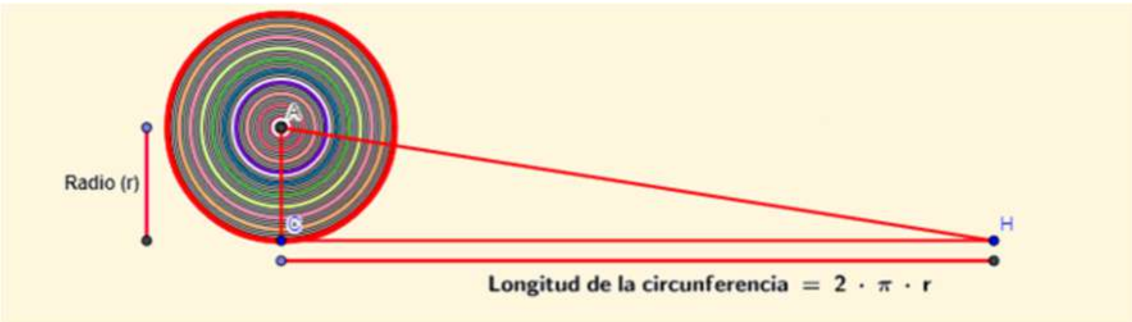
5.2.1) ÁREAS EN EL CÍRCULO

Área del círculo.

Desde la antigüedad se conocía la proporción existente entre el área del círculo y el cuadrado de su diámetro. Pero sería Arquímedes el que demostraría que el número que representa dicha proporción era el inconmensurable (*irracional*) $\boldsymbol{\pi}$.

En su obra Sobre la Medida del círculo, en el teorema I decía Arquímedes:

«El área de un círculo es igual a la de un triángulo rectángulo cuyos catetos son el radio y la longitud de la circunferencia del propio círculo».

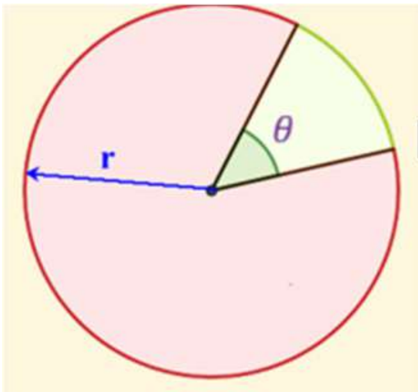


$$\text{Área del Círculo} = \text{Área del Triángulo} = \frac{Base.Altura}{2} = \frac{(2.\pi.r).r}{2} = \pi.r^2$$

Área del círculo = $\pi.r^2$

Área del sector circular.

Un sector circular es la parte de círculo delimitada por los lados de un ángulo central (θ) y el arco de circunferencia que definen los lados el ángulo.



Como conocemos el área del círculo y el valor del ángulo central completo 360° o $2.\pi$, al igual que hicimos al definir el arco de circunferencia, podremos establecer las siguientes proporciones para determinar el área del sector circular definida por el ángulo (θ):

Establecemos la siguiente proporción:

$$\frac{\pi.r^2}{360°} = \frac{Área_{sector}}{\theta°}$$

O bien si medimos en radianes

$$\frac{\pi.r^2}{2.\pi} = \frac{Área_{sector}}{\theta_{rad}}$$

Por tanto el área del sector circular será:

$$Área_{sector} = \theta°.\frac{\pi.r^2}{360°}$$

Si el ángulo θ viene expresaso en radianes el área del sector será:

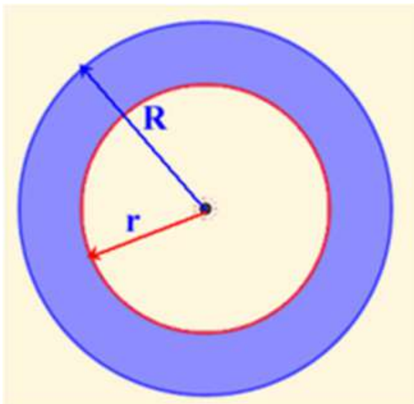
$$Área_{sector} = \theta_{rad}.\frac{r^2}{2}$$

Área de la corona circular.

La corona circular es una parte de círculo comprendida entre dos circunferencias concéntricas.

Su área será la diferencia de áreas de dichas circunferencias.

$$Área_{corona} = \pi.(R^2 - r^2)$$



Practica con estos ejercicios:

http://www.accede-tic.es/circuloycircunferencia/menu.html

6) AUTOEVALUACIÓN

Ejercicio 30

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

	a) No existía las matemáticas hasta la época de la Grecia clásica.
	b) Euclides fue el primer matemático de la historia.
X	c) Euclides, bibliotecario de la biblioteca de Alejandría recopila y aporta los conocimientos matemáticos conocidos en su momento.

Ejercicio 31

La fórmula del área del círculo fue deducida por:

	a) Pitágoras.
	b) Eudoxo de Cinido.
X	c) Arquímedes de Siracusa.

Ejercicio 32

La condición de perpendicularidad de dos rectas es:

	a) Que formen dos ángulos consecutivos iguales
	b) Que forme dos ángulos adyacentes iguales
X	c) Las dos respuestas anteriores son correctas

Ejercicio 33

Si dos ángulos suman 90 º podremos decir de ellos que:

	a) Son suplementarios
	b) Son complementarios y obtusángulos
X	c) Son agudos y complementarios

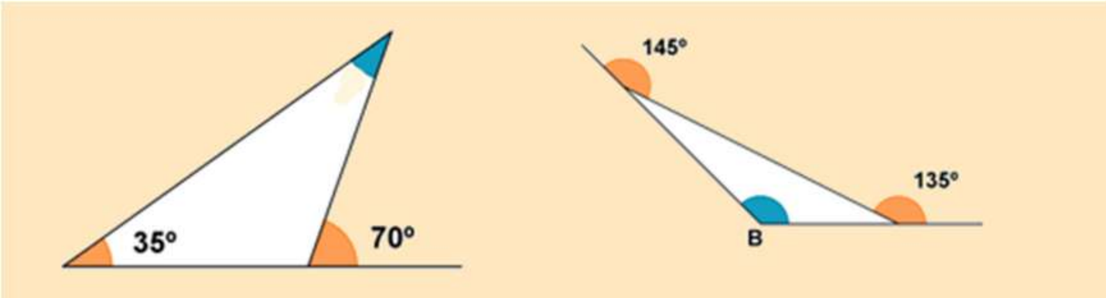
Ejercicio 34

Si el ángulo **$\beta = \pi/3$** y otro ángulo **$\mu = \pi/2$, ¿cuál será el ángulo suma expresado en grados?**

X	a) El ángulo **$\beta + \mu = 135º$**
	b) **$\beta + \mu$**=149º 59' 60"
	c) Aproximadamente 151º

Ejercicio 35

En la figura siguiente se representan dos triángulos, ¿Cuál sería el nombre correcto que les podríamos dar?:



	a) Acutángulo o Isósceles y Equilátero o escaleno
	b) Equilátero o Acutángulo y Escaleno y Obtusángulo
X	c) Obtusángulo o Isósceles y Escaleno u Obtusángulo

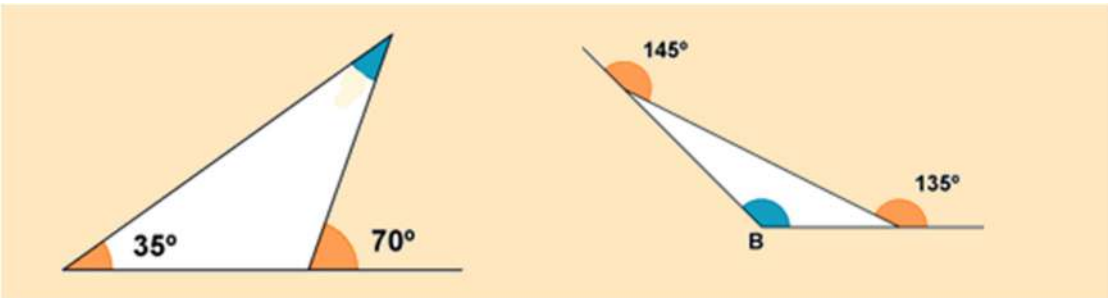
Ejercicio 36

La recta de Euler sustenta a:

	a) Ortocentro, Baricentro, Circuncentro e Icentro
X	b) Ortocentro, Baricentro, Circuncentro
	c) Las dos respuestas anteriores son erróneas

Ejercicio 37

¿Cuál es el valor de los ángulos A y B de los triángulos de la figura?



	a) A=45º, B=125º
	b) A=35º, B=155º
X	c) A=35º, B=100º

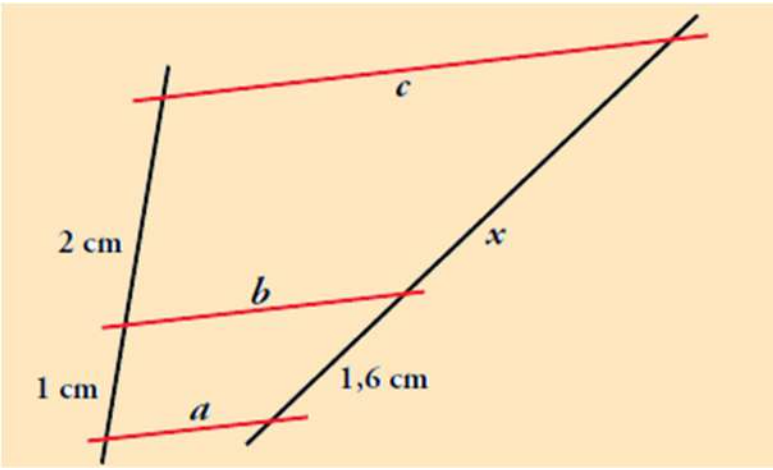
Ejercicio 38

Si dos triángulos tienen los tres ángulos internos iguales podemos afirmar:

	a) Con toda seguridad que son iguales
	b) Con toda seguridad que son semejantes
X	c) No podemos afirmar nada hasta conocer cómo son sus lados

Ejercicio 39

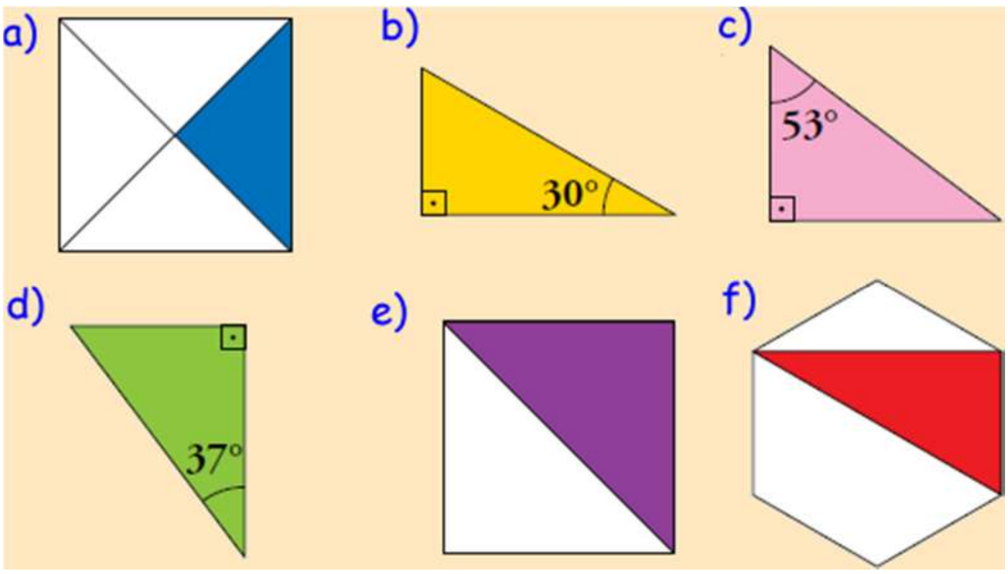
Observando el dibujo siguiente, ¿cuál es el valor del segmento X?



	a) x= 3 cm
	b) x= 3,4 cm
X	c) x= 3,2 cm

Ejercicio 40

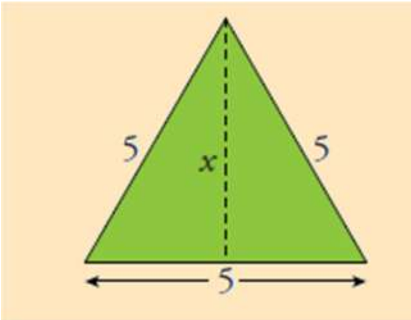
Entre los siguientes triángulos rectángulos hay algunos semejantes entre sí. Averigua cuáles son calculando previamente los ángulos que faltan.



	a) Son semejantes: b-f; a-d y e-c
	b) Son semejantes; b-f; e-d y a-c
X	c) Son semejantes; b-f; a-e y c-d

Ejercicio 41

Calcula la altura del siguiente triángulo.



	a) X=3,4
X	b) x=4,33
	c) x=4,5

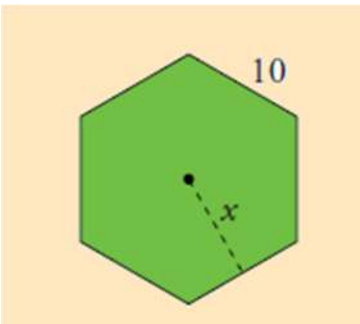
Ejercicio 42

¿Cómo denominarías a las siguientes figuras?

	a) Rombo y romboide
	b) Rectángulo y rombo
X	c) Romboide y rombo

Ejercicio 43

Determina el área del hexágono de la figura.



X	a) Área= 259,8 u^2
	b) Área= 250,8 u^2
	c) Área= 260 u^2

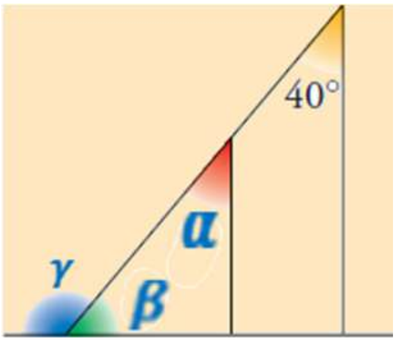
Ejercicio 44

Determina el área del trapecio isósceles de la figura.

X	a) Área=66,75 u^2
	b) Área=60,75 u^2
	c) Área=56,75 u^2

Ejercicio 45

Determina el valor de los ángulos de la figura.



	a) α=40º, β=50º; Ƴ=90º
X	b) α=40º, β=50º; Ƴ=130º
	c) α=50º, β=40º; Ƴ=90º

Ejercicio 46

Cuál es el radio de una circunferencia sabiendo que una cuerda que dista del centro 1,5 cm mide 7,2 cm.

	a) El radio de la circunferencia será de 8 cm
	b) El radio de la circunferencia será de 8,9 cm
X	c) El radio de la circunferencia será de 3,9 cm

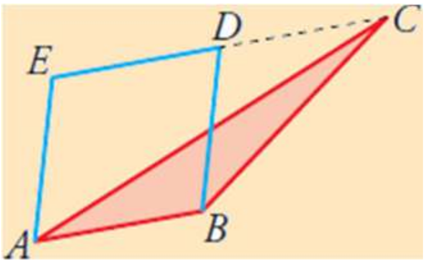
Ejercicio 47

La longitud de un arco de circunferencia de 60° de amplitud en una círculo de 12 cm de radio será:

	a) No podemos calcularlo porque solo tenemos el radio del círculo
X	b) El arco valdrá 4.π
	c) El arco valdrá 9,42 cm

Ejercicio 48

Si el área del triángulo ABC es 9,10 cm^2, ¿cuál es el área del paralelogramo ABDE?



	a) Nos faltan los datos de la base y de la altura
X	b) El doble que la del triángulo
	c) Cuatro veces la del triángulo

Ejercicio 49

En cuantas veces la longitud de la circunferencia excede a su diámetro.

	a) No se puede saber pues el diámetro es un segmento recto y la circunferencia es una línea curva
	b) Excede en dos veces a su diámetro
X	c) Excede en π veces a su diámetro

ENLACES DE INTERÉS

https://sites.google.com/site/todoesgeometria/construcciones-con-regla-y-compas/hallar-la-bisectriz-de-un-angulo-dado

Si deseas saber la historia de la geometría y más concretamente la del Teorema de Pitágoras puedes acceder a la siguiente página: http://poligonos1.blogspot.com

http://newton.matem.unam.mx/geometria

http://contenidos.educarex.es/mci/2004/18/alumno.htm

https://www.thatquiz.org/es/previewtest?Y/N/G/W/HHPQ1412568300

https://www.thatquiz.org/es/previewtest?C/V/D/J/35641286306728

https://www.thatquiz.org/es/previewtest?I/E/S/R/03961270914006

https://www.thatquiz.org/es/previewtest?J/T/A/I/17711511965810

https://www.thatquiz.org/es/previewtest?6/X/L/B/QVJ51400526643

Ejercicios resueltos

Ejercicio 1

Selecciona las respuestas correctas.

	Todas las rectas secantes son perpendiculares.
X	Todas las rectas perpendiculares son secantes
	Las rectas paralelas sólo tienen un punto en común
X	Un ángulo define una porción infinita de plano
	El matemático griego que recopila el conocimiento antiguo de su época fue Pitágoras
X	A la geometría clásica también le llamamos Euclídea
	Antes de la cultura helenística (600 a.C) no existía la matemática

Ejercicio 2

¿Cuál es el nombre de las siguientes letras griegas?

π	**Pi**
α	**Alfa**
γ	**Gamma**
β	**Beta**
λ	**Lambda**
μ	**Mu**
ω	**Omega**

Ejercicio 3

Realiza las siguientes operaciones con ángulos.

35º 33' 54'' + 7º 42' 25'' = <u>43</u> º <u>16</u> ' <u>19</u> ''

Ejercicio 4

Determina el valor en radianes de los siguientes ángulos:

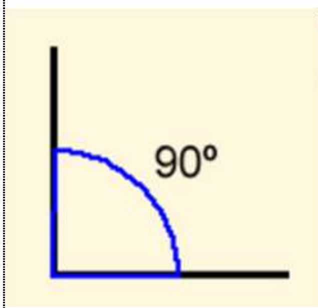
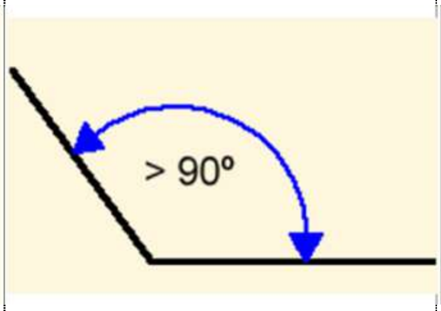
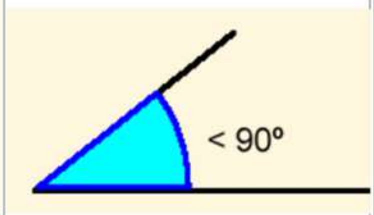
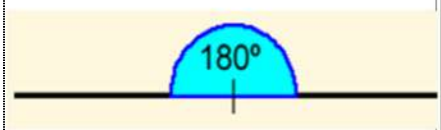
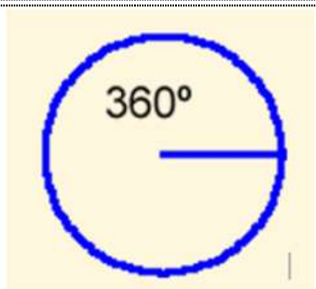
a) μ= 60º $\frac{\Pi}{180^o}=\frac{\mu_{rad}}{60^o}\Longrightarrow\mu_{rad}=60^o.\frac{\Pi}{180^o}=\frac{\Pi}{3}$

b) β= 150º $\frac{\Pi}{180^o}=\frac{\beta_{rad}}{150^o}\Longrightarrow\beta_{rad}=150^o.\frac{\Pi}{180^o}=\frac{5.\Pi}{6}$

c) θ= 270º $\frac{\Pi}{180^o}=\frac{\theta_{rad}}{270^o}\Longrightarrow\theta_{rad}=270^o.\frac{\Pi}{180^o}=\frac{3.\Pi}{2}$

Ejercicio 5

¿Cómo se denominan estos ángulos?

		
Recto	**Obtuso**	**Agudo**
		
	Llano	**Completo**

Ejercicio 6

Indica si son Verdaderas o Falsas las siguientes afirmaciones:

Dos ángulos adyacentes son aquellos que:

	V / F
Suman 90°	F
Suman 45°, tienen el vértice común, un lado común y los otros lados son uno prolongación del otro	F
Siendo suplementarios, tienen el vértice común, un lado común y los otros lados son uno prolongación del otro	V

Ejercicio 7

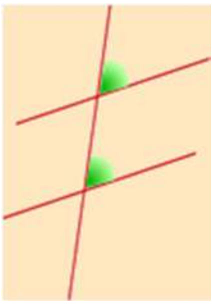
¿Qué podríamos decir que todos los ángulos adyacentes son consecutivos o que todos los ángulos consecutivos son adyacentes?

La categoría general es el de ángulo consecutivo y dentro de esta categoría hay unos ángulos particulares que se les denomina adyacentes.

Por tanto todos los ángulos adyacentes son consecutivos, pero no todos los ángulos consecutivos son adyacentes.

Ejercicio 8

Indica si son Verdaderas o Falsas las siguientes afirmaciones:



De los ángulos de la figura podemos decir que …..

	V / F
Son iguales por ser ángulos internos	F
Son iguales por ser externos internos	F
Ninguna de las anteriores es correcta	V

Son iguales por ser ángulos correspondientes y por lo tanto tienen sus lados paralelos.

Ejercicio 9

¿Cuál será el valor mínimo que puede tener un ángulo Cóncavo?

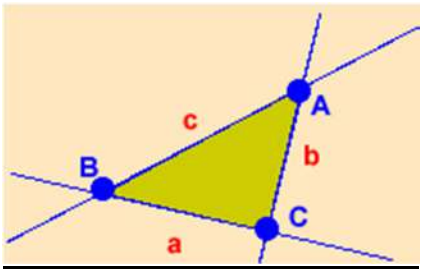
El valor mínimo que puede valor un ángulo cóncavo es de 180º, luego todos los ángulos cóncavos son mayores o iguales a 180º.

Ejercicio 10

¿Cuál es el número de segmentos rectilíneos mínimos que se necesita para formar un polígono cerrado?

Si los segmentos rectilíneos sólo pueden unirse por sus extremos, para cerrar un polígono, ¿podrán ser estos segmentos de la longitud que se desee o tendrá que cumplir alguna condición?

a) Necesitaríamos tres segmentos que se corten dando puntos de intersección no alineados.



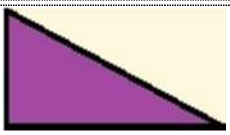
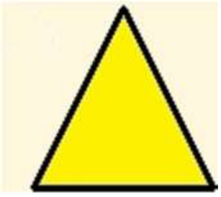
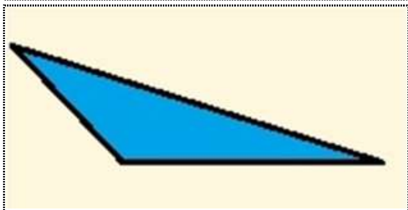
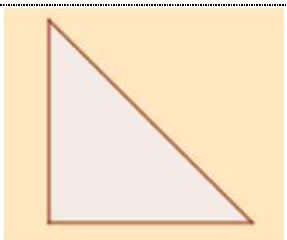
b) No pueden ser de cualquier longitud, deben cumplir la desigualdad triángular o desigualdad de **Minkowski.**

En todo triángulo la suma de las longitudes de dos lados cualesquiera es siempre mayor que la longitud del lado restante.

a+b>c; a+c>b; b+c>a

Ejercicio 11

Clasifica los siguientes triángulos atendiendo a sus lados y a sus ángulos.

TRIÁNGULO	SEGÚN SUS LADOS	SEGÚN SUS ÁNGULOS
	Isósceles	Acutángulo
	Escaleno	Rectángulo
	Equilátero	Acutángulo
	Escaleno	Obtusángulo
	Isósceles	Rectángulo

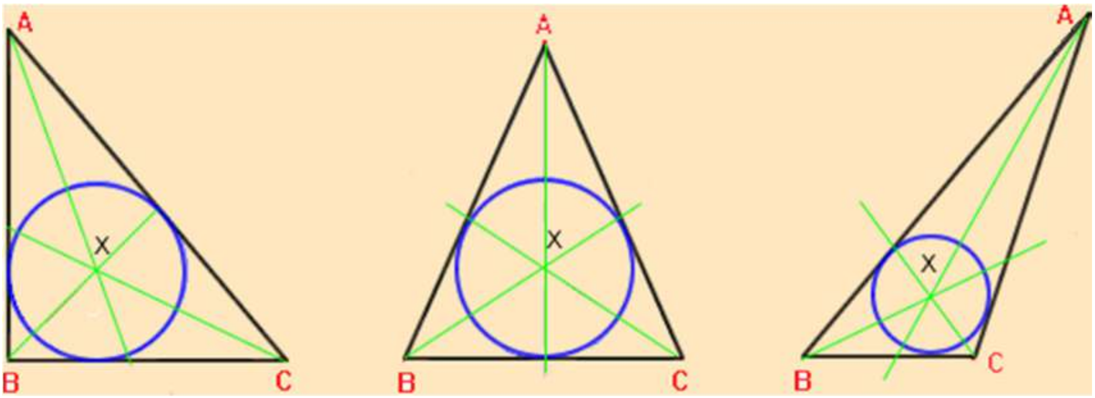
Ejercicio 12

¿Cuantos ángulos obtusos puede tener un triángulo?

X	a) Como mucho uno
	b) No puede tener ninguno
	c) Como mucho dos

Ejercicio 13

Analizando los triángulos siguientes podríamos decir que el punto x es:



	a) El Ortocentro del triángulo por ser sus lados tangentes a la circunferencia inscrita.
X	b) El Icentro del triángulo, por encontrase siempre en el interior del triángulo.
	c) El circuncentro del triángulo por ser el centro de la circunferencias inscrita.

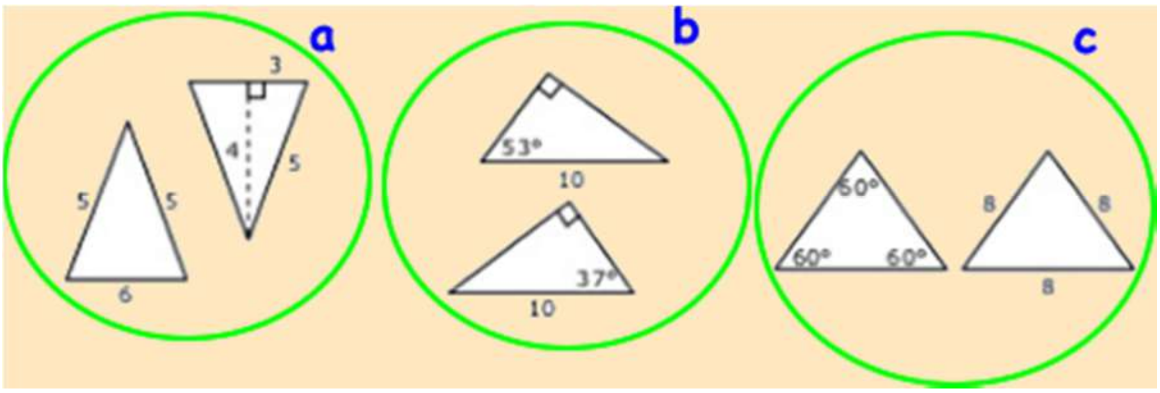
Ejercicio 14

¿Por qué el centro de un triángulo siempre es un punto interior al mismo y nunca exterior?

Porque es el punto de intersección de las bisectrices de los ángulos internos del triángulo y centro de la circunferencia inscrita. Si estuviese fuera del triángulo no podría ser el centro de dicha circunferencia inscrita al no equidistar de los lados.

Ejercicio 15

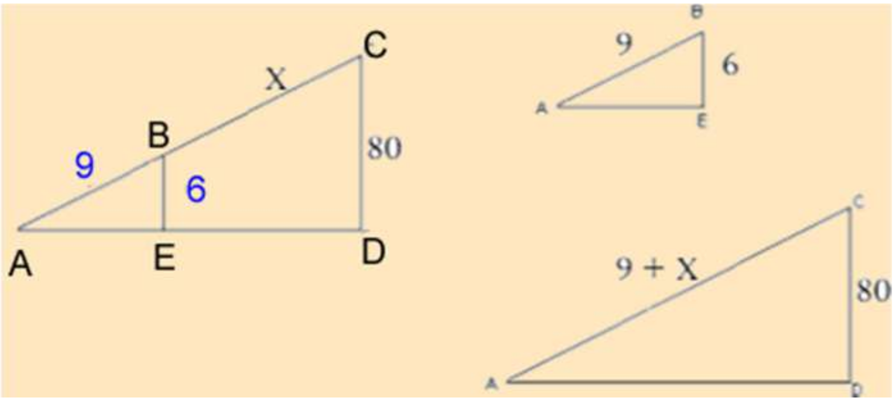
De los triángulos de la figura siguiente podemos decir que:



	a) La pareja de triángulos del grupo "a" son los únicos congruentes del dibujo.
	b) Solo son congruentes los triángulos del grupo a y b.
X	c) Todos los triángulos son congruentes.

Ejercicio 16

Conociendo la información aportada en la figura, determina la longitud del segmento BC.



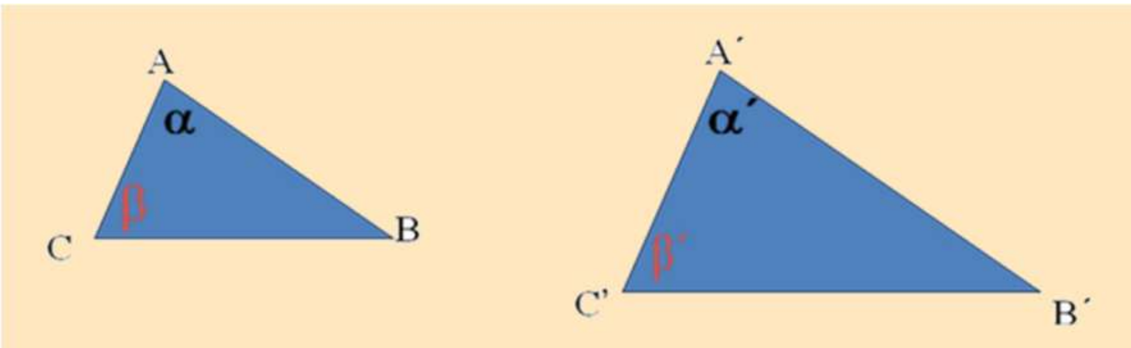
$\frac{\overline{BE}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$ Por tanto $\frac{6}{80} = \frac{9}{9+x}$

Luego $6.(9+x) = 9.(80) \Rightarrow 54 + 6.x = 720 \Rightarrow 6.x = 720 - 54 = 666$

De donde deducimos que $x = \frac{666}{6} = 111$

Ejercicio 17

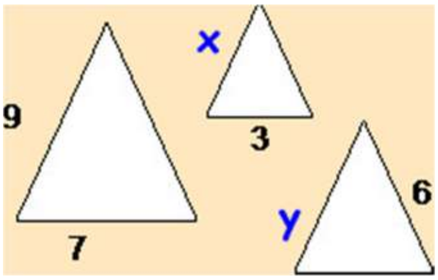
¿Por qué son semejantes estos triángulos?



Pues al tener dos ángulos conocidos iguales, el tercero desconocido debe ser también igual, por tanto estamos ante dos triángulos que tienes los tres ángulos iguales, luego solo hay dos posibilidades que los lados sean iguales o que sean proporcionales, como iguales no son pues no tienen el mismo tamaño, son por tanto proporcionales y los triángulos pro consiguiente semejantes.

Ejercicio 18

Calcula el valor de los lados de estos triángulos isósceles.



Solución: 3,8 y 4,6

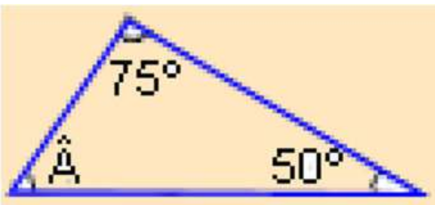
Ejercicio 19

La siguiente terna de números (20,101,99), ¿es una terna pitagórica?

X	a) Si por que el área del cuadrado de lado 20 sumada al área del cuadrado de lado 99, es igual al área del cuadrado de lado 101
	b) No es una terna pitagórica, porque no cumple el teorema de Pitágoras
	c) No porque no se verifica la desigualdad triangular

Ejercicio 20

En el triángulo de la figura, calcula cuánto mide el ángulo A.



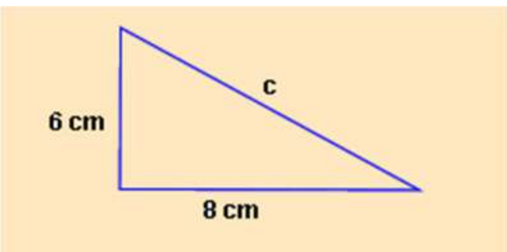
75º + 50º = 125º

180º – 125º = 55º

El ángulo A mide 55º

Ejercicio 21

En un triángulo rectángulo, los dos catetos miden 8 y 6 cm, respectivamente. Dibuja el triángulo y calcula el valor de la hipotenusa.



6^2 + 8^2 = H^2

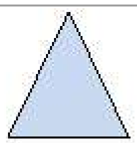
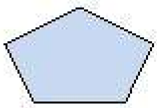
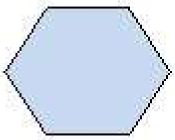
36 + 64 = H^2

100 = h^2

h = $\sqrt{100}$ = 10 cm

Ejercicio 22

Completa la siguiente tabla:

Figuras	Lados	Vértices	Ángulos	Diagonales
	3	3	3	0
	4	4	4	2
	5	5	5	5
	6	6	6	9

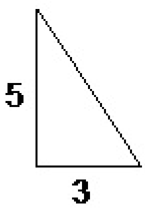
Ejercicio 23 (interactivo)

https://www.geogebra.org/m/114518

Ejercicio 24

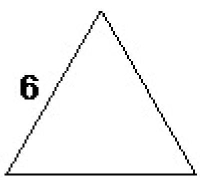
Calcula la superficie y el perímetro de los siguientes triángulos, utilizando, si es preciso, el teorema de Pitágoras.

a)

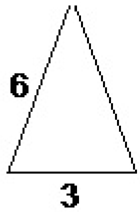


Área=7'5 u²; **perímetro=13,83 u**

b)



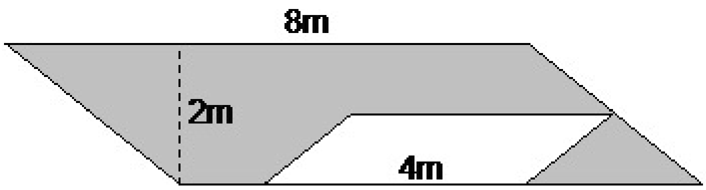
Área=15,6 u²; **perímetro=18 u**

c)  ***Área*=8,7 *u*^{2}; perímetro=15 u**

______

Ejercicio 25

Determina el área de la zona sombreada:

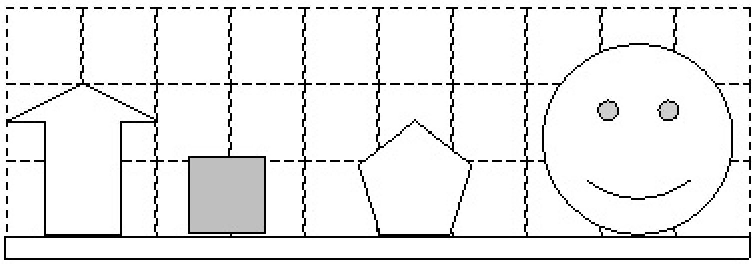


El área de la zona sombreada es de 12 m^2

Ejercicio 26

El dibujo siguiente está hecho a escala 1:10.000, y el lado de cada cuadrado de la retícula mide 1cm.

¿Cuál es la altura real, en metros, de los objetos representados en la figura?



Flecha _200m_ Cuadrado _100m_ Pentágono _150m_ Cara __250m__

Ejercicio 27

En un plano a escala 1:50.000, se desea saber que longitud tiene un tramo de camino que mide en el plano 60 cm.

Si hubiésemos consultado un plano que estuviese a escala 1:30.000. ¿Cuantos centímetros sobre dicho plano hubiésemos medido?

a)

$$E = \frac{1}{50.000} = \frac{60\ cm}{x_R}$$

$$x_R = 50.000.(60\ cm) = 3000000cm = 3000000cm.\frac{1\ m}{100\ cm} = 30000\ m$$
$$= 30000\ m.\frac{1\ km}{1000\ m} = 30\ km$$

b)

$$E = \frac{1}{30.000} = \frac{y_p}{3000000cm}$$

$$y_p = \frac{1}{30.000}.3000000\ cm = 100\ cm$$

Ejercicio 28

El carro de un señor que se llamaba Manolo Escobar tiene unas ruedas cuyo diámetro mide 2 metros.

¿Cuánta distancia habría recorrido Manolo antes de que le robaran el carro si cada rueda ha dado 130 vueltas?

Por cada vuelta que de la rueda la longitud lineal recorrida será la longitud de la circunferencia que define la rueda, como da 130 vueltas será 130 veces dicho perímetro circular, por tanto:

L/d = π, luego L=d.π **= 2. 3,1416=6,28 m por vuelta.**

Luego la longitud lineal recorrida por el carro será: 6,28 .130=recorrida será de ***816'81 metros***

Ejercicio 29

$si\ \pi = \frac{L}{d}$ y decimos que pi es un número irracional entonces ¿cómo podemos expresarlo como cociente de dos números? ¿Son enteros dichos números?

La irracionalidad de $\boldsymbol{\pi}$ significa que no existe una longitud común que pueda dividir tanto a L como a d.

Por otra parte como $\boldsymbol{\pi}$ es irracional significa que o L o d, deben ser irracionales, pero como d podemos cogerlo de un valor exacto, significa que la irracionalidad en la proporción l/d la aporta el número que determina la longitud de la circunferencia, puede dicha longitud solo podemos medirla de manera aproximada.

Ejercicio 30

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

	a) No existía las matemáticas hasta la época de la Grecia clásica.
	b) Euclides fue el primer matemático de la historia.
X	c) Euclides, bibliotecario de la biblioteca de Alejandría recopila y aporta los conocimientos matemáticos conocidos en su momento.

Ejercicio 31

La fórmula del área del círculo fue deducida por:

	a) Pitágoras.
	b) Eudoxo de Cinido.
X	c) Arquímedes de Siracusa.

Ejercicio 32

La condición de perpendicularidad de dos rectas es:

	a) Que formen dos ángulos consecutivos iguales
	b) Que forme dos ángulos adyacentes iguales
X	c) Las dos respuestas anteriores son correctas

Ejercicio 33

Si dos ángulos suman 90 º podremos decir de ellos que:

	a) Son suplementarios
	b) Son complementarios y obtusángulos
X	c) Son agudos y complementarios

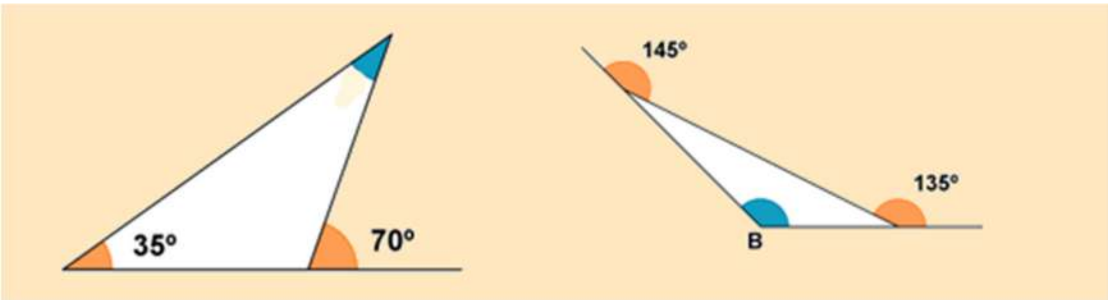
Ejercicio 34

Si el ángulo β= $\pi/3$ y otro ángulo μ=$\pi/2$, ¿cuál será el ángulo suma expresado en grados?

X	a) El ángulo **β+ μ=135º**
	b) **β+ μ**=149º 59' 60"
	c) Aproximadamente 151º

Ejercicio 35

En la figura siguiente se representan dos triángulos, ¿Cuál sería el nombre correcto que les podríamos dar?:



	a) Acutángulo o Isósceles y Equilátero o escaleno
	b) Equilátero o Acutángulo y Escaleno y Obtusángulo
X	c) Obtusángulo o Isósceles y Escaleno u Obtusángulo

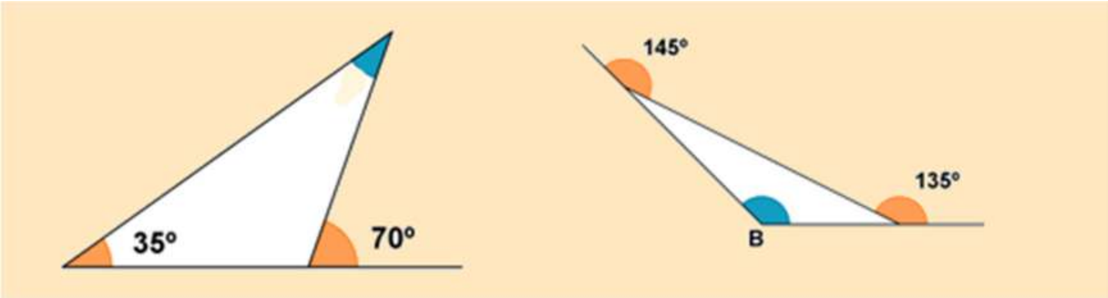
Ejercicio 36

La recta de Euler sustenta a:

	a) Ortocentro, Baricentro, Circuncentro e Icentro
X	b) Ortocentro, Baricentro, Circuncentro
	c) Las dos respuestas anteriores son erróneas

Ejercicio 37

¿Cuál es el valor de los ángulos A y B de los triángulos de la figura?



	a) A=45º, B=125º
	b) A=35º, B=155º
X	c) A=35º, B=100º

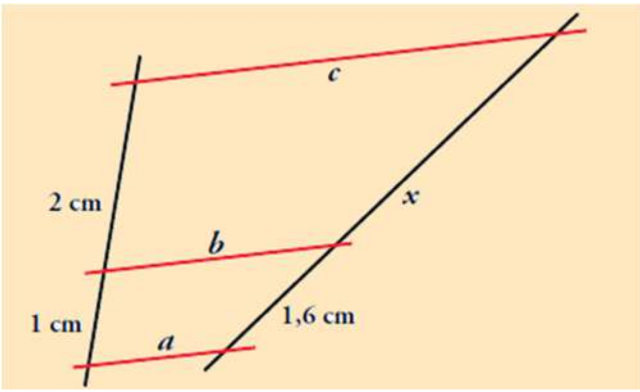
Ejercicio 38

Si dos triángulos tienen los tres ángulos internos iguales podemos afirmar:

	a) Con toda seguridad que son iguales
	b) Con toda seguridad que son semejantes
X	c) No podemos afirmar nada hasta conocer cómo son sus lados

Ejercicio 39

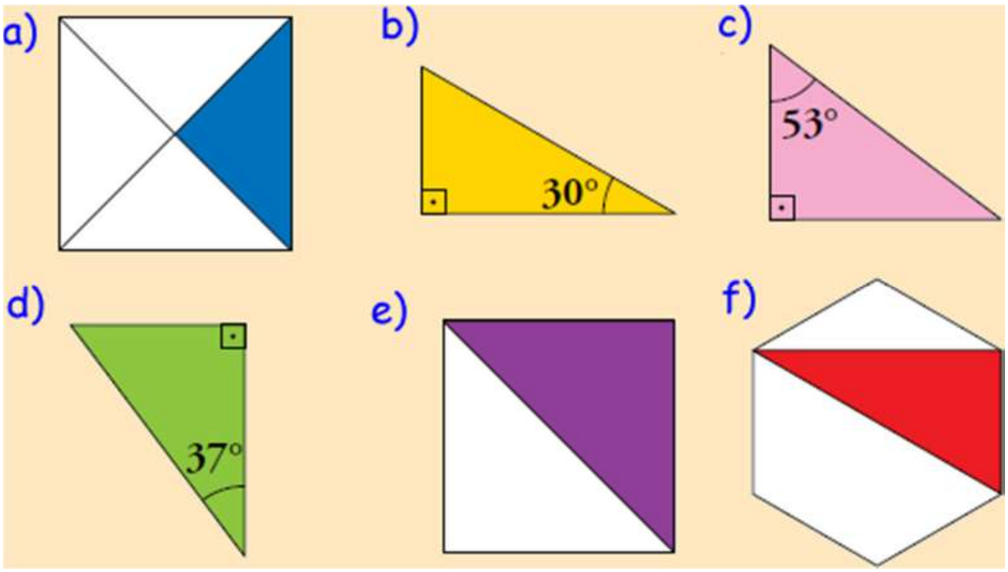
Observando el dibujo siguiente, ¿cuál es el valor del segmento X?



	a) x= 3 cm
	b) x= 3,4 cm
X	c) x= 3,2 cm

Ejercicio 40

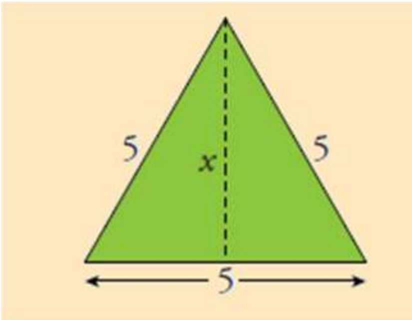
Entre los siguientes triángulos rectángulos hay algunos semejantes entre sí. Averigua cuáles son calculando previamente los ángulos que faltan.



	a) Son semejantes: b-f; a-d y e-c
	b) Son semejantes; b-f; e-d y a-c
X	c) Son semejantes; b-f; a-e y c-d

Ejercicio 41

Calcula la altura del siguiente triángulo.



	a) X=3,4
X	b) x=4,33
	c) x=4,5

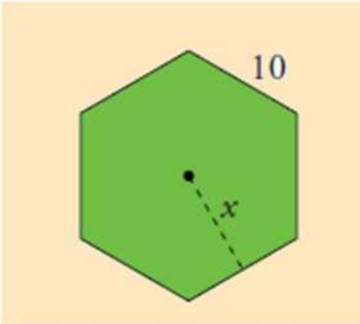
Ejercicio 42

¿Cómo denominarías a las siguientes figuras?

	a) Rombo y romboide
	b) Rectángulo y rombo
X	c) Romboide y rombo

Ejercicio 43

Determina el área del hexágono de la figura.



X	a) Área= 259,8 u^2
	b) Área= 250,8 u^2
	c) Área= 260 u^2

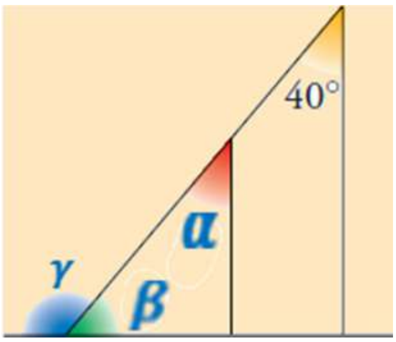
Ejercicio 44

Determina el área del trapecio isósceles de la figura.

X	a) Área=66,75 u^2
	b) Área=60,75 u^2
	c) Área=56,75 u^2

Ejercicio 45

Determina el valor de los ángulos de la figura.



	a) α=40º, β=50º; ϒ=90º
X	b) α=40º, β=50º; ϒ=130º
	c) α=50º, β=40º; ϒ=90º

Ejercicio 46

Cuál es el radio de una circunferencia sabiendo que una cuerda que dista del centro 1,5 cm mide 7,2 cm.

	a) El radio de la circunferencia será de 8 cm
	b) El radio de la circunferencia será de 8,9 cm
X	c) El radio de la circunferencia será de 3,9 cm

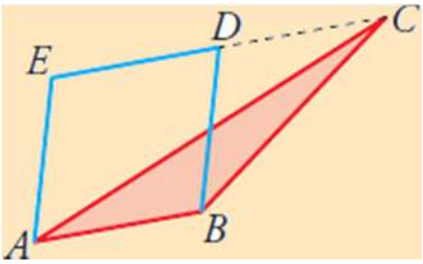
Ejercicio 47

La longitud de un arco de circunferencia de 60° de amplitud en una círculo de 12 cm de radio será:

	a) No podemos calcularlo porque solo tenemos el radio del círculo
X	b) El arco valdrá 4.π
	c) El arco valdrá 9,42 cm

Ejercicio 48

Si el área del triángulo ABC es 9,10 cm2, ¿cuál es el área del paralelogramo ABDE?



	a) Nos faltan los datos de la base y de la altura
X	b) El doble que la del triángulo
	c) Cuatro veces la del triángulo

Ejercicio 49

En cuantas veces la longitud de la circunferencia excede a su diámetro.

	a) No se puede saber pues el diámetro es un segmento recto y la circunferencia es una línea curva
	b) Excede en dos veces a su diámetro
X	c) Excede en π veces a su diámetro

Bloque 05. Tema 6.

La función de la nutrición.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

En este tema vamos a ver qué es la función de nutrición, estableceremos diferencias entre nutrición y alimentación. Veremos hábitos de vida saludables y qué trastornos conlleva una mala conducta alimenticia, así como la anatomía y fisiología de los aparatos que intervienen en esta función.

Y es que al igual que las máquinas necesitan combustible o energía para funcionar, el ser humano necesita sustancias para obtener energía y poder funcionar y realizar sus funciones vitales.

1) NUTRICIÓN

La función de nutrición es el conjunto de procesos por los cuáles el organismo obtiene sustancias y energía para que el ser vivo realice su conservación, es decir, toman del medio las sustancias nutritivas y la energía que necesitan para vivir y expulsan al medio las sustancias de desecho que fabrican. Por lo tanto, se puede definir como el intercambio de materia y energía del ser vivo con el exterior. En este proceso intervienen:

- **Aparato Digestivo.** Transforma los alimentos en sustancias simples o **nutrientes** asimilables por el organismo.
- **Aparato Circulatorio.** Lleva, por medio de la sangre, a todo el organismo el alimento, el oxígeno, las hormonas, etc., y retira las sustancias de desecho.
- **Aparato Respiratorio.** Proporciona el oxígeno a las células y retira de ellas el dióxido de carbono.
- **Aparato Excretor.** Elimina las sustancias de desecho que producen las células en el metabolismo.

Hay que establecer una diferencia entre la nutrición y la alimentación:

La nutrición se realiza de forma inconsciente, en ella intervienen diferentes órganos y aparatos que transforman los alimentos en nutrientes y los utilizan en las células. En cambio, la alimentación es un proceso consciente o voluntario, por el que tomamos los alimentos ya que, es el ser vivo es el que introduce los alimentos en el cuerpo.

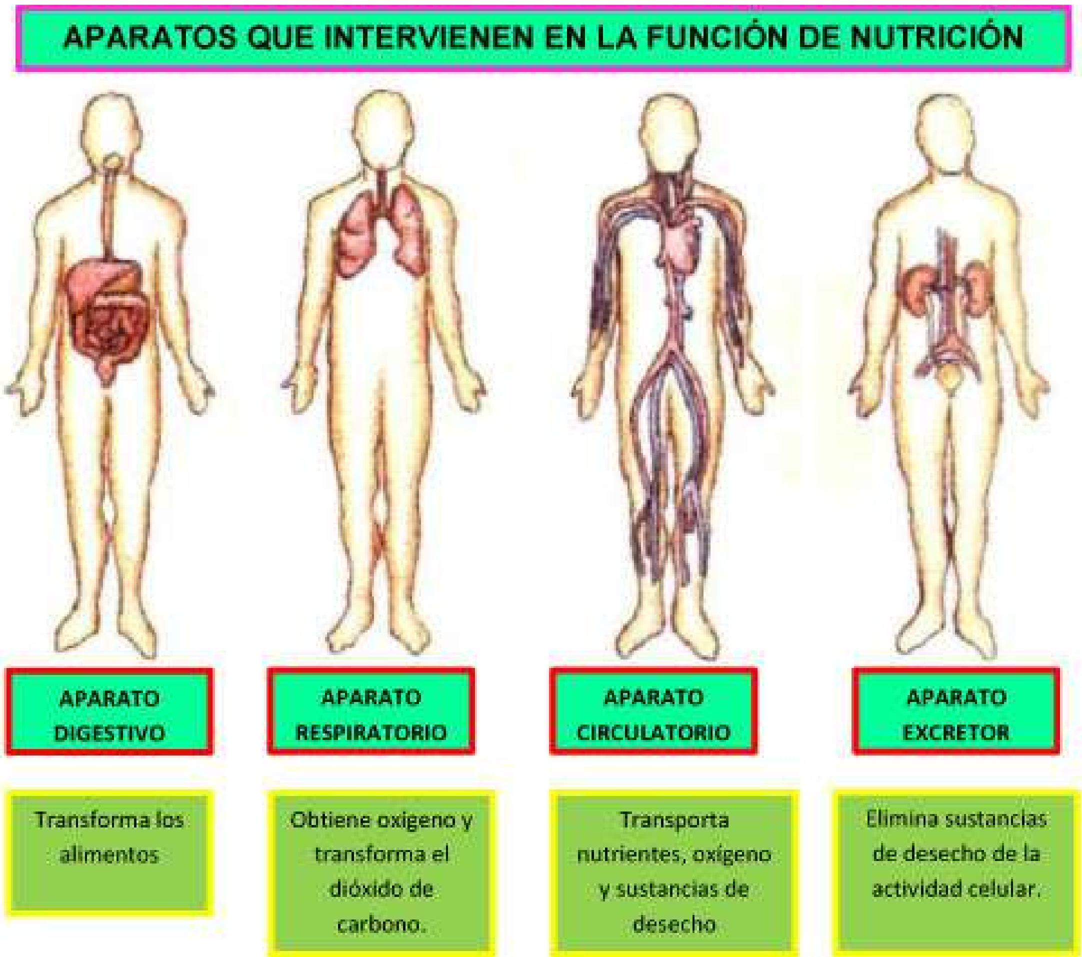


Imagen nº 1: Aparatos que intervienen en la nutrición. Autor: Ana José García Tejas

Ejercicio 1

De forma breve cita los aparatos que intervienen en la nutrición y su función:

1.1) Los nutrientes

Entendemos por nutrientes las sustancias que necesita el organismo para realizar sus funciones vitales. Estos nutrientes se obtienen de los alimentos, es decir, son los componentes de los alimentos. Un alimento puede estar formado por uno o varios nutrientes.

Las funciones básicas de los nutrientes son:

- **Energética:** para aportar la energía que necesitan las células para poder funcionar.
- **Plástica o estructural:** para el crecimiento y renovación de las células y tejidos que se destruyen por heridas o por renovación de las células.
- **Reguladora:** para aportar sustancias que permitan las reacciones químicas que necesitan las células para su funcionamiento.

Imagen nº 2: Función de los nutrientes. Autor: Ana José García Tejas

Ejercicio 2

¿Cuáles son las funciones básicas de los nutrientes?

1.1.1) TIPOS DE NUTRIENTES

Existen varios tipos de nutrientes que, según su composición, pueden ser:

- **Nutrientes orgánicos:** consisten en sustancias elaboradas atómicamente a partir del carbono, el hidrógeno, el oxígeno y otros elementos semejantes como las proteínas, los hidratos de carbono y las grasas. Son imprescindibles para el crecimiento, para dar energía...etc.
- **Nutrientes inorgánicos:** están constituidos por los minerales y el agua. Se encuentran presentes en la naturaleza. Son imprescindibles para la producción de hormonas y la creación de nuevos tejidos.

TIPOS DE NUTRIENTES ORGÁNICOS	FUNCIÓN
HIDRATOS DE CARBONO O GLÚCIDOS	**ENERGÉTICA**: de aquí se obtiene la glucosa que es el combustible de nuestro cuerpo.
PROTEÍNAS	**ESTRUCTURAL**: son los "ladrillos" de nuestro cuerpo y los principales componentes de la estructura de la célula permitiendo el crecimiento y la reposición de los tejidos dañados o desgastados. **REGULADORA**: regulan ciertas actividades (las *hormonas*), transportan sustancias (la hemoglobina transporta el oxígeno), o nos protegen de enfermedades (los anticuerpos).
LÍPIDOS	**ENERGÉTICA**: las grasas, situadas en las células del tejido adiposo. Un gramo de grasa proporciona 9 kilocalorías, más del doble que la glucosa, pero como las células sólo consumen glucosa, las grasas tienen que transformarse en glucosa para poder ser utilizadas. **PLÁSTICA** O **ESTRUCTURAL**: el *colesterol*, forman parte de la membrana plasmática de las células. **REGULADORA**: actuando como *vitaminas* y *hormonas*.
VITAMINAS	**REGULADORA**: Son imprescindibles para el crecimiento y el buen funcionamiento del organismo.

TIPOS DE NUTRIENTES INORGÁNICOS	FUNCIÓN
AGUA	**ESTRUCTURAL**: es el 50 o 60% del peso corporal. **REGULADORA**: regulación de la temperatura del cuerpo, el transporte de sustancias por el organismo, ayuda a eliminar desechos y es el medio donde se producen las reacciones químicas de las células.
SALES MINERALES	**ESTRUCTURAL**: el calcio y el fósforo forman parte de los huesos, o el flúor, de los dientes. **REGULADORA**: intervienen en las reacciones químicas del organismo.

Ejercicio 3

Enumera los principales nutrientes orgánicos e inorgánicos.

1.1.2) LA ENERGÍA DE LOS NUTRIENTES

Nuestro organismo necesita energía para su funcionamiento, esta energía se obtiene de los nutrientes que es transformada en las células en tres formas de energía:

- Mecánica: es la que causa el movimiento del esqueleto, los latidos del corazón o la ventilación pulmonar.
- Química: para fabricar moléculas.
- Térmica o calor: para mantener la temperatura corporal.

Cuando los nutrientes energéticos llegan a las células, sufren una serie de reacciones químicas que liberan una cantidad de energía expresada en **kilocalorías (1kcal= 1000** calorías) o en **kilojulios (1kcal ≈ 4,2).** Siendo una **caloría** la cantidad de energía que hay que suministrar a 1 gramo de agua para elevar su temperatura a 1ºC.

Así, **1 g de glúcidos** nos proporciona 3,75 kcal (kilocalorías), **1 g de grasas** nos proporciona 9 kcal y **1 g de proteínas** nos proporciona 4 kcal.

Los kilojulios (KJ) y kilocalorías (Kcal) son unidades que se usan indistintamente para dar datos sobre la energía que suministra determinado alimento a la energía que "consumimos" durante una determinada actividad.

En una dieta equilibrada los glúcidos deben aportar el 55 % de energía, los lípidos el 30 % y las proteínas el 15 % restante.

La energía que necesita una persona cada día se calcula con el **metabolismo basal** que depende del sexo, la edad, el peso, de las funciones básicas (respirar, los latidos del corazón, mantener la temperatura corporal) y sobre todo de la actividad física.

Cómo calcular tu Tasa de Metabolismo Basal (TMB)

Existen muchas fórmulas para calcular tu TMB, pero una de las más utilizadas en todo el mundo es la fórmula de Harris Benedict descrita en 1919, revisada por Mifflin y St Jeor en 1990.

HOMBRES TMB= (10 x peso en Kg) + (6,25 x altura en cm) – (5 x edad en años) + 5

MUJERES TMB= (10 x peso en kg) + (6,25 x altura en cm) – (5 x edad en años) – 161

Si te basas en la **actividad física** que realizas podrías calcular tus necesidades de calorías diarias según estos parámetros:

Poco o ningún ejercicio = Calorías diarias necesarias = TMB x 1,2

Ejercicio ligero (1-3 días por semana) = Calorías diarias necesarias = TMB x 1,375

Ejercicio Moderado (3-5 días por semana) = Calorías diarias necesarias = TMB x 1,55

Ejercicio Fuerte (6 días por semana) = Calorías diarias necesarias = TMB x 1,725

Ejercicio profesional o extremo = Calorías diarias necesarias = TMB x 1,9

También puedes usar estos enlaces de interés para calcular TMB

[Calculadora TMB](http://localhost:51235/ACT2_B5_T6_Contenidos_Rev_Consej/es.calcuworld.com/calculadora-nutricional/calculadora-de-calorias-harris-benedict/)

http://localhost:51235/ACT2_B5_T6_Contenidos_Rev_Consej/es.calcuworld.com/calculadora-nutricional/calculadora-de-calorias-harris-benedict/

https://es.planetcalc.com/39/

Cálculo del gasto Energético

http://www.dietas.net/tablas-y-calculadoras/calculo-del-gasto-calorico-diario/

Y si te interesa saber las calorías de los alimentos puedes consultar el siguiente enlace:

Calorías por alimentos

https://biotrendies.com/calcular-calorias?utm_source=calcuworld.com&utm_medium=Network&utm_campaign=post_button

Ejercicio 4

Calcula la TMB de un hombre de 35 años que pesa 95 kg y 182 cm. ¿Cuántas calorías diarias debe tomar si hace ejercicio 2 veces por semana?

2) LA ALIMENTACIÓN

Los **alimentos** son sustancias que ingieren los seres vivos que aportan la materia y energía necesaria para el funcionamiento del organismo.

Se pueden clasificar los organismos según distintos criterios. Por ejemplo:

- Según el **origen de los alimentos** pueden ser:
  - De **origen animal**: carnes, pescado, huevos...
  - De **origen vegetal**: frutas, verduras, legumbres...
  - De **origen mineral**: agua, sales minerales...

Según los nutrientes que contienen y su función, se distinguen seis grupos de alimentos:

- **Grupos I y II,** corresponden a los alimentos energéticos (ricos en hidratos de carbono o en lípidos).
- **Grupos III y IV,** corresponden a los alimentos ricos en proteínas, construyen o reponen la materia.
- **Grupos V y VI,** corresponden a los alimentos ricos en vitaminas y minerales, son reguladores hacen que los procesos de nuestro cuerpo se desarrollen con normalidad.

Video nº 1. La rueda de los alimentos. Licencia Creative Commons

Fuente: https://www.youtube.com/watch?time_continue=1&v=FJlWuzqQ4K0

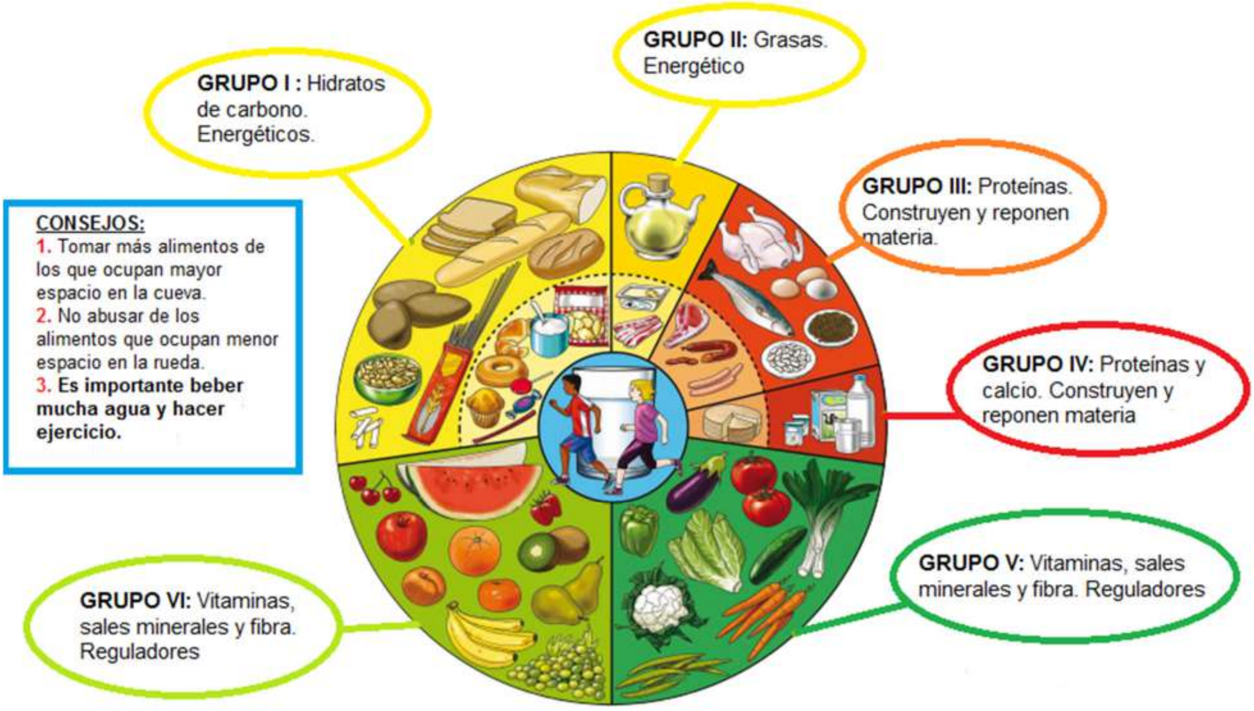


Imagen nº 3: Rueda de los alimentos. Autor: Ana José García Tejas

Ejercicio 5

Clasifica los siguientes alimentos según sean ricos o no en fibra: naranja, zumo de naranja, lentejas, pan blanco, pan integral y carne.

2.1) LA DIETA

La **dieta** es el **conjunto de los alimentos que una persona ingiere habitualmente**.

Un solo tipo de alimentos no proporciona los nutrientes necesarios para realizar toda la actividad del organismo. Por eso, una **dieta saludable** debe ser **equilibrada**, además de suficiente.

Una dieta equilibrada es la que aporta todos los nutrientes necesarios para el funcionamiento del organismo, en la proporción adecuada. Si los alimentos que ingerimos nos proporcionan más energía de la que necesitamos éstos se almacenan en forma de grasa y engordamos, por el contrario si obtenemos de los nutrientes menos energía de la que necesitamos, perdemos peso.

Por tanto, una dieta equilibrada debe estar formada por:

- 25% de calorías procedentes de las grasas.
- 60% de calorías procedente de hidratos de carbono.
- 15% de calorías procedente de las proteínas.

Imagen nº 4. Alimentos. Licencia: CC0 Creative Commons

Fuente: http://localhost:51235/ACT2_B5_T6_Contenidos_Rev_Consej/://pixabay.com/es/comida-cena-carne-verduras-637347/

Ejercicio 6

Elabora una dieta de dos días de 1.500 calorías. Toma de referencia la siguiente tabla nutricional

CALORÍAS PARA CADA 100 GRAMOS							
LACTEOS Y DERIVADOS		**FRUTA**		**PESCADO**		**PASTAS**	
Yogur con cereales	48	Sandía	22	Bacalao	77	Masa de pizza de molde	246
Leche entera	57	Naranja	42	Lenguado	87	Ravioles carne y jamón	253
Yogur con fibras y frutas	71	Mandarina	43	Merluza	90	Tallarines al huevo	287
Queso de cabra	173	Melón	44	Salmón rosado	99	Fideos de harina integral	359
Queso fresco	307	Ciruela	47	**LEGUMBRES, HORTALIZAS Y VEGETALES**		Fideos	369
HUEVOS		Kiwi	53	Lechuga	13	**PAN**	
Clara de huevo	53	Pera	56	Lentejas	15	Pan de centeno	245
Yema de huevo	341	Cereza	58	Pepino	16	**ACEITE**	
CARNES		Manzana	58	Escarola	20	Aceite de girasol	860
Jamón serrano	126	Uva	68	Espárrago	20	Aceite de oliva	860
Carne de cerdo magra	148	Plátano	85	Coliflor	24	**AZUCAR**	
Lomo magro	153	**FRUTOS SECOS**		Berenjena	25	Azúcar morena	373
Pollo, carne de	153	Almendra	547	Calabaza	26	Azúcar blanca	385
Hamburguesa de pollo	156	Avellana	647	Espinaca	26	**CHOCOLATE Y CACAO**	
Chorizo	193	Nuez	664	Garbanzos	26	Polvo de cacao	343
Hamburguesa	230	**CEREALES**		Brócoli	32	Chocolate de taza	471
Pavo	269	Arroz Blanco	343	Cebolla	38	Chocolate con leche	542
Conejo	276	Trigo, harina	345	Col de Bruselas	45	Chocolate blanco	563
Lomo	296	Arroz integral	353	Zanahoria	340	Chocolate amargo	570
Jamón cocido	373	Copos de Maíz	367	Tomate	360	Chocolate c/almendras	583

2.2) HÁBITOS DE VIDA SALUDABLE

Es importante mantener **hábitos alimenticios saludables**, como los siguientes:

- Disfruta de la comida, variando los alimentos que tomas cada día.
- La dieta debe proporcionar la energía necesaria para realizar nuestras actividades diarias.
- Lo ideal es realizar 5 comidas al día. Es preferible comer más veces y menos cantidad.
- El desayuno debe ser lo más completo posible; debe incluir fruta, lácteos y cereales.
- En la dieta deben predominar los hidratos de carbono (60%) y también es bueno aumentar el consumo de fibra.
- Come diariamente frutas y verduras (al menos 4 raciones en total).
- Bebe mucha agua, al menos entre 1,5 y 2 litros al día.
- No abuses de las grasas (25%), aunque tampoco debes eliminarlas por completo de la dieta. Procura evitar los fritos y cocina los alimentos en el horno, a la parrilla o al vapor.
- Modera el consumo de sal, ya que su consumo excesivo puede provocar hipertensión.
- Modera también el consumo de azúcar y dulces en general.
- Haz ejercicio físico con regularidad.

Una ración o porción alimentaria es una medida poco exacta pero que, sin embargo, se emplea de forma habitual para referenciar en qué cantidad debemos tomar un alimento. Suele considerarse ración a la cantidad habitual de alimento que normalmente se consume en un plato, suele venir expresada en gramos (g) o en medidas «caseras» como «una cucharada».

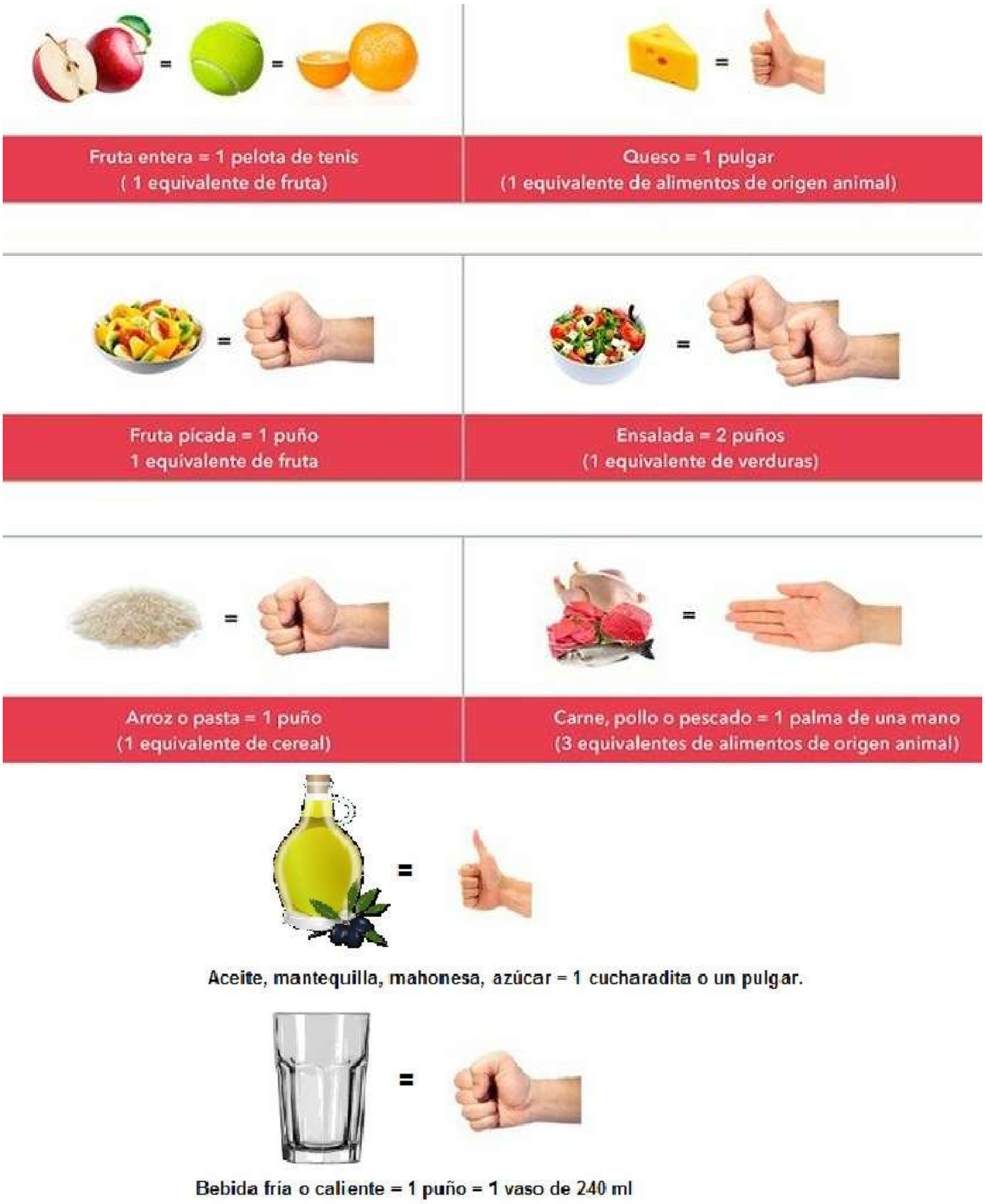


Imagen nº2. Modificaciones: Ana José García Tejas
Fuente: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Porciones_de_los_alimentos.jpg

2.3) TRASTORNOS DE LA CONDUCTA ALIMENTARIA

Una dieta inadecuada puede producir trastornos en el organismo y provocar enfermedades. La preocupación por tener el cuerpo deseado puede convertirse en una obsesión y derivar en trastornos de la **conducta alimentaria**. Estos trastornos se deben a la **malnutrición** que puede ser tanto por una alimentación deficiente como por un consumo excesivo de alimentos. Los más frecuentes son:

El **raquitismo** que se origina por la falta de calcio y fósforo provocando deformidades en los huesos y un crecimiento deficiente.

La **anorexia** es un trastorno que se manifiesta en una pérdida de peso provocada por el propio enfermo y lleva a un estado de inanición. Se caracteriza por el temor a aumentar de peso, y por una percepción distorsionada del propio cuerpo que hace que el enfermo se vea gordo aunque su peso se encuentre por debajo de lo recomendado.

La **bulimia** estos enfermos ingieren compulsivamente grandes cantidades de alimento y, después, se provocan el vómito o toman laxantes para compensar estos excesos. Se trata de trastornos muy graves que pueden llegar a producir la muerte del enfermo. El tratamiento requiere terapia psicológica, un control estricto de la dieta y la adquisición o recuperación de buenos hábitos alimenticios.

La **obesidad** consiste en un exceso de grasa corporal debido a que se ingieren más calorías de las que consume el propio cuerpo y a no hacer la actividad física suficiente.

Para hacerte una idea de la gravedad de estos desórdenes, puedes ver el siguiente video.

Vídeo nº 2. Desórdenes alimenticios. Autor: Brainpop Español

Fuente: https://www.youtube.com/watch?v=eE6NS5IDFt4

Ejercicio 7

¿Qué medidas tomarías para evitar la obesidad?

3) EL APARATO DIGESTIVO

El aparato digestivo se encarga de ingerir y transformar los alimentos en sustancias simples y asimilables mediante procesos químicos y mecánicos, expulsando al exterior las sustancias no asimilables. Está formado por el *tubo digestivo* y por las *glándulas anejas*.

3.1) EL TUBO DIGESTIVO

Es un largo tubo de 10 a 12 metros de longitud (*tubo digestivo*) que comienza en la boca y termina en el ano.

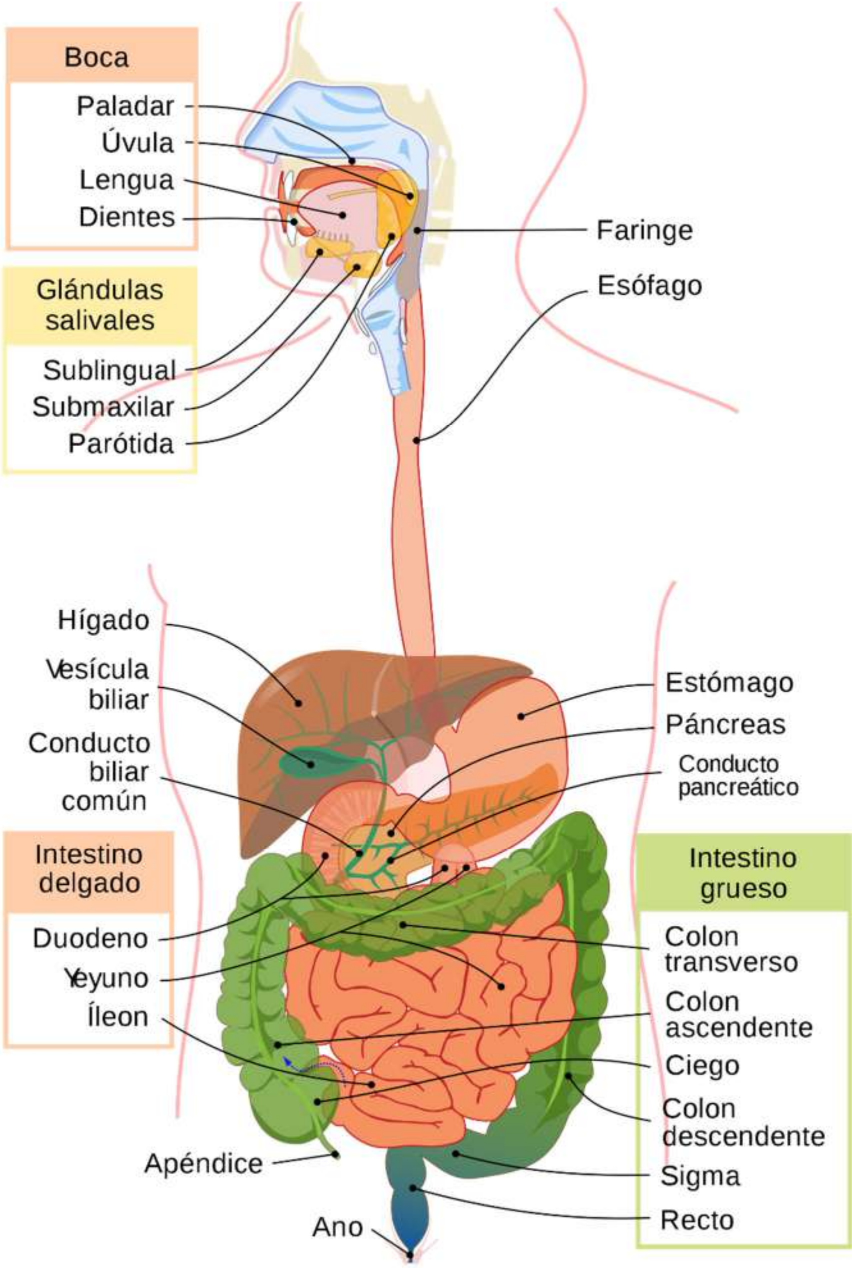


Imagen nº 5. Aparato Digestivo.
Fuente: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Digestive_system_diagram_es.svg

Está formado por los siguientes órganos:

- **Boca.** Se encarga de la introducción de los alimentos y la masticación. En ella se encuentran la **lengua**, las **glándulas salivales** y los **dientes**.
- **Faringe.** Se encarga de la deglución del bolo alimenticio. Es un órgano común del aparato digestivo y el respiratorio
- **Esófago.** Conducto que une la faringe con el estómago. Su función es la conducción del bolo alimenticio hacia el estómago.
- **Estómago**. Es un órgano en forma de bolsa alargada que comunica con el esófago por el **cardias** y con el intestino delgado por el **píloro**. En su pared membranosa presenta algunas glándulas.

  En el estómago se realizan tres funciones:

  a) **Almacenamiento de alimentos**, para lo cual las paredes musculares están dotadas de una gran capacidad de dilatación.
  b) **Mezcla de alimento** con los jugos gástricos formando el **quimo**.
  c) **Vaciado progresivo** del quimo hacia el intestino a través del píloro.

- **Intestino Delgado.** Tiene una longitud de unos 7 metros y consta de tres partes o tramos: **duodeno, yeyuno e íleon**. En el intestino delgado la pasta alimenticia recibe el nombre de **quilo**, el cual es atacado por la **bilis**, (*segregada por el hígado*), el **jugo pancreático**, (*segregado por el páncreas*), y por el **jugo intestinal**, (segregado por el intestino delgado), con lo cual se termina el proceso digestivo. Las vellosidades intestinales se encargan de la **absorción** de las sustancias nutritivas, que pasan así a la sangre y son conducidas por ésta a todos los tejidos del organismo.
- **Intestino Grueso.** Comunica el final del intestino delgado con el ano. Tiene de 1,5 a 2 metros de largo y consta de las siguientes partes: el **ciego**, el **colon** y el **recto**, que constituye la última parte del intestino grueso y que, por medio de los esfínteres anales, se abre al exterior a través del ano.

Ejercicio 8

Describe de forma resumida el tubo digestivo:

3.2) LAS GLÁNDULAS ANEJAS

Son unos órganos que segregan unas sustancias químicas que actúan sobre los materiales ingeridos. Estas glándulas son:

- **Glándulas salivales.** Segregan saliva y actúan en la boca.
- **Glándulas gástricas.** Segregan jugo gástrico y actúan en el estómago.
- **Glándulas intestinales.** Segregan jugo intestinal y actúan en el intestino.
- **Hígado.** Se encuentra en la parte derecha del abdomen y se encarga de producir la **bilis** y conducirla hasta el intestino delgado. Los conductos que llevan la bilis se reúnen en la **vesícula biliar,** donde se almacena hasta que los alimentos llegan al intestino.

- **Páncreas.** Es una glándula alargada situada en la parte alta del abdomen, detrás y debajo del estómago, que segrega hormonas para controlar la glucosa en la sangre y el jugo pancreático que lo vierte al duodeno.

Ejercicio 9

¿Cuáles son las glándulas accesorias del sistema digestivo?

3.3) PROCESOS DIGESTIVOS

Los procesos que ocurren en el aparato digestivo son:

- **La ingestión:** Consiste en la introducción de alimento en el aparato digestivo. Se realiza en la boca y comprende los procesos de **masticación**, **insalivación** y **deglución** del alimento.
    - **Masticación:** el alimento es introducido en la boca, es triturado por los dientes, mezclado con la saliva y removido por la lengua para facilitar la digestión.
    - **Insalivación:** la saliva se adhiere a los alimentos.
    - **Deglución:** el bolo alimenticio pasa desde la boca a la faringe y luego al esófago.
- **La digestión.** Es la transformación de los alimentos ingeridos en sustancias más sencillas que puedan ser absorbidas y aprovechadas por las células.
- **La absorción.** Es el paso de los nutrientes digeridos desde el tubo digestivo a los vasos sanguíneos.
- **La expulsión o egestión.** Consiste en la expulsión de las sustancias que no han sido digeridas al exterior en forma de *heces fecales.*

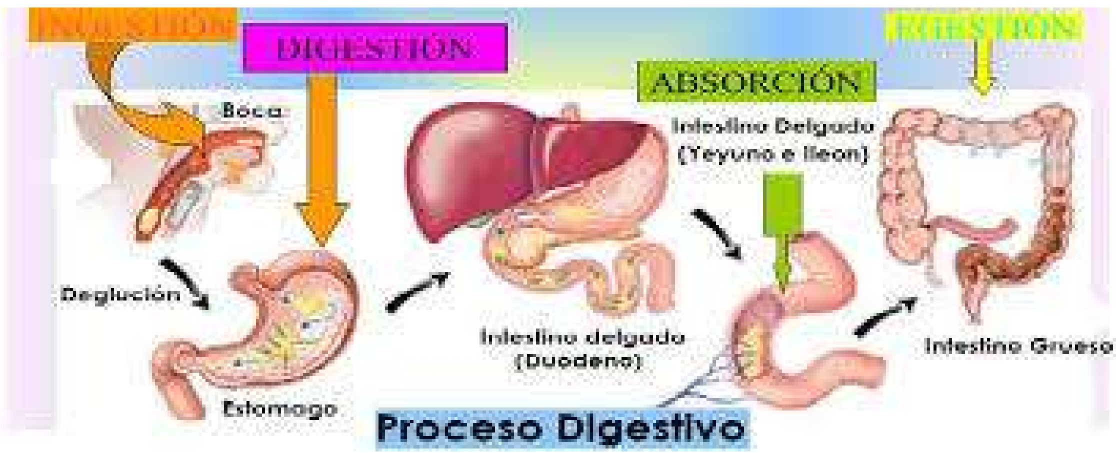


Imagen nº 6. Proceso digestivo.
Fuente: http://localhost:51235/ACT2_B5_T6_Contenidos_Rev_Consej/medicinapreventiva.info/generalidades/18236/conozca-5-aspectos-relevantes-sobre-la-digestion-por-linternista/

Vídeo nº 3. La digestión. Autor: Camilo A Tene.

Fuente: https://www.youtube.com/watch?time_continue=1&v=R-NbLe_81-E

3.3.1) INGESTIÓN

Es la 1ª fase del proceso digestivo y aquí interviene:

- **LA MASTICACIÓN DEL ALIMENTO:**
  La masticación es un proceso mecánico en el que se cortan y trituran los alimentos por los dientes, se mezclan con la saliva y es removido por la lengua para facilitar su digestión posterior.

- **LA INSALIVACIÓN DEL ALIMENTO:**
  El alimento se impregna con la saliva mientras se produce la masticación. La saliva, entre otras **funciones**, sirve para:
  - **I.** *Humedecer* el alimento para poder detectar el sabor.
  - **II.** *Lubricar* el alimento para facilitar la deglución.
  - **III.** Comenzar la *digestión química* de los glúcidos, principalmente almidón.
  - **IV.** Contiene algunas enzimas, como la *lisozima*, que ataca algunas bacterias que existen en los alimentos, por lo que también tiene *función defensiva*.

- **LA DEGLUCIÓN DEL ALIMENTO:**
  Consiste en el paso del bolo alimenticio desde la boca a la faringe y luego al esófago. Se inicia al empujar la lengua el bolo alimenticio hacia la faringe.

  La **faringe** es un conducto común de las vías respiratoria y digestiva, por donde pasa tanto el aire como el bolo alimenticio. Para evitar que el bolo alimenticio vaya por las vías respiratorias, tenemos un cartílago llamado **epiglotis** que tapa el paso del bolo hacia la *laringe* evitando que nos atragantemos.

Después de la faringe, el tubo digestivo continúa con el **esófago**, un esfínter que controla la entrada del bolo alimenticio en el estómago e impide su retroceso.

El **bolo alimenticio** se desplaza por el esófago mediante **movimientos peristálticos**, unas contracciones y dilataciones de los músculos de la pared del esófago que amasan, mezclan y hacen que avance el bolo alimenticio hacia el estómago.

Ejercicio 10

¿Cuál es la función de la epiglotis?

Ejercicio 11

¿Qué quiere decir que "la comida se me ha ido por otro lado"?

3.3.2) DIGESTIÓN

La digestión es la transformación del alimento en nutrientes a su paso por el tubo digestivo. Puede ser de dos tipos:

- **Digestión mecánica:** el alimento se tritura, amasa, se mezcla ... favoreciendo la digestión química
- **Digestión química:** las moléculas grandes se transforman en otras más pequeñas. Es un proceso químico que se acelera por las enzimas digestivas contenidas en los jugos digestivos. Tiene lugar en:
    - La boca: la enzima *amilasa salivar* transforma el almidón en maltosa y glucosa.
    - El estómago: el alimento se almacena y se mezcla con el jugo gástrico que contiene ácido clorhídrico y la enzima pepsina que inicia la digestión de las proteínas dividiéndolas en aminoácidos, rompiendo las grasas en ácidos grasos y glicerina.
    - El páncreas: continúa realizando la función de la boca y el estómago.
    - El intestino delgado: las enzimas de este órgano descomponen las grasas y completan la transformación de los glúcidos y las proteínas.

Ejercicio 12

Lee y completa

El alimento, cuando recorre el aparato digestivo, recibe unas acciones para ser digerido. Estas acciones son:

Digestión ________________: el alimento se tritura, se mezcla, se amasa...

Digestión ________________: las enzimas digestivas, descomponen el alimento en otras sustancias químicas.

3.3.3) ABSORCIÓN

La absorción se produce en el intestino delgado cuando los nutrientes pasan desde el tubo digestivo a la sangre.

Es un proceso rápido en el cuál los alimentos digeridos atraviesan las vellosidades intestinales y entran en los vasos sanguíneos. La absorción de los azúcares y proteínas pasan a los vasos sanguíneos que los llevarán al hígado. Las grasas antes de pasar a la sangre, se mezclan con la bilis y pasan a los vasos linfáticos (red de conductos).

El agua y las sales minerales son absorbidas en el intestino grueso.

3.3.4) EXPULSIÓN

Las partes de los alimentos que no son digeridas y que no llegan al torrente sanguíneo son eliminadas a través del intestino grueso, formando las heces que son expulsadas por el ano.

El recorrido de un alimento desde que entra por la boca, hasta que sus restos son expulsados por el ano dura entre 24 y 48 horas, según el tipo de alimento.

Ejercicio 13

Lee y completa las palabras que faltan sobre los procesos digestivos.

La ________________ consiste en la incorporación del alimento al aparato digestivo. Se realiza en la boca y comprende los procesos de masticación, insalivación y deglución del alimento.

La ________________ es la rotura química del alimento realizada por las enzimas digestivas.

La ________________ es el paso de las unidades básicas de los nutrientes digeridos desde el tubo digestivo a los vasos sanguíneos.

La ________________ o egestión es la expulsión de las sustancias no ingeridas al exterior.

3.4) ENFERMEDADES DEL APARATO DIGESTIVO

CAVIDAD BUCAL

- **Estomatitis**. Es la inflamación de la mucosa bucal (llagas, herpes...).
- **Gingivitis**. Es la inflamación de las encías (sarro).
- **Caries.** Es la destrucción del esmalte de los dientes producida por la placa bacteriana.

ESTÓMAGO

- **Gastritis.** Inflamación de la mucosa que recubre la pared del estómago, causando dolor, náuseas, vómitos...
- **Ulcus Péptico o úlcera péptica.** Es una llaga en el revestimiento del estómago o del duodeno, se debe a la actividad péptica de los jugos gástricos. Con frecuencia la causa es una infección bacteriana aunque, en otras ocasiones, puede estar causada por el uso prolongado de algunos medicamentos (antiinflamatorios). Puede llegar a causar hemorragias o perforar la pared del estómago.

INTESTINO

- **Apendicitis**. Inflamación aguda del apéndice a un proceso infeccioso, provocando un dolor en la parte inferior derecha del abdomen con náuseas, vómitos y fiebre. Si no se trata a tiempo puede llegar a la perforación del intestino.
- **Gastroenteritis.** Inflamación del estómago y del intestino delgado causada por parásitos, virus o bacterias. Los síntomas principales son dolor abdominal, diarrea, y vómitos.
- **Diarrea.** Es la excesiva evacuación de heces líquidas. Puede provocar la deshidratación del organismo. Se produce por una infección o por la ingesta de comida en mal estado.
- **Estreñimiento.** Es la dificultad para evacuar heces. Suele estar provocado por una alimentación pobre (baja en líquidos y fibra) y una vida sedentaria. El estreñimiento puede provocar hemorroides (inflamación de las venas en el recto y el ano) como consecuencia de los esfuerzos para evacuar las heces.

HIGADO

- **Hepatitis vírica.** Enfermedad producida por infección vírica, abuso de alcohol o algunos medicamentos. Los síntomas más frecuentes son: ictericia (ojos y piel amarillenta), meteorismo, dolor en arcos costales, fiebre, pérdida de apetito. La hepatitis de los tipos B y C es una enfermedad grave que puede provocar, con el tiempo, que el hígado deje de funcionar. En ese caso, el paciente necesita un trasplante.
- **Cirrosis hepática**. Enfermedad crónica del hígado en la que el tejido normal y sano es reemplazado por un tejido cicatrizal que bloquea el flujo de sangre a través del hígado e impide que trabaje como debería. Su aparición está ligada a la ingestión elevada de alcohol. Cursa con astenia, anorexia, fiebre, ictericia, etc.

PÁNCREAS

- **Pancreatitis aguda.** Es la inflamación aguda del páncreas debida a una autodigestión del páncreas por sus propios fermentos Produce dolor en la parte superior del abdomen, náuseas, vómitos, fiebre, e ictericia.

Ejercicio 14

¿Qué significa el sufijo "-titis" referido a las enfermedades?

3.5) HÁBITOS SALUDABLES DEL APARATO DIGESTIVO

Debemos seguir unos **hábitos saludables relacionados con el aparato digestivo** como:

- **Lavarse las manos** antes de comer y de preparar las comidas. Así se evita que los alimentos estén contaminados por bacterias o parásitos.
- **Cepillarse los dientes** y las encías después de cada comida, para eliminar los restos de comida que pueden servir para que se alimenten las bacterias de la boca y produzcan ácido que dañen nuestros dientes y aparezca caries.
- **Masticar despacio** para triturar completamente los alimentos, facilitando su digestión al ponerse en contacto los alimentos con los jugos digestivos.
- **Realiza cinco comidas diarias** no muy abundantes para evitar que el aparato digestivo trabaje en exceso.
- **Evitar tomar bebidas y alimentos muy fríos o muy calientes.** El frío puede causar irritación de garganta y favorecer la aparición de faringitis o amigdalitis. Si los alimentos están muy calientes pueden causar quemaduras en la boca, especialmente en la lengua, además de provocar irritación de las mucosas de la faringe y esófago.
- **Evitar tomar bebidas y alimentos muy azucarados**, ya que los azúcares sirven de alimento a las bacterias de la boca y éstas producen ácidos que causan caries.
- Tenemos que **evitar la deshidratación**, tanto limitando la actividad física en días de excesivo calor, como recuperando el líquido perdido por vómitos o diarreas.
- Hay que asegurarse de que los alimentos y bebidas que tomamos se encuentran en perfectas condiciones para **evitar intoxicaciones alimentarias**.
- Ingerir **alimentos ricos en fibra**, ya que como no se digiere, favorece el movimiento intestinal y previene el estreñimiento y la obesidad.
- **Realizar ejercicio físico** habitualmente evita la aparición de gases intestinales y previene el estreñimiento.
- **Evitar consumir bebidas alcohólicas**, ya que pueden afectar al hígado y páncreas de forma irreversible.

Ejercicio 15

Señala si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

	V / F
Lavarse las manos antes de las comidas evita el contagio de bacterias, hongos y otros microorganismos.	
Masticar bien los alimentos elimina el sarro dental	
Tomar bebidas y alimentos azucarados evita intoxicaciones alimentarias	
Las bebidas alcohólicas pueden afectar al hígado y al páncreas de forma irreversible	

4) APARATO RESPIRATORIO

La **respiración** consiste en tomar el oxígeno del aire y transportarlo (*por medio de la sangre*) a las células, donde se combina con los nutrientes procedentes de los alimentos para producir la energía que necesita nuestro cuerpo. Para ello, disponemos del **aparato respiratorio que consta de:**

- Unos orificios de entrada de aire (boca y nariz).
- Tubos ramificados que hacen que el aire llegue en condiciones adecuadas de temperatura, humedad y limpieza de los pulmones.
- Los alvéolos pulmonares, donde tiene lugar el intercambio de gases: el CO_2 de la sangre pasa a los pulmones, y el O_2 de los pulmones pasa a la sangre.

4.1) ÓRGANOS Y FUNCIONES

Los conductos por los que circula el aire en el sistema respiratorio se denominan vía respiratoria superior y vía respiratoria inferior.

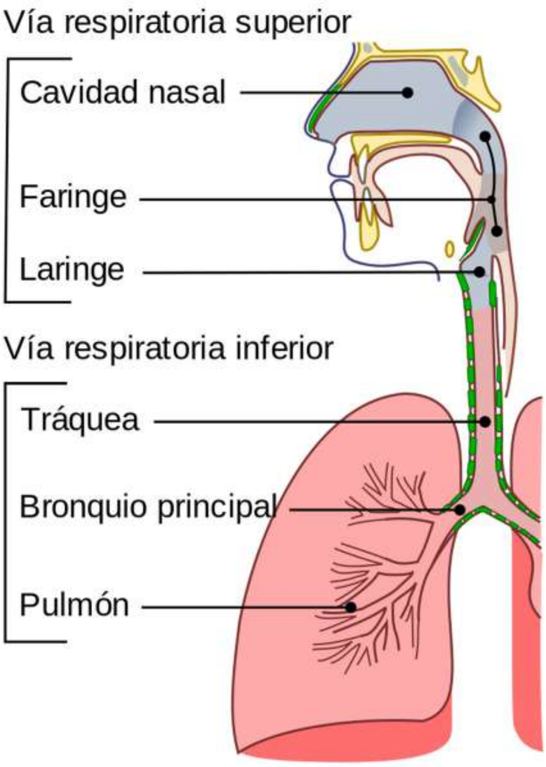


Imagen nº 7. Sistema respiratorio. Autor: *Lord Akryl*
Fuente: http://localhost:51235/ACT_2_B5_T6_Contenidos_Rev_Consej_v2/es.wikipedia.org

- **Fosas Nasales.** Son dos cavidades del interior de la nariz tapizadas por mucosas. Tienen una espesa red de vasos sanguíneos que sirven para calentar el aire.
- **Faringe**. Tubo compartido con la digestión. Conecta la boca, las fosas nasales, la tráquea y el esófago.

- **Laringe**. Es el órgano que comunica la faringe con la tráquea, se denomina "caja de la voz" porque en ella se encuentran las cuerdas vocales, y está constituida por cartílagos y músculos. Siempre permanece abierto al paso del aire. Su entrada está regulada por la **epiglotis**, membrana que separa el tubo respiratorio del tubo digestivo cuando se produce la *deglución*, evitando que entre comida hacia los pulmones.
- **Tráquea**. Tubo de unos 11 cm. de longitud y formado por una serie de anillos cartilaginosos en forma de C. Siempre permanece abierto al paso del aire. Su entrada está regulada por la **epiglotis**, membrana que separa el tubo respiratorio del tubo digestivo cuando se produce la *deglución*, evitando que entre comida hacia los pulmones.

  La tráquea se divide en dos conductos llamados **bronquios**, cada uno de los cuales va a un pulmón. Cada bronquio al entrar en los pulmones se divide en ramas de menos calibre formando los **bronquiolos**, estos se siguen dividiendo y terminan en los alvéolos pulmonares, donde se realiza el intercambio de gases.
- **Pulmones**. Son los órganos principales de la respiración. Son dos masas esponjosas de color rosa, situadas en la cavidad torácica, a ambos lados del corazón. El pulmón izquierdo está dividido en dos lóbulos y el derecho en tres.

  Los pulmones tienen en su interior unas pequeñas cavidades llamadas **alvéolos**, cuyas paredes están cubiertas por una red de capilares sanguíneos. En los alvéolos es donde ser realiza el intercambio gaseoso: la sangre elimina el **dióxido de carbono** (CO_2) y recoge **oxígeno** (O_2).

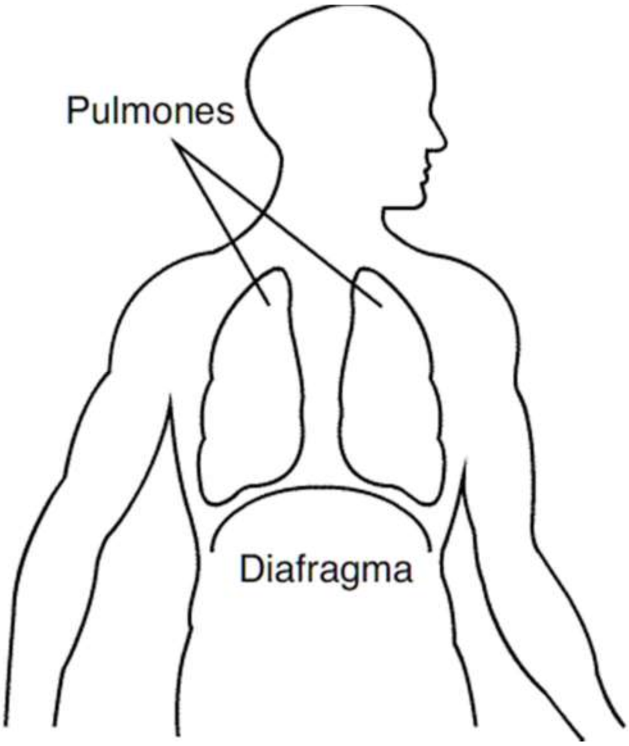


Imagen nº 8. Pulmones y diafragma.
Fuente: http://localhost:51235/ACT_2_B5_T6_Contenidos_Rev_Consej_v2/commons.wikimedia.org/wiki/File%3ADiafragma2.gif

Los pulmones están envueltos por una doble membrana llamada **pleura.** Entre ellas se encuentra el *líquido pleural,* que permite que los pulmones se deslicen durante respiración.

Los pulmones están formados por**:**

- bronquios.
- bronquiolos.
- alvéolos.
- vasos sanguíneos y otros tejidos.

• **Diafragma**. Es un músculo extenso que separa la cavidad torácica de la abdominal; tiene forma de bóveda cuando está relajado. Mediante su contracción y relajación interviene en los movimientos respiratorios.

Ejercicio 16

Describe el camino del oxígeno del aire a la sangre:

4.2) LA VENTILACIÓN PULMONAR

Con la ventilación pulmonar el aire contenido en los pulmones se renuevan. En la respiración pulmonar se realizan dos movimientos:

• **Inspiración** (entrada de aire rico en oxígeno).

El diafragma se contrae, se aplana y hace aumentar el volumen de la cavidad torácica; esto permite que los pulmones puedan expandirse y llenarse de aire.

• **Espiración** (salida del aire rico en dióxido de carbono).

El diafragma recupera su forma de cúpula, con lo que disminuye el volumen de la cavidad torácica y los pulmones se contraen, expulsando el aire al exterior.

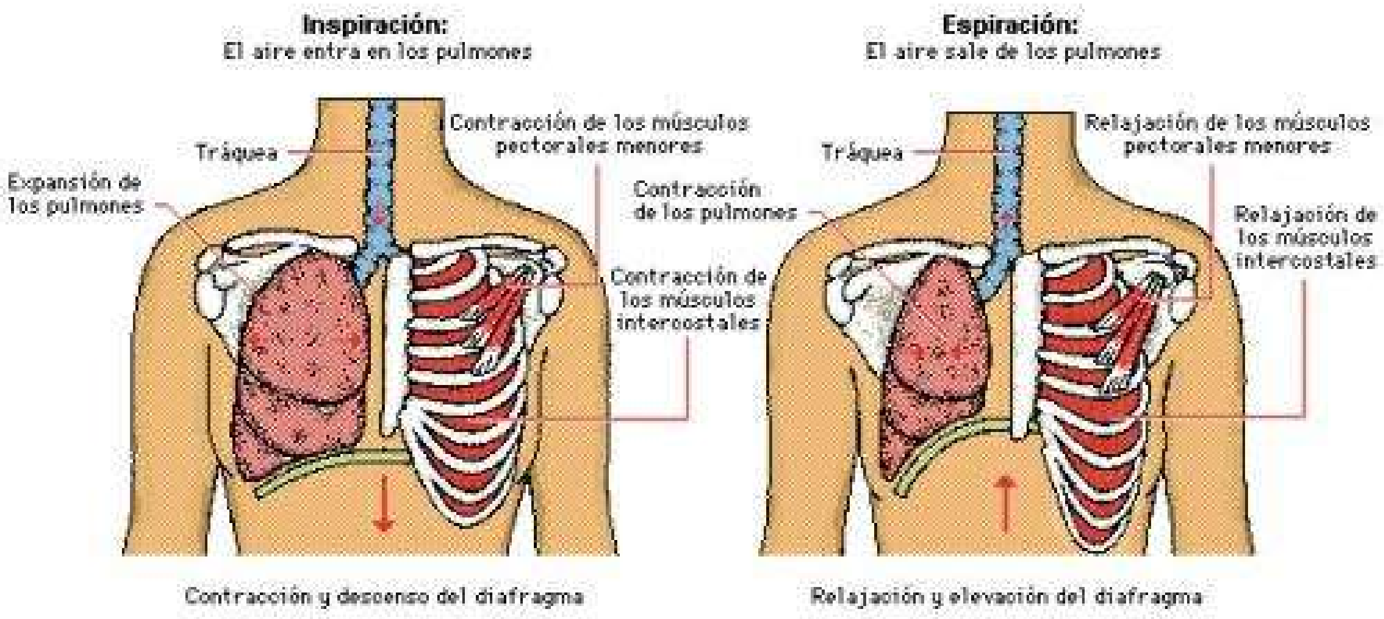


Imagen nº 9. Inspiración y espiración.
Fuente: http://biologiaygeologia.org/unidadbio/a_biohumana/u3/respiraventila.htm

Puedes repasar el funcionamiento del aparato respiratorio en el siguiente vídeo:

Vídeo nº4. El aparato respiratorio. Autor: Felix Milanés.

Fuente: https://www.youtube.com/watch?time_continue=1&v=Qb9Tfn-A7oY

Puedes realizar actividades de repaso aquí:

http://recursos.cnice.mec.es/biosfera/alumno/3ESO/diges/activ_video1.htm **(incluye actividades)**

4.3) ENFERMEDADES DEL APARATO RESPIRATORIO

El aire que respiramos contiene muchas partículas, muchas de las cuales pueden ser perjudiciales para nuestro organismo. Los microorganismos que penetran en nuestro sistema respiratorio producen enfermedades respiratorias como:

- **GRIPE:** se produce en las vías respiratorias superiores. Es más grave que el resfriado, produce cansancio, estornudos, mucosidad, irritación de garganta, dolores musculares, escalofríos y fiebre. Tanto para la gripe como para el resfriado no existe tratamiento curativo solo existe tratamiento para aliviar los síntomas.
- **AMIGDALÍTIS O ANGINAS:** Inflamación de las amígdalas, pueden ocasionar placas de pus.
- **FARINGÍTIS:** es la inflamación de la faringe causada por una infección bacteriana o vírica.

- **LARINGÍTIS:** inflamación de la laringe, muy común en los resfriados. Puede provocar inflamación de las cuerdas vocales por lo que es habitual la ronquera o pérdida de voz.
- **SINUSITIS:** inflamación de los senos nasales causados por hongos, bacterias, virus o alergias.
- **ASMA:** esta enfermedad hace que los bronquios se reduzcan dificultando el paso del aire. Se produce por herencia genética, infecciones, alergias al polvo, pelo o plumas de animales...etc.
- **BRONQUITIS:** inflamación de los bronquios por una infección bacteriana o por la polución o el tabaco, lo que hace segregar mucha mucosidad que obstruye las vías respiratorias, produciendo tos y expectoración.
- **NEUMONÍA:** también conocida como pulmonía. Los alveolos se inflaman llenándose de pus y líquido dificultando la respiración y la absorción del oxígeno.
- **TUBERCULOSIS:** la produce una bacteria que destruye parte de los tejidos pulmonares. Produce tos, dolor torácico, esputo sanguinolentos...se contagia por el aire y puede afectar al aparato digestivo, la piel, el sistema nervioso...
- **SILICOSIS:** enfermedad de los mineros producidos por inhalación de polvo de sílice o de sus derivados. Este polvo atasca los alveolos pulmonares y dificulta el intercambio de gases.
- **CÁNCER DE PULMÓN:** consiste en un crecimiento de células que se desarrollan en los bronquios e invaden y destruyen los tejidos pulmonares. Aunque cualquier persona puede padecer cáncer de pulmón es más frecuente en fumadores.

Ejercicio 17

¿Cuál es la enfermedad que destruye parte de los tejidos pulmonares?

	a) Laringitis
	b) Silicosis
	c) Tuberculosis
	d) Amigdalitis

Ejercicio 18

¿En qué consiste el cáncer de pulmón?

	a) En el atasco de los alveolos pulmonares por polvo
	b) Los alveolos pulmonares se llenan de pus y líquido
	c) Una bacteria destruye parte de los tejidos pulmonares
	d) Unas células se desarrollan en los bronquios y destruyen los tejidos pulmonares

Ejercicio 19

¿Para qué enfermedad del aparato respiratorio no existe tratamiento curativo?

	a) Gripe
	b) Cáncer de pulmón
	c) Asma
	d) Tuberculosis

4.4) HIGIENE Y CUIDADOS DEL APARATO RESPIRATORIO

Para conseguir que el aparato respiratorio realice su función correctamente, es conveniente seguir una serie de hábitos. Los más importantes son los siguientes:

- Debemos intentar respirar el aire lo más puro que nos sea posible, inspirando por la nariz para filtrar y calentar el aire.
- Es importante **ventilar** a diario las habitaciones de nuestra casa.
- No permanezcas en lugares cerrados con mucha gente y mal ventilados.
- Realiza **actividades al aire libre** y en la naturaleza cuando te sea posible.
- Practica algún **ejercicio físico** con frecuencia.
- **No duermas** en habitaciones cerradas **donde haya plantas**, porque también respiran y, por lo tanto, consumen oxígeno y expulsan dióxido de carbono.
- **Evita** los **cambios bruscos de temperatura**, que pueden provocar infecciones como bronquitis o faringitis.
- Cúbrete la boca y la nariz al toser o estornudar.
- **Evita fumar**, ya que el tabaco contiene múltiples sustancias perjudiciales para la salud y que pueden producir enfermedades muy graves, algunas de ellas mortales. Por ejemplo, cáncer de pulmón y de garganta, entre otras.

Ejercicio 20

Cita hábitos saludables para el cuidado del aparato respiratorio:

5) APARATO CIRCULATORIO

El aparato circulatorio es el encargado de:

- llevar los nutrientes y el oxígeno a las células
- recoger de las células las sustancias de desecho
- transportar hormonas y productos inmunológicos
- llevar sustancias que nos inmunizan de enfermedades

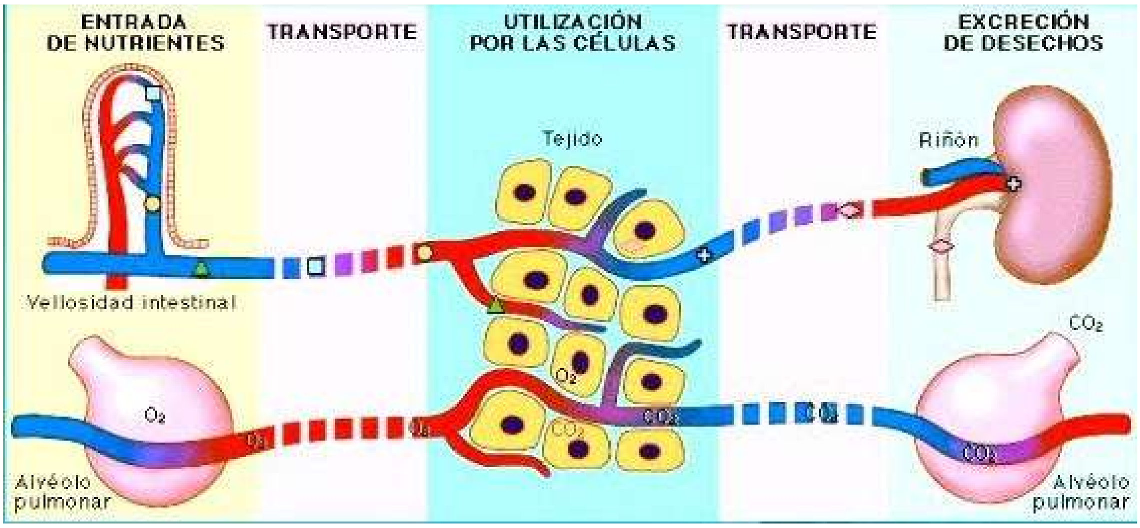


Imagen nº 10.
Fuente: http://sistemacardiovascular.com/funciones-del-sistema-cardiovascular

El aparato circulatorio está constituido por **el corazón**, que funciona como una bomba, y **los vasos sanguíneos**, que forman un sistema o red de tubos que componen un circuito cerrado por el que **la sangre** se distribuye desde el corazón a todo el organismo.

El exceso de nutrientes y las sustancias de excreción quedan inmersas en un medio interno constituido por el plasma intersticial (líquido que ocupa los espacios existentes entre las células).

Ejercicio 21

¿Cuáles son los componentes del aparato circulatorio?

5.1) PARTES DEL SISTEMA CIRCULATORIO

El sistema circulatorio está constituido por:

- El sistema circulatorio sanguíneo: formado por el corazón y los vasos sanguíneos que son los encargados de transportar la sangre por todo el organismo.
- El sistema linfático: formado por los capilares, venas y ganglios linfáticos por los que circula la linfa.

5.1.1) EL CORAZÓN

El corazón es un órgano musculoso hueco, compuesto de cuatro cavidades, dos aurículas y dos ventrículos, y especializado en el bombeo de la sangre hacia todo el organismo a través de los vasos sanguíneos. Está situado en el centro del pecho desplazado a la izquierda, entre los pulmones y detrás del esternón. Tiene, aproximadamente, el tamaño de un puño.

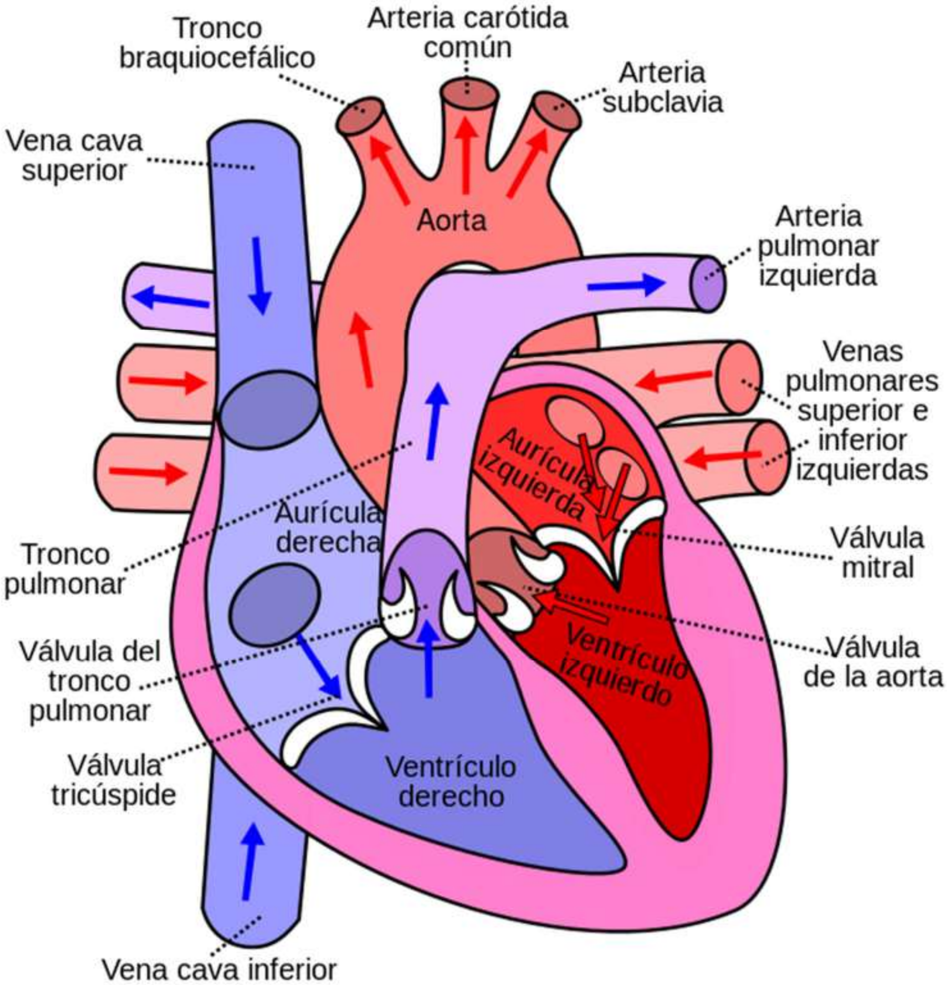


Imagen nº 11. Licencia: Creative Commons
Fuente: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Sistema_Circulat%C3%B3rio_Humano.svg

En el corazón podemos considerar dos mitades:

- **Mitad derecha:** formada por una aurícula y un ventrículo que se comunican entre sí por la **válvula tricúspide.** Contiene sangre pobre en oxígeno.
- **Mitad izquierda:** formada por una aurícula y un ventrículo que se comunican entre sí por la **válvula mitral.** Contiene sangre rica en oxígeno, procedente de las venas pulmonares.

El corazón recibe la sangre por medio de las venas **cava inferior y cava superior** que recogen la sangre (*pobre en oxígeno*) de todo el cuerpo y la vierten en la **aurícula derecha;** ésta se comunica con en el **ventrículo derecho** por medio de la **válvula tricúspide.** La sangre una vez en el ventrículo derecho, es impulsada a los pulmones por medio de la **arteria pulmonar.**

Cuando la sangre se ha purificado (*rica en oxígeno*) vuelve de nuevo al corazón por medio de las **venas pulmonares** que desembocan en la **aurícula izquierda** y de aquí pasa **al ventrículo izquierdo** a través de **la válvula mitral.** La sangre es impulsada desde el ventrículo izquierdo hacia todo el cuerpo por medio de **la arteria aorta.**

Ejercicio 22

¿Cuál es la principal función del corazón?

5.1.1.1) MOVIMIENTOS DEL CORAZÓN

Cuando el corazón se contrae, lanza la sangre con fuerza; Este movimiento se llama **sístole**. Al dilatarse, succiona la sangre de las venas; este movimiento se llama **diástole**. Estos movimientos se realizan en el siguiente orden:

1) Contracción de las aurículas: **sístole auricular**. La sangre pasa de las aurículas a los ventrículos al abrirse las válvulas mitral y tricúspide.
2) Contracción de los ventrículos: **sístole ventricular**. La sangre es empujada hacia las arterias, que la distribuyen por todo el cuerpo.
3) Diástole: dilatación de aurículas y ventrículos. La sangre procedente de todo el cuerpo entra en las aurículas.

Estos movimientos forman lo que llamamos un **latido**. El primer "pum" corresponde al sístole y el segundo al diástole. Puedes comprobarlo colocando tu mano en la parte izquierda del pecho. El corazón de un adulto, en reposo, late unas 70 veces por minuto, por término medio.

Ejercicio 23

¿Cuáles son los movimientos que forman el latido?

5.1.2) LOS VASOS SANGUÍNEOS

Los vasos sanguíneos forman una red de tubos que distribuyen la sangre que sale del corazón por todo el cuerpo y la devuelven de nuevo al corazón. Son de tres tipos:

- **Arterias**. Son los vasos que transportan la sangre desde el corazón a todos los tejidos del organismo. Sus paredes son fuertes pero a la vez elásticos. Según se van alejando del corazón, se ramifican en otros vasos más finos y menos elásticos llamados arteriolas.
- **Capilares.** Son conductos muy finos y de pequeño diámetro que surgen de la ramificación de las arteriolas y tienen un papel muy importante en el intercambio gaseoso y nutritivo, ya que, permiten el paso de sustancias de la sangre hacia las células y de los desechos de éstas hacia la sangre.
- **Venas.** Son los conductos que nacen en los capilares de los distintos órganos. Se encargan de transportar la sangre pobre en oxígeno al corazón para que se purifique en los pulmones y pueda volver a ser puesta en circulación.

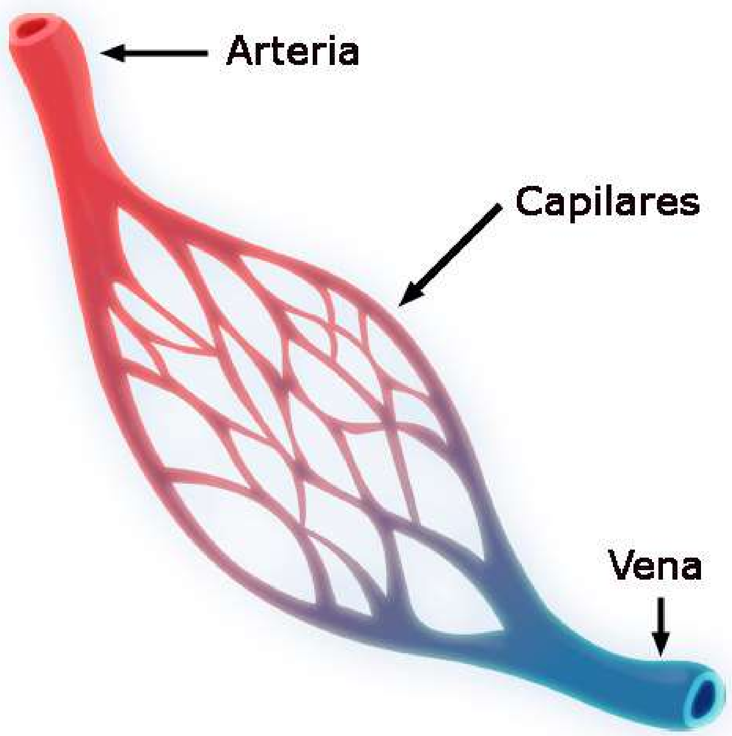


Imagen nº 12. Licencia: Creative Commons
Fuente: https://es.m.wikipedia.org/wiki/Archivo:Capillary_system_CERT_esp.jpg

Ejercicio 24

¿Qué función tienen los vasos sanguíneos que rodean al corazón?

5.1.3) LINFA Y SISTEMA LINFÁTICO

Ya vimos que el plasma intersticial es el líquido que ocupa lo espacios entre las células, se forma a partir de la sangre y se tiene que renovar para que los nutrientes no se agoten ni se acumulen las sustancias de desecho.

El exceso de plasma intersticial forma un líquido llamado **linfa,** que recorre los vasos linfáticos. Para que la linfa no se acumule en los tejidos es drenada por el **sistema linfático** que lo restituye al aparato circulatorio.

El sistema linfático está formado por conductos parecidos a los vasos capilares constituyendo así la segunda red de transporte de líquidos corporales.

La diferencia del sistema circulatorio es que en el sistema linfático no existe un órgano que bombee la linfa sino que se desplaza por las contracciones musculares y movimientos de las extremidades.

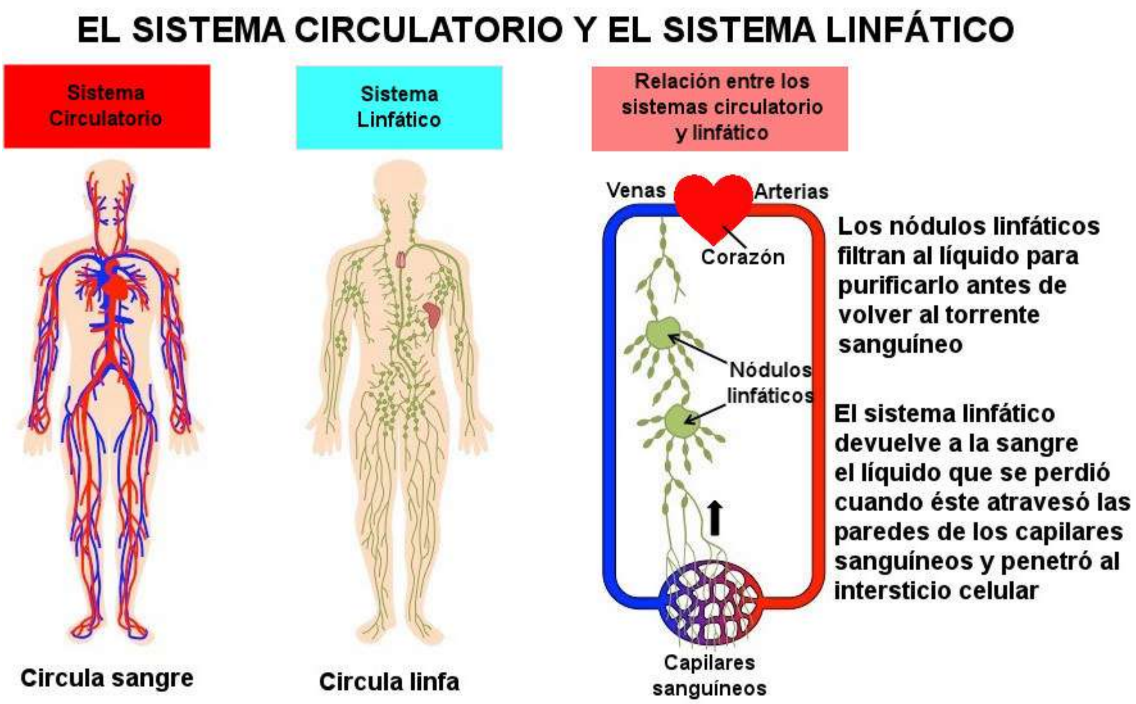


Imagen nº 13. Fuente: https://www.youbioit.com/es/article/imagen/27619/relacion-entre-el-sistema-circulatorio-y-el-sistema-linfatico

Las funciones del sistema linfático son:

- Recoger el exceso de líquido intersticial y lo devuelve a la sangre.
- Los linfocitos defienden al organismo frente a infecciones.
- Los vasos quilíferos absorben las grasas que no pueden ser absorbidas por las vellosidades intestinales y las llevan a la sangre.

Ejercicio 25

Lea el párrafo que aparece abajo y complete las palabras que faltan:

El sistema linfático se encarga de recoger el exceso de líquido que circula entre las células (____________________) para devolverlo a la sangre.

Por los vasos linfáticos circula un líquido llamado ____________________ que es drenado por el ____________________ para que no se acumule en los ____________________.

La linfa es desplazada por las contracciones ____________________ y los movimientos de las ____________________.

5.2) LA SANGRE

La **sangre** es un líquido de color rojo que se transforma en una masa semisólida cuando sale de los vasos sanguíneos. Su color es debido a la hemoglobina, una proteína que contienen los glóbulos rojos junto con el oxígeno.

Los principales componentes de la sangre son:

- **El plasma.** Es la porción líquida de la sangre; está formado por agua en un 90%, además de proteínas y sales disueltas. Aquí flotan los glóbulos rojos, blancos y las plaquetas.
- **Glóbulos rojos, o hematíes.** Son células en forma de disco que carecen de núcleo; son las células más abundantes de la sangre. Son los encargados del transporte de oxígeno y dióxido de carbono.
- **Glóbulos blancos o leucocitos.** Son células móviles e independientes con núcleo, que intervienen en la defensa del organismo frente a las infecciones.
- **Plaquetas.** Son las células más pequeñas de la sangre. Intervienen en la coagulación.

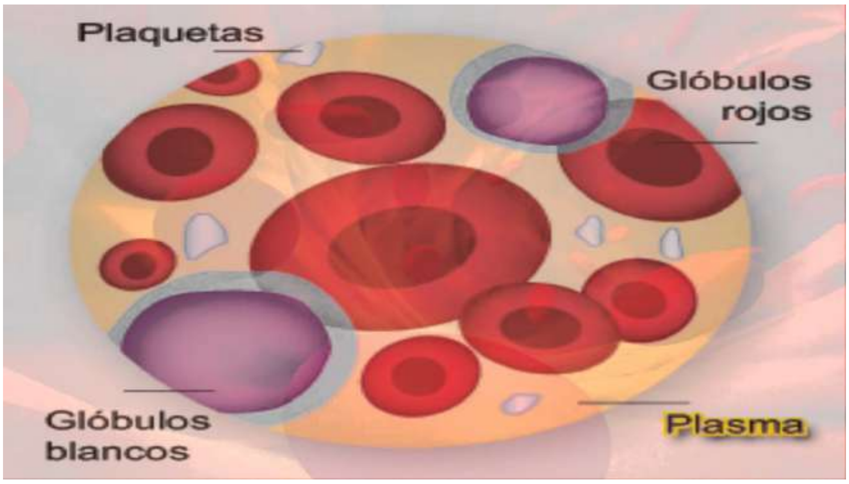


Imagen nº 14. Componentes de la sangre. Licencia: Youtube

Ejercicio 26

Composición de la sangre:

5.2.1) LA CIRCULACIÓN SANGUÍNEA

La circulación de la sangre supone el movimiento de la masa sanguínea a partir del corazón para distribuirse por todo el organismo a través de los vasos sanguíneos y retornar de nuevo al corazón. La sangre recorre un circuito **doble**:

- **Circulación mayor o general.** Se inicia en el ventrículo izquierdo por la arteria aorta y termina en la aurícula derecha, tiene gran velocidad y mucha presión ya que el corazón debe mandar la sangre a todos los tejidos del organismo. Su recorrido es largo.
- **Circulación menor o pulmonar.** Se inicia en el ventrículo derecho, pasa por los alvéolos pulmonares donde la sangre se oxigena y deja el dióxido de carbono y termina en la aurícula izquierda; tiene poca velocidad y poca presión porque su recorrido es corto.

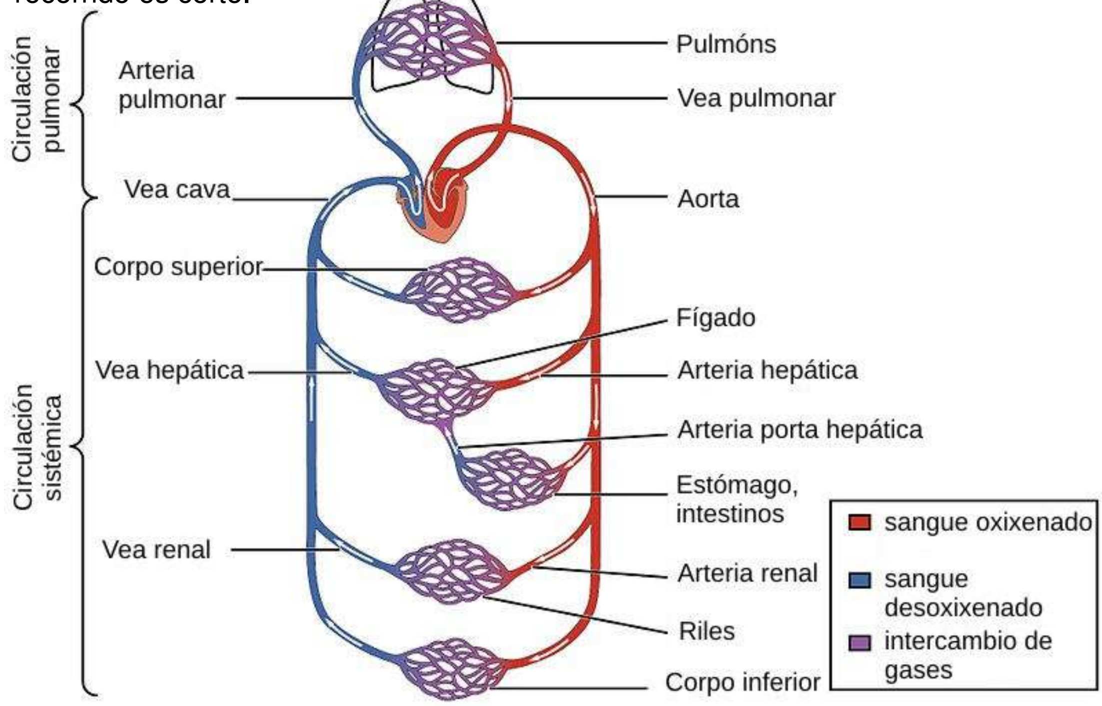


Imagen nº 15. Circulación sanguínea. Autor: OpenStax College. Fuente: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:2101_Blood_Flow_Through_the_Heart-gl.jpg

Esta doble circulación exige la existencia de dos bombas impulsoras, corazones (la mitad izquierda y la mitad derecha) de distinta potencia; ambos corazones por necesidades de sincronismo están asociados y forman el corazón.

Se dice que la circulación en el ser humano, igual que en todos los mamíferos, es **doble, completa y cerrada:**

- **Doble:** porque la sangre completa dos circuitos (circulación mayor y menor).
- **Completa:** porque no se mezcla la sangre arterial (rica en oxígeno) con la sangre venosa (pobre en oxígeno).
- **Cerrada:** porque la sangre viaja por los vasos sanguíneos sin salir de ellos.

La sangre se carga de oxígeno en los alvéolos pulmonares y de nutrientes en el hígado.

Ejercicio 27

¿Cómo es la circulación de los mamíferos?

5.3) ENFERMEDADES MÁS FRECUENTES DEL APARATO CIRCULATORIO

DE LOS VASOS SANGUÍNEOS

- **Hipertensión arterial.** Es el aumento de la presión arterial. Cuando nos medimos la tensión se dan 2 valores; la máxima (sístole) y la mínima (diástole). La tensión arterial normal es de 120 mmHg y 70 mmHg. Si se produce hipertensión hay riesgo de que se rompan los vasos sanguíneos o que falle el riñón.
- **Arteriosclerosis.** Pérdida de elasticidad de las paredes de las arterias.
- **Aterosclerosis.** Es la obstrucción de las arterias que impiden el paso de la sangre.
- **Varices o síndrome varicoso**. Las varices son dilataciones de las venas debido a una insuficiencia de las válvulas venosas. Al mover las piernas los músculos presionan las venas e impulsan la sangre hacia el corazón, las válvulas semilunares impiden el retroceso de la sangre y si no cierran bien, la sangre se acumulan en las venas haciendo que se dilaten.

DEL CORAZÓN

- **Infarto de miocardio.** Es la muerte de células de una parte del músculo cardiaco por falta de riego sanguíneo, ocasionada por la obstrucción de algún vaso. Se manifiesta con un fuerte dolor en el pecho que se extiende hacia el costado, lado izquierdo y otras partes del cuerpo. Es una enfermedad muy grave que puede dar lugar a un paro cardíaco.
- **Angina de pecho.** Es la falta de riego coronario lo que produce insuficiencia coronaria y se manifiesta con dolor en el pecho, de carácter opresivo, que puede prolongarse hacia el brazo izquierdo. Se diferencia del infarto en que el músculo no muere. Puede preceder al infarto.
- **Insuficiencia cardíaca.** Es la incapacidad del corazón para bombear la cantidad de sangre que los tejidos del organismo necesitan. Los síntomas son falta de aire, cansancio, debilidad y acumulación de líquidos.
- **Arritmia.** Alteración del ritmo cardíaco del corazón, por lo que la sangre tiene más problemas en llegar a los órganos. Las más frecuentes son las taquicardias (aceleración del ritmo del corazón) y las bradicardias (deceleración del ritmo cardiaco).

DE LA SANGRE

- **Anemias.** Es la disminución del número de hematíes o de hemoglobina. Falta de hierro. Se caracteriza por: palidez, cansancio, cefaleas.
- **Leucemia.** Afecta a las células de la médula ósea (órgano que fabrica la sangre), aumentando los glóbulos blancos y disminuyendo los rojos, por lo que no pueden luchar contra las infecciones. El trasplante de médula es un medio efectivo para esta enfermedad.
- **Trombosis.** Coágulos de sangre en el interior de una arteria pudiendo llegar a bloquearla (embolia) impidiendo que la sangre llegue a algún órgano. Puede causar la muerte si se trata de un órgano vital.

Ejercicio 28

¿Qué es un infarto?

5.4) LA SALUD CARDIOVASCULAR

La salud del aparato circulatorio está estrechamente relacionada con los hábitos alimenticios y con nuestro estilo de vida.

Determinados comportamientos y hábitos contribuyen a mantener nuestro aparato circulatorio en condiciones óptimas, mientras que otros pueden ser muy dañinos.

La **alimentación** ha de estar basada en las dietas tradicionales, elaboradas a base de productos naturales, en las que predominen los componentes vegetales sobre los animales: una alimentación rica en frutas y verduras, en cereales integrales y en legumbres, reduciendo el consumo de grasas y, en todo caso, consumiendo grasas insaturadas en lugar de las saturadas.

Estas últimas se encuentran en la carne roja, la leche, el queso, la mantequilla y también en los alimentos procesados, incrementando el nivel del colesterol en sangre, el cual, a su vez, aumenta la acumulación de grasa en las arterias. En cambio, las grasas insaturadas que se encuentran en el pescado graso, el pollo, las nueces y en muchos tipos de aceite vegetal (oliva, girasol) no aumentan el nivel del colesterol, sino que, incluso, ejercen un efecto protector sobre el corazón y el sistema circulatorio.

El **ejercicio físico** provoca que el corazón lata con más fuerza. De esta forma se hace cada vez más potente, trabaja con más facilidad y bombea más sangre en cada latido. Es muy importante realizar un ejercicio físico acorde con nuestra edad y forma física para que sea beneficioso para nuestro organismo. Los esfuerzos excesivos son tan nocivos como la vida sedentaria.

El **estrés**. El ritmo de vida de algunas personas puede producir un estado de tensión emocional o estrés que repercute negativamente en su salud. Este estado emocional conlleva, entre otras cosas, un aumento de la tensión arterial, que puede ser causa de algunas enfermedades cardiovasculares. Una actitud vital menos competitiva y la adopción de unos hábitos más relajantes ayudará a evitarlo.

El **hábito de fumar**. Los fumadores tienen mayor riesgo de desarrollar enfermedades del corazón o de los vasos sanguíneos. Existe una relación entre el hábito de fumar y las enfermedades coronarias. Produce un aumento relativo del riesgo en personas menores de 50 años, convirtiéndose en el factor de riesgo más importante en hombres jóvenes y mujeres.

Ejercicio 29

Cita hábitos saludables para cuidar el aparato circulatorio.

6) EL APARATO EXCRETOR

El aparato excretor es el que se encarga de expulsar al exterior las sustancias de desecho que producen las células.

La excreción se realiza por:

- Los pulmones, que eliminan el dióxido de carbono.
- El hígado, que elimina la bilis.
- Las glándulas sudoríparas, que eliminan el sudor.
- El aparato urinario, que elimina sales minerales, agua y urea cuando son nocivas o cuando su cantidad es excesiva.

Ejercicio 30

¿Cuáles son las sustancias de desecho que el organismo expulsa?

6.1) EL APARATO URINARIO

La excreción se realiza principalmente por el **aparato urinario**, que se encarga de mantener constante la composición química del organismo y se encarga de filtrar la sangre, eliminando de ella las sustancias de desecho por medio de la orina. Está formado por los **riñones, uréteres, vejiga urinaria y uretra**.

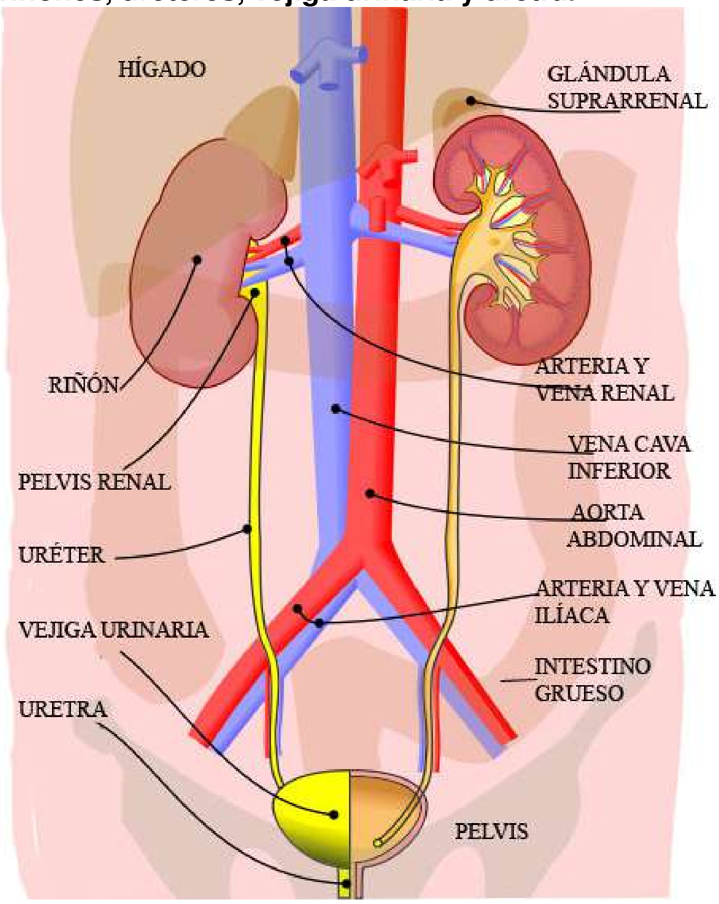


Imagen nº 16. Aparato Excretor. Modificación: Ana José García Tejas Licencia: Creative Commons. Fuente: https://ca.wikipedia.org/wiki/Fitxer:Urinary_system.svg

Ejercicio 31

¿Cuál es la misión del aparato urinario?

Ejercicio 32

¿Qué órganos forman el aparato urinario?

6.1.1) LOS RIÑONES

Son dos órganos que tienen forma de judía, color rojo oscuro y están situados a cada lado de la columna vertebral. Si colocas las manos en las caderas con los dedos pulgares hacia atrás, éstos te señalarán la parte inferior de los riñones.

En la cara interna de cada riñón hay una cámara en forma de embudo que es la **pelvis renal.**

En el riñón se distinguen tres zonas:

- **La corteza.** Es la zona exterior, donde nacen muchos tubos uriníferos.
- **La médula.** Es la zona interior del riñón, en donde se agrupan los tubos uriníferos. En ella se localizan las pirámides de Malpigio.
- **La pelvis renal** o zona central del riñón es una cavidad en forma de embudo, donde vierten los tubos uriníferos y comienza el **uréter**.

La sangre llega al riñón con gran cantidad de desechos, se filtra y sale sin esos desechos por la vena renal que desemboca en la vena cava.

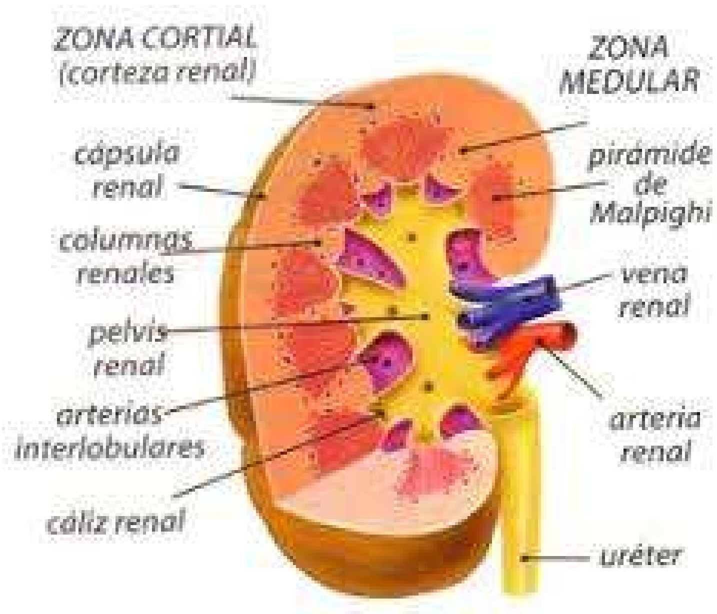


Imagen nº 17. Riñón. Fuente: https://www.cuidadodelasalud.com/salud/funcion-de-los-rinones-en-el-cuerpo-humano/

6.1.2) Los uréteres

Son dos tubos de unos 25 cm de longitud que se extiende desde los riñones hasta la vejiga y por donde salen las sustancias de desecho, es decir, **la orina.**

6.1.3) La vejiga

Es el lugar donde se almacena la orina que expulsan constantemente los riñones. La orina va acumulándose hasta llegar a los 200 ó 300 mm, momento en los que se estimulan los receptores elásticos y transmiten impulsos hacia el centro del reflejo de la micción.

6.1.4) La uretra

Es un conducto por donde se realiza la expulsión de la orina al exterior. En la mujer es la única función, pero en el hombre sirve de vía de paso de la orina y la eyaculación.

6.2) Formación de la orina

La sangre llega a los riñones por las arterias renales, que se ramifican en miles de capilares. Al pasar la sangre por los riñones, éstos separan de ella el exceso de agua, sales, urea y otros productos perjudiciales, formando la orina, que va cayendo en la **pelvis renal**.

La filtración ocurre en pequeñas unidades dentro de los riñones llamadas **nefronas**. Cada riñón tiene alrededor de un millón de nefronas. En la nefrona, un pequeño vaso sanguíneo o capilar llamado **glomérulo** se entrelaza con un pequeño tubo colector de orina llamado **túbulo**. Se produce un complicado intercambio de sustancias químicas a medida que los desechos y el agua salen de la sangre y entran al sistema urinario.

En ese intercambio hay sustancias que son reabsorbidas, quedando sin reabsorber sólo 1,5 litros de orina diarios.

Hay sustancias que son reabsorbidas erróneamente, éstas sustancias son secretadas y añadidas a la orina que se está formando.

Este líquido final pasa hacia la pelvis renal, y de allí a través de los **uréteres**, la orina va de los riñones a la **vejiga**, donde se almacena hasta que es expulsada al exterior

FUNCIONAMIENTO APARATO URINARIO

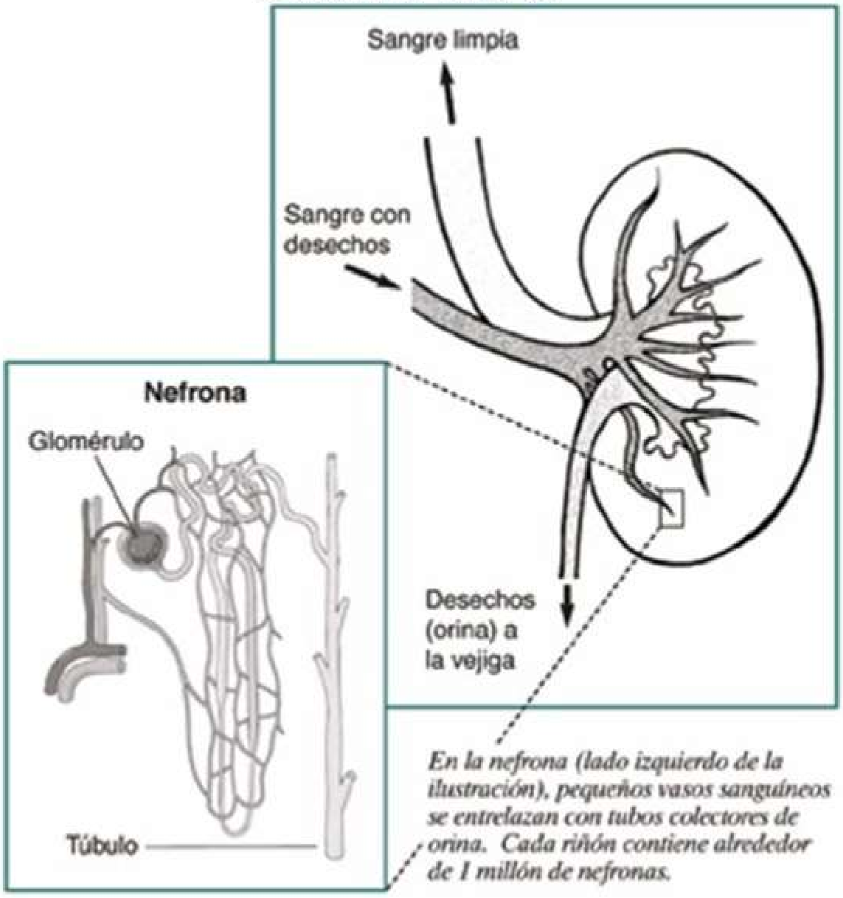


Imagen nº 18. Aparato Urinario. Licencia: Creative Commons
Fuente: https://es.m.wikipedia.org/wiki/Archivo:Nefrona.png

Ejercicio 33

¿Cuál es la unidad de filtración?

6.3) ENFERMEDADES DEL APARATO EXCRETOR

- **Cistitis**. Es la infección de la vejiga urinaria o de la uretra. Se caracteriza por el deseo frecuente de miccionar, además de escozor o dolor. Si las bacterias no son eliminadas por la orina causan una infección.
- **Litiasis Renal.** Es la presencia de cálculos en las vías urinarias. El principal síntoma es el **cólico nefrítico o renal.** Se presenta con dolor intenso y localizado en la región lumbar, provocado al atascarse el cálculo a la salida de la pelvis renal o en el uréter.
- **Nefritis.** Inflamación del riñón. Algunos síntomas son dolor, sangre en la orina y fiebre.
- **Insuficiencia Renal.** Aparece cuando el riñón es incapaz de filtrar y depurar la sangre, es decir, no elimina las sustancias de desechos metabólicos, ni desempeña sus funciones reguladoras. Como consecuencia, los productos de desecho se acumulan en los líquidos corporales perturbando las funciones del organismo. Si peligra la vida del enfermo, debe recurrirse a la **diálisis (hemodiálisis)** o filtrado artificial de la sangre. En la hemodiálisis una bomba extrae la sangre y la hace pasar por un aparato que la filtra como si del riñón se tratara. Cuando la sangre está limpia, ésta vuelve al cuerpo a través de una vena.

Ejercicio 34

¿Qué es la diálisis?

6.4) CONSEJOS PARA PREVENIR ENFERMEDADES DEL APARATO EXCRETOR

Seguir algunas recomendaciones como las siguientes puede prevenir algunos problemas del aparato excretor:

- Beber mucha agua, con lo que se produce una orina más diluida y se dificulta la formación de cálculos. Se recomienda beber 2 litros de agua al día.
- Las bebidas alcohólicas exigen un trabajo excesivo a los riñones, por lo que se debe evitar su exceso.
- Cuidar el aseo personal, ya que la piel debe estar limpia para poder transpirar y eliminar el sudor, evitando trabajo a los riñones.
- Hacer ejercicio supone la excreción de toxinas a través del sudor y favorece el acceso de sangre oxigenada a los órganos del aparato excretor.
- Cuidar la alimentación: evitar comer alimentos con mucha sal, el consumo de mucho marisco y vísceras puede producir cálculos, la carne produce muchos residuos y su exceso origina enfermedades como la artritis y la gota, por lo que hay que procurar que la alimentación sea variada.
- Retener demasiado la orina puede provocar infecciones.

Ejercicio 35

¿Qué consejos darías para prevenir enfermedades del aparato excretor?

Ejercicios resueltos

Ejercicio 1

De forma breve cita los aparatos que intervienen en la nutrición y su función:

El aparato digestivo transforma los alimentos, el circulatorio los transporta junto con el oxígeno y otras sustancias y retira los desechos; el respiratorio toma oxígeno del aire y expulsa dióxido de carbono, y el excretor elimina las sustancias de desecho.

Ejercicio 2

¿Cuáles son las funciones básicas de los nutrientes?

Energética, plástica o estructural y reguladora.

Ejercicio 3

Enumera los principales nutrientes orgánicos e inorgánicos.

Orgánicos: Hidratos de carbono, proteínas, lípidos y vitaminas.

Inorgánicos: agua y sales minerales.

Ejercicio 4

Calcula la TMB de un hombre de 35 años que pesa 95 kg y 182 cm. ¿Cuántas calorías diarias debe tomar si hace ejercicio 2 veces por semana?

TMB= 10 x 35 + 6,25 x 182 - 5 x 35 + 5 = 350 + 1.137,5 - 175 + 5 = 1317,5

Calorías: 1317 x 1,375 = 1811,56. Más o menos 1800 calorías

Ejercicio 5

Clasifica los siguientes alimentos según sean ricos o no en fibra: naranja, zumo de naranja, lentejas, pan blanco, pan integral y carne.

RICOS EN FIBRA	NO PREDOMINA FIBRA
NARANJA, ZUMO DE NARANJA LENTEJAS PAN INTEGRAL	CARNE PAN BLANCO

Ejercicio 6

Elabora una dieta de dos días de 1.500 calorías. Toma de referencia la siguiente tabla nutricional

CALORÍAS PARA CADA 100 GRAMOS							
LACTEOS Y DERIVADOS		**FRUTA**		**PESCADO**		**PASTAS**	
Yogur con cereales	48	Sandía	22	Bacalao	77	Masa de pizza de molde	246
Leche entera	57	Naranja	42	Lenguado	87	Ravioles carne y jamón	253
Yogur con fibras y frutas	71	Mandarina	43	Merluza	90	Tallarines al huevo	287
Queso de cabra	173	Melón	44	Salmón rosado	99	Fideos de harina integral	359
Queso fresco	307	Ciruela	47	**LEGUMBRES, HORTALIZAS Y VEGETALES**		Fideos	369
HUEVOS		Kiwi	53	Lechuga	13	**PAN**	
Clara de huevo	53	Pera	56	Lentejas	15	Pan de centeno	245
Yema de huevo	341	Cereza	58	Pepino	16	**ACEITE**	
CARNES		Manzana	58	Escarola	20	Aceite de girasol	860
Jamón serrano	126	Uva	68	Espárrago	20	Aceite de oliva	860
Carne de cerdo magra	148	Plátano	85	Coliflor	24	**AZUCAR**	
Lomo magro	153	**FRUTOS SECOS**		Berenjena	25	Azúcar morena	373
Pollo, carne de	153	Almendra	547	Calabaza	26	Azúcar blanca	385
Hamburguesa de pollo	156	Avellana	647	Espinaca	26	**CHOCOLATE Y CACAO**	
Chorizo	193	Nuez	664	Garbanzos	26	Polvo de cacao	343
Hamburguesa	230	**CEREALES**		Brócoli	32	Chocolate de taza	471
Pavo	269	Arroz Blanco	343	Cebolla	38	Chocolate con leche	542
Conejo	276	Trigo, harina	345	Col de Bruselas	45	Chocolate blanco	563
Lomo	296	Arroz integral	353	Zanahoria	340	Chocolate amargo	570
Jamón cocido	373	Copos de Maíz	367	Tomate	360	Chocolate c/almendras	583

	PRIMER DÍA	SEGUNDO DÍA
DESAYUNO	Vaso de leche (100cc), 40 g de pan y 20 g jamón york	vaso de leche (100cc), tostada de pan (40g) y aceite 5 cc
ALMUERZO	200 gr de manzana	200 gr de naranja
COMIDA	pechuga de pavo a la plancha (100g), arroz blanco 30 g, ensalada (100gr lechuga y 50gr tomate), mandarina 200gr, pan 40 gr.	Puré de calabaza (200cc), hamburguesa de pollo (100gr), ensalada (100gr lechuga y 50gr tomate), cereza 200gr, pan 40 gr.
MERIENDA	1 yogur desnatado (125gr)	200gr sandía y 200gr mandarina
CENA	sopa de pasta fideos (30g), lenguado a la plancha (100gr), plátano (100gr) y pan 20 gr.	Tallarines (30g), brócoli (100g), 100g jamón serrano, 200g pera y pan 40gr.

Ejercicio 7

¿Qué medidas tomarías para evitar la obesidad?

Realizar una dieta equilibrada baja en grasas y hacer ejercicio como mínimo 3 veces por semana.

Ejercicio 8

Describe de forma resumida el tubo digestivo:

Comienza en la boca donde se mastican los alimentos, atraviesa la faringe y el esófago para llegar al estómago donde se almacenan los alimentos y se mezclan con los jugos gástricos de ahí pasa al intestino grueso donde los jugos atacan el alimento para que las sustancias nutritivas puedan ser absorbidas, finalmente pasa al intestino grueso que comunica al exterior por el ano.

Ejercicio 9

¿Cuáles son las glándulas accesorias del sistema digestivo?

Las glándulas salivares, las gástricas, las intestinales, el hígado y el páncreas.

Ejercicio 10

¿Cuál es la función de la epiglotis?

Evitar el atragantamiento.

Ejercicio 11

¿Qué quiere decir que "la comida se me ha ido por otro lado"?

Que la epiglotis no se ha cerrado y la comida ha entrado en la laringe impidiendo una respiración adecuada, o lo que comúnmente se llama nos atragantamos.

Ejercicio 12

Lee y completa

El alimento, cuando recorre el aparato digestivo, recibe unas acciones para ser digerido. Estas acciones son:

Digestión *mecánica*: el alimento se tritura, se mezcla, se amasa...

Digestión *química*: las enzimas digestivas, descomponen el alimento en otras sustancias químicas.

Ejercicio 13

Lee y completa las palabras que faltan sobre los procesos digestivos.

La *ingestión* consiste en la incorporación del alimento al aparato digestivo. Se realiza en la boca y comprende los procesos de masticación, insalivación y deglución del alimento.

La *masticación* es la rotura química del alimento realizada por las enzimas digestivas.

La *absorción* es el paso de las unidades básicas de los nutrientes digeridos desde el tubo digestivo a los vasos sanguíneos.

La *expulsión* o egestión es la expulsión de las sustancias no ingeridas al exterior.

Ejercicio 14

¿Qué significa el sufijo "-titis" referido a las enfermedades?

Inflamación

Ejercicio 15

Señala si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

	V / F
Lavarse las manos antes de las comidas evita el contagio de bacterias, hongos y otros microorganismos.	**V**
Masticar bien los alimentos elimina el sarro dental	**F**
Tomar bebidas y alimentos azucarados evita intoxicaciones alimentarias	**F**
Las bebidas alcohólicas pueden afectar al hígado y al páncreas de forma irreversible	**V**

Ejercicio 16

Describe el camino del oxígeno del aire a la sangre:

Entra por las fosas nasales, faringe, laringe y tráquea donde se bifurca en dos bronquios para entrar en los pulmones; sigue por los bronquiolos hasta los alvéolos donde entra en contacto con los capilares y pasa a la sangre.

Ejercicio 17

¿Cuál es la enfermedad que destruye parte de los tejidos pulmonares?

	a) Laringitis
	b) Silicosis
X	c) Tuberculosis
	d) Amigdalitis

Ejercicio 18

¿En qué consiste el cáncer de pulmón?

	a) En el atasco de los alveolos pulmonares por polvo
	b) Los alveolos pulmonares se llenan de pus y líquido
	c) Una bacteria destruye parte de los tejidos pulmonares
X	d) Unas células se desarrollan en los bronquios y destruyen los tejidos pulmonares

<u>Ejercicio 19</u>

¿Para qué enfermedad del aparato respiratorio no existe tratamiento curativo?

X	a) Gripe
	b) Cáncer de pulmón
	c) Asma
	d) Tuberculosis

<u>Ejercicio 20</u>

Cita hábitos saludables para el cuidado del aparato respiratorio:

No fumar, hacer ejercicio, evitar cambios bruscos de temperatura

<u>Ejercicio 21</u>

¿Cuáles son los componentes del aparato circulatorio?

Corazón que actúa de bomba, venas y arterias (vasos sanguíneos) que forman un circuito cerrado y contiene la sangre.

<u>Ejercicio 22</u>

¿Cuál es la principal función del corazón?

<u>Bombear la sangre</u>

<u>Ejercicio 23</u>

¿Cuáles son los movimientos que forman el latido?

Sístole auricular, sístole ventricular y diástole.

<u>Ejercicio 24</u>

¿Qué función tienen los vasos sanguíneos que rodean al corazón?

Distribuir la sangre a todo el cuerpo y devolverla al corazón

Ejercicio 25

Lea el párrafo que aparece abajo y complete las palabras que faltan:

El sistema linfático se encarga de recoger el exceso de líquido que circula entre las células (***líquido intersticial***) para devolverlo a la sangre.

Por los vasos linfáticos circula un líquido llamado ***linfa*** que es drenado por el ***sistema linfático*** para que no se acumule en los ***tejidos***.

La linfa es desplazada por las contracciones ***musculares*** y los movimientos de las ***extremidades***.

Ejercicio 26

Composición de la sangre:

Plasma. Glóbulos rojos, glóbulos blancos y plaquetas.

Ejercicio 27

¿Cómo es la circulación de los mamíferos?

Doble porque la sangre completa dos circuitos, completa porque la sangre arterial no se mezcla nunca con la venosa y cerrada porque la sangre no sale de los vasos sanguíneos.

Ejercicio 28

¿Qué es un infarto?

Muerte de células, normalmente por falta de riego, si se produce en el corazón se llama de miocardio.

Ejercicio 29

Cita hábitos saludables para cuidar el aparato circulatorio.

Cuidar la alimentación, vigilar el sobrepeso, realizar ejercicio moderado, no fumar

Ejercicio 30

¿Cuáles son las sustancias de desecho que el organismo expulsa?

Dióxido de carbono, bilis, sudor y orina.

Ejercicio 31

¿Cuál es la misión del aparato urinario?

Mantener constante la composición química del organismo, filtrar la sangre eliminando sustancias de desecho.

Ejercicio 32

¿Qué órganos forman el aparato urinario?

Los riñones, los uréteres, la vejiga y la uretra.

Ejercicio 33

¿Cuál es la unidad de filtración?

La nefrona, en ella un glomérulo formado por capilares, se entrelaza con un túbulo y se produce el intercambio.

Ejercicio 34

¿Qué es la diálisis?

El filtrado artificial de la sangre cuando los riñones no funcionan correctamente

Ejercicio 35

¿Qué consejos darías para prevenir enfermedades del aparato excretor?

Beber 2 litros de agua al día, no abusar de bebidas alcohólicas, mantener la piel limpia, hacer ejercicio, tener una alimentación variada y no aguantar la orina.

Bloque 05. Tema 7.

La materia que nos rodea.

ÍNDICE

1) INTRODUCCIÓN

Estás rodeado de cosas que puedes ver: tus compañeros, las sillas y pupitres del aula, la pizarra, etc. Otras, aunque no puedas verlas, puedes oírlas, como los coches y motocicletas que pasan por la calle. Algunas, incluso sin verlas u oírlas, las sientes, como el aire. Todas las cosas que puedes ver, oír, tocar están formadas por materia.

Podemos decir que materia es todo aquello que nos rodea, que tiene masa y ocupa un lugar.

Imagen nº 1. Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público
Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Aula

Este tema nos introduce en el estudio a detalle de toda la materia con la que vivimos y que también forma parte de nosotros mismos.

Veremos que **la materia puede ser pura y puede estar mezclada**, se puede separar y juntar y podemos trabajar con ella y hacer cálculos para ver como varia el estado o la forma de la materia dependiendo a las condiciones a las que la sometamos.

Algunas cosas son tan pequeñas que no podemos verlas sin la ayuda de un microscopio. Otras están tan lejos que necesitamos un telescopio para poder observarlas. Incluso existen cosas que no podemos percibir pero cuya existencia podemos deducir por los efectos que producen, como los planetas lejanos o los agujeros negros. Pero no por eso dejan de estar constituidas por materia.

Toda la materia está formada por átomos y moléculas y, por tanto, tiene masa y volumen.

La mayoría de las cosas materiales tienen una forma y unos límites definidos: la mesa en la que comes o escribes, la silla en la que te sientas. **Son cuerpos.**

Un cuerpo es una porción de materia con una forma y unos límites perfectamente definidos.

Otras cosas, por el contrario, no tienen forma ni límites precisos. El aire que respiras, el agua que forma los mares y océanos o la leche que contiene el vaso que desayunas no tienen unos límites precisos y, por tanto, no son cuerpos. Pero aunque no podamos definir unos límites precisos, siempre podemos aislar un trozo o una porción. El agua del vaso o el aire que contiene una habitación, aunque no son cuerpos, si son trozos de materia que se llaman **sistemas materiales.**

Un sistema material es una porción de materia.

Aunque un cuerpo siempre será un sistema material, un sistema material no siempre será un cuerpo, e incluso puede estar formado por varios cuerpos. Por eso, el contenido de un aula, pupitres, perchas, alumnos, aire, libros... es un sistema material que contiene cosas que son cuerpos (mesas, sillas) y otras que no lo son (aire).

No toda la materia es idéntica y, a simple vista, podemos ver como el pupitre tiene patas de metal, rematadas en plástico y una base de madera que se fija a las patas mediante tornillos metálicos.

En casa, la sal que se emplea para cocinar o el azúcar que añades al café son ambas materia, pero de distinto tipo y con distintas propiedades que puedes distinguir.

Llamamos sustancia a cada una de las distintas formas de materia.

La materia que nos rodea forma cuerpos o sistemas materiales formados por una o varias sustancias.

Así, el agua que contiene el vaso en el que bebes no es sólo agua, contiene también otras muchas sustancias, aunque no puedas verlas. Por el contrario, en el lápiz que usas para escribir puedes percibir fácilmente la madera y el grafito, las dos sustancias que lo forman.

En el siguiente esquema podemos ver la relación entre los conceptos que vamos a tratar a lo largo del tema.

Clasificación de la materia

- Sustancias puras
  - Elementos
  - Compuestos
- Mezclas
  - Mezclas homogéneas (o soluciones o disoluciones)
  - Mezclas heterogéneas

2) MEZCLAS, DISOLUCIONES Y SUSTANCIAS PURAS

Imagen nº 2. Disoluciones, Mezclas y Sustancias puras.
Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público
Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Mezcla

2.1) SISTEMAS HETEROGÉNEOS. MEZCLAS

En algunos cuerpos y sistemas materiales podemos distinguir perfectamente que están compuestos por varias sustancias distintas. En el bolígrafo puedes distinguir el metal, la tinta, el plástico...

Cuando en un sistema material podemos distinguir las distintas sustancias que lo componen, se trata de un SISTEMA HETEROGÉNEO también llamado MEZCLA.

Los siguientes ejemplos de mezclas heterogéneas te ayudarán a comprender mejor el concepto.

Imagen nº 3: Mezcla heterogénea. Autor:Desconocido. Licencia: Dominio público
Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Mezcla#Mezclas_heterog%C3%A9neas

- Granito, formado por feldespato, cuarzo y mica.
- Rocas, formadas por minerales.
- Tierra y agua, la tierra no se disuelve en agua.
- Ensalada, compuesta por la mezcla de vegetales, aceite, sal y vinagre.
- Sopa de pasta, formada por el caldo y la pasta.
- Aceite y vinagre, no se mezclan por las diferentes características de ambos.

Podríamos poner innumerables ejemplos.

La mayoría de los sistemas materiales que aparecen en la naturaleza son heterogéneos y podemos distinguir en ellos varias sustancias. Por ejemplo, las piedras están formadas por diversas sustancias que forman en su superficie bandas de distintas formas, colores y brillos...

También los objetos creados por el hombre suelen ser sistemas heterogéneos, con distintas piezas de diferentes sustancias. Cada pieza de cada aparato, normalmente, está fabricada con una sustancia específica, idónea para la tarea que va a realizar.

2.2) Sistemas homogéneos. Disoluciones

Vemos que muchos cuerpos y sistemas materiales son heterogéneos y podemos observar que están formados por varias sustancias. En otros no podemos ver que haya varias sustancias, decimos que el **Sistema Material** es **HOMOGÉNEO**.

Aunque parezcan formadas por una sustancia, realmente están formadas por más de una. Por ejemplo, el aire está formado por oxígeno, nitrógeno, agua, argón y muchas otras sustancias.

Cuando un Sistema Material es homogéneo pero está formado por varias sustancias, se trata de una DISOLUCIÓN.

Aunque una disolución puede ser sólida (oro de joyería), líquida (agua del grifo) o gaseosa (aire) la mayoría de las disoluciones que se estudian son líquidas, formadas por agua que lleva disuelta varias sustancias que se llaman **SOLUTOS**, mientras que el agua recibe el nombre de **DISOLVENTE.**

En una disolución: el **disolvente,** es el componente que está en mayor proporción, y el **soluto**, es el componente (o componentes) que está en menor proporción. La disolución es, pues, el conjunto formado por el soluto y el disolvente.

Imagen nº 4: Mezcla Homogénea. Disolución.
Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Disoluci%C3%B3n
Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público

Ahora bien, ¿cuánto soluto se puede disolver en una cantidad determinada de disolvente? Podemos contestar que una cantidad máxima. Si vamos añadiendo soluto (por ejemplo, azúcar al agua) observamos que al principio se disuelve sin dificultad pero, si seguimos añadiendo, llega un momento en el que el disolvente no es capaz de disolver más soluto y este permanece en estado sólido, “posado” en el fondo del recipiente.

Se llama **solubilidad de una sustancia** a la cantidad máxima de soluto que se puede disolver en un disolvente determinado.

Podemos clasificar las disoluciones en función de la cantidad de soluto que hay en relación al disolvente. Así tendremos:

- Una **disolución diluida** es aquella en la que hay poco soluto en relación al disolvente.
- Una **disolución concentrada** es aquella en la que hay mucho soluto en relación con el disolvente.
- Una **disolución saturada** es aquella que no admite más cantidad de soluto.

Ejercicio 1

Localiza la afirmación correcta:

	a) Los sistemas heterogéneos reciben el nombre de mezclas heterogéneas
	b) Los sistemas homogéneos reciben el nombre de disoluciones
	c) Todos los sistemas homogéneos son sustancias puras
	d) Todas las disoluciones son sistemas heterogéneos

Ejercicio 2

Localiza la afirmación correcta:

	a) Los sistemas materiales son de dos tipos: puros y compuestos.
	b) Los sistemas homogéneos tienen la misma composición en todos sus puntos.
	c) Los sistemas heterogéneos tienen distinta composición pero iguales propiedades en todos sus puntos.
	d) Los sistemas heterogéneos presentan discontinuidades a simple vista.

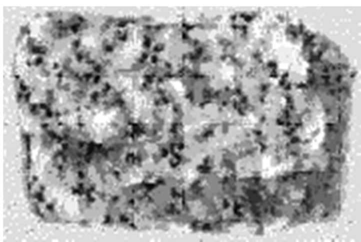
Ejercicio 3

Clasifica las siguientes sustancias en homogéneas y en heterogéneas:

	GRANITO	COBRE	HORMIGÓN	ÁCIDO SULFÚRICO	AIRE	GASOLINA
HOMOGÉNEAS						
HETEROGÉNEAS						

Ejercicio 4

Define sistemas homogéneos y heterogéneos y explica a cuál corresponde el dibujo.



Ejercicio 5

Lee el párrafo que aparece abajo y completa las palabras que faltan.

Los sistemas materiales se pueden clasificar en ____________________ y ____________________. Los sistemas ____________________ a veces reciben sin más el nombre de mezclas. Un ejemplo de ____________________ es el turrón.

2.2.1) CONCENTRACIÓN Y DENSIDAD EN DISOLUCIONES

CONCENTRACIÓN Y DENSIDAD DE UNA DISOLUCIÓN

Para saber cómo está formada una disolución no basta conocer qué sustancia es el disolvente y qué sustancia es el soluto. Podríamos intentar saber la cantidad que hay de cada uno, pero entonces el derramar un poco de disolución o añadir más, nos obligaría a hacer nuevos cálculos. Por eso, lo que interesa conocer es la **proporción entre soluto y disolvente**: **LA CONCENTRACIÓN**.

La concentración de una disolución siempre es la misma, tengamos la cantidad de disolución que tengamos y la repartamos entre varios recipientes o en uno sólo. Para cambiar la concentración tendríamos que añadir o quitar sólo disolvente o sólo soluto.

Veamos distintos modos de expresar la concentración de una disolución:

- **CONCENTRACIÓN EN MASA**. *Nos indica la masa de soluto que hay en cada unidad de volumen de disolución*. Se calcula a partir de la siguiente expresión:

C = masa (g) / volumen (l)

Ejemplos:
- Alcohol de 96 % (en 100 ml de disolución, 96 ml de alcohol y 4 ml de agua.
- Infusión de melisa al 60% con menta significa 60 g de melisa y 40 g de menta.
- Un vino de 12º significa el 12% en volumen de etanol, es decir, 12 ml de alcohol en 100 ml de vino.

La concentración en masa suele expresarse en gramos por litro (g/l) y también en tanto por ciento. El paso de una forma de medir a otra es muy fácil, ya que la concentración en tanto por ciento es 10 veces mayor que en gramos por litro, de forma que **basta multiplicar por 10 para pasar de % a g/l y dividir entre 10 para pasar de g/l a %.**

Ejemplo:

Si añadimos 5 g de sal a dos litros de agua para preparar una sopa, la concentración será, 5 gramos de sal entre 2 litros de agua.

La disolución tiene una concentración de sal de 2,5 g/l o del 0,25%, si la expresamos en tanto por ciento.

¡ATENCIÓN!

No debemos confundir la concentración en masa de una disolución con la densidad de la disolución. Aunque se midan en las mismas unidades, representan conceptos distintos.

- <u>**LA DENSIDAD**</u> de una disolución o de una sustancia pura *<u>representa la relación entre la masa y el volumen de la disolución</u>*. Se calcula a partir de la siguiente expresión:

$$d = \frac{\text{Masa de la disolución}}{\text{Volumen de la disolución}}$$

La densidad es una propiedad que tienen todas las sustancias, tanto si son sustancias puras como si son mezclas. La expresión concentración en masa solo se puede aplicar a las disoluciones, no tiene sentido hablar de la concentración en masa de una sustancia pura.

- <u>**PORCENTAJE EN MASA**</u>**.** *<u>El porcentaje en masa nos indica la masa de soluto que hay en 100 unidades de masa de disolución</u>.* También se llama riqueza de soluto. Se calcula a partir de la siguiente expresión:

$$\%\text{ en masa de soluto} = \frac{(\text{Masa de soluto}) \cdot 100}{\text{Masa de disolución}}$$

Se utiliza este modo de expresar la concentración cuando las cantidades de las sustancias que forman la disolución se miden en unidades de masa (g, kg…).

La masa del soluto y la del disolvente se deben expresar en las mismas unidades. UN PORCENTAJE NO TIENE UNIDADES.

<u>Ejemplo</u>:

Preparamos una disolución que contiene 2 g de NaCl (cloruro de sodio) y 3 g de KCl (cloruro de potasio) en 100 g de agua destilada. Hallar el tanto por ciento en masa de cada soluto en la disolución obtenida.

% de NaCl = (2 g de NaCl)/(105 g de disolución) .100= 1’9 %

% de KCl = (3 g de KCl)/ (105 g de disolución) . 100= 2’8 %

- <u>**PORCENTAJE EN VOLUMEN**</u>**.** *El porcentaje en volumen <u>nos indica el volumen de soluto que hay en 100 unidades de volumen de disolución.</u>* Se calcula a partir de la siguiente expresión:

$$\%\text{ en volumen de soluto} = \frac{(\text{Volumen de soluto}) \cdot 100}{\text{Volumen de disolución}}$$

Se utiliza este modo de expresar la concentración cuando las cantidades de las sustancias que forman la disolución se miden en unidades de volumen (ml, l…).

El volumen del soluto y el del disolvente se deben expresar en las mismas unidades. UN PORCENTAJE NO TIENE UNIDADES.

Ejemplo:

Una disolución de alcohol en agua, contiene 96 cm^3 de alcohol por cada 100 cm^3 de disolución. ¿Cuál será el % en volumen de alcohol?

% en volumen de alcohol = (96 cm^3 de alcohol)/(100 cm^3 de disolución).100=96%

Así, una disolución en alcohol en agua al 96% contiene 96 cm^3 de alcohol por cada 100 cm^3 de disolución.

Ejercicio 6

Si en una disolución, disolvemos 0'5 Kg de soluto en 2 litros de disolvente, ¿Cuál será su concentración?

Ejercicio 7

Un suero glucosado tiene una concentración de 50 g/L.

a) **¿Cuánta glucosa hay en 200 mL de suero?**
b) **¿Y en 5 L?**
c) **Si una persona necesita 80 g de glucosa, ¿qué cantidad de suero se la debe suministrar?**

Ejercicio 8

Una disolución contiene 40 g de azúcar en 200 cm3 de disolución. ¿Cuál es la concentración en g/L? y ¿cuál es su concentración en tanto por ciento?

Ejercicio 9

Una disolución contiene 3 g de azúcar en 500 ml de disolución. ¿Cuál es la concentración en g/L? y ¿cuál es su concentración en tanto por ciento?

2.3) MEZCLAS DE ESPECIAL INTERÉS: DISOLUCIONES ACUOSAS, ALEACIONES Y COLOIDES

1) DISOLUCIONES ACUOSAS

Como hemos comentado en apartados anteriores, una disolución es una mezcla homogénea, en la cual:

- La sustancia que se encuentra en menor proporción se llama soluto.
- La sustancia que se encuentra en mayor proporción es el disolvente.

Se habla de una **disolución acuosa** siempre que el disolvente (o el disolvente mayoritario, en el caso de una mezcla de disolventes) es agua. Las disoluciones acuosas tienen una gran importancia en la biología, desde los laboratorios de ciencia básica hasta la química de la vida, pasando por la química industrial.

Por la vasta cantidad y variedad de sustancias que son solubles en agua, esta se denomina a veces **disolvente universal**.

Imagen nº 5: Disolución acuosa: Agua y sal.
Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Disoluci%C3%B3n
Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público

2) <u>ALEACIONES</u>

Una aleación es una mezcla homogénea de dos metales, o de un metal y otra sustancia (disoluciones sólidas). Por ejemplo: ACERO = Hierro (Fe) + Carbono (C), BRONCE = Cobre (Cu) + Estaño (Sn), LATÓN =Cobre (Cu) + Cinc (Zn).

El producto que se obtiene tiene propiedades diferentes, por ejemplo, el acero es más duro que el hierro.

Imagen nº 6: Puente fabricado con acero.
Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Acero
Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público

3) COLOIDES

Hemos estudiado en apartados anteriores la diferencia entre una mezcla homogénea de una mezcla heterogénea, pero no siempre es fácil distinguir una **mezcla homogénea (disolución) de otra heterogénea**. El agua del mar y el agua con azúcar son ejemplos típicos de disoluciones.

¿Dirías lo mismo de la salsa mayonesa, el Ketchup o la gelatina? A simple vista parecen mezclas homogéneas, pero no lo son; son mezclas heterogéneas denominadas **coloides**. Un **Coloide es una mezcla heterogénea que dispersa la luz (efecto Tyndall). Por ejemplo:** salsa de tomate, puré de verduras, gel de baño, gelatina, la niebla… Las disoluciones son mezclas homogéneas y no dispersan la luz.

Los coloides son mezclas heterogéneas en las que hay un componente en mayor proporción en el que se encuentra disperso otro u otros que están en menor proporción. Los distintos coloides se diferencian en el tamaño de las partículas que están dispersas.

Un caso particular de coloide, muy usual en la vida cotidiana, son las emulsiones. En una **emulsión las partículas que están en menor proporción** se mantienen dispersas gracias a una tercera sustancia llamada **emulsionante. Un ejemplo es la mayonesa que se hace con huevo, aceite y** sal y jugo de limón. Las partículas de agua de la mezcla se mantienen dispersas en el aceite gracias a la lecitina, una sustancia que está presente en la yema del huevo y que actúa como emulsionante (su molécula se une, por una parte, a la grasa y por otra, al agua); si no estuviese la lecitina, el agua y el aceite terminarían por separarse (como ocurre en el aliño de la ensalada).

Imagen nº 7: Gel de ducha. Ejemplo de Coloide.
Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Gel
Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público

La sangre. La sangre es un caso particular. Está compuesta por una mezcla heterogénea (células) y una mezcla homogénea (plasma). Tiene en dispersión muchas células, como los glóbulos rojos y los blancos. En el plasma están disueltas sales, gases ($O2$ y $CO2$) y otras sustancias orgánicas como azucares. La composición de la sangre de un individuo sano se mantiene casi constante; cuando cambia, es síntoma de que se ha producido una enfermedad.

2.4) SUSTANCIAS PURAS

Sustancia pura es aquella materia cuya composición no cambia cualesquiera que sean las condiciones físicas en las que se encuentre. Por ejemplo, el agua es una sustancia pura ya que su composición es siempre la misma en estado sólido, líquido o gas.

Una sustancia pura no se puede descomponer en otras sustancias más sencillas utilizando solamente procedimientos físicos.

Una sustancia pura puede descomponerse en otras sustancias más simples utilizando procedimientos químicos. Por ejemplo, el agua puede descomponerse, mediante una corriente eléctrica (electrolisis del agua), en hidrógeno y oxígeno, dos nuevas sustancias cuya composición y propiedades son distintas a las del agua, pero no hay ningún procedimiento que nos permita descomponer el hidrógeno y el oxígeno en otras sustancias más simples.

Así, dentro de las sustancias puras distinguimos dos tipos:

- COMPUESTOS: Son sustancias puras que se pueden descomponer en otras más simples por medio de un proceso químico.
- ELEMENTOS: Son sustancias puras que no se pueden descomponer en otras más simples por ningún procedimiento.

Imagen nº 8: Hierro puro refinado electrolíticamente
Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Hierro
Autor: Desconocido.Licencia: Dominio público

3) MÉTODOS DE SEPARACIÓN DE MEZCLAS Y DISOLUCIONES

Puesto que en la naturaleza los cuerpos y sistemas materiales son heterogéneos, antes de poder ser empleados por la ciencia y la tecnología se necesita obtener las sustancias que lo integran. Es preciso separar los componentes de las mezclas naturales.

Separar una mezcla en sus componentes puede ser fácil o difícil dependiendo de las sustancias a separar y, de ellas, cuál es la que deseamos obtener.

Existen varios métodos para separar los componentes de una mezcla. Los más empleados son:

- **MÉTODOS MECÁNICOS**
  - **Cribado o tamizado:** Si la mezcla está formada por dos materiales sólidos de distinto tamaño, ambos se pueden separar mediante una criba o tamiz.
  - **Decantación:** Para separar dos líquidos que no se mezclan, como el agua o el aceite o un sólido que no se disuelve en un líquido. Se deja reposar el sistema y los líquidos se colocan en capas que después se separan dejando caer una de ellas. Si lo que se obtiene es un sólido, tras separarlo es necesario dejarlo secar.
  - **Filtración:** Se emplea para separar un sólido que esté suspendido en agua. Es similar al cribado pero se emplean tamices, llamados filtros, mucho más finos (similares a los filtros empleados en algunas cafeteras).
  - **Separación magnética,** para separar sustancias sólidas magnéticas (hierro, níquel, cobalto…).
  - **La Centrifugación** es un método por el que se pueden separar sólidos de líquidos de diferente densidad mediante una centrifugadora, la cual imprime a la mezcla un movimiento rotatorio con una fuerza mayor que la de la gravedad provocando la sedimentación de los sólidos o de las partículas de mayor densidad. Resulta muy útil para la separación de moléculas.

Imagen nº 9: Tamiz. Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público
Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Decantaci%C3%B3n

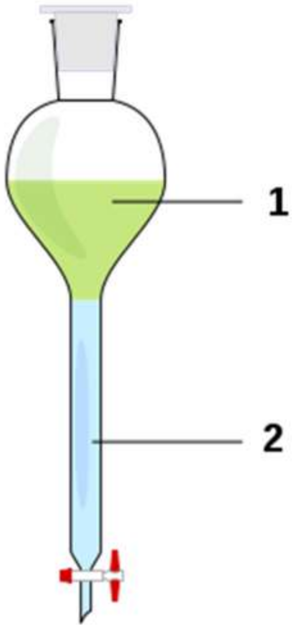


Imagen nº 10: Embudo de decantación
Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Decantaci%C3%B3n
Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público

Otros métodos

- **Desecación o secado:** Cuando uno de los componentes de la mezcla es agua, para eliminarla, la mezcla se seca. Puede hacerse calentando la mezcla, pero también puede hacerse exponiéndola al Sol.
- **Flotación:** Si de los componentes de la mezcla uno flota en el agua u otro líquido y los demás no, al echar la mezcla en el líquido, los componentes se separarán.
- La separación de las sustancias que forman una disolución es más difícil que las que forman una mezcla heterogénea y también existen varios métodos para hacerlo, pero los más comunes, tanto en la industria como en el laboratorio son:
- **Cromatografía:** La cromatografía más simple se denomina cromatografía en papel. En una tira de papel, similar al que se emplea para hacer filtros, se colocan unas gotas de la disolución que se desea separar. Después se sumerge un extremo del papel en una mezcla de agua con acetona u otra sustancia similar, procurando que el líquido no moje la mancha de disolución y que el papel quede en vertical. La mezcla subirá por el papel y arrastrará la mancha de la disolución, pero cada componente de la disolución será arrastrado de forma distinta, dependiendo de su afinidad con la mezcla que lo arrastra y el papel. De esta forma en el papel se formarán bandas de color a distintas alturas, una por cada componente de la disolución.
- **Destilación:** La destilación es un método que permite separar las sustancias presentes en una disolución. Consiste en calentar la disolución hasta que hierva, recogiendo los vapores desprendidos. Existen varios tipos de destilaciones. El más sencillo es la destilación simple. La disolución se calienta hasta hervir y los vapores se enfrían y se recogen inmediatamente. Con este método no se separan completamente las sustancias que constituyen la disolución pero es fácil y cómodo de realizar. Se emplea para obtener agua destilada (que se usa para el planchado de ropa en las nuevas planchas a vapor y en las baterías de los coches).
- **Cristalización**, para separar un sólido disuelto en un líquido como en las salinas marinas.

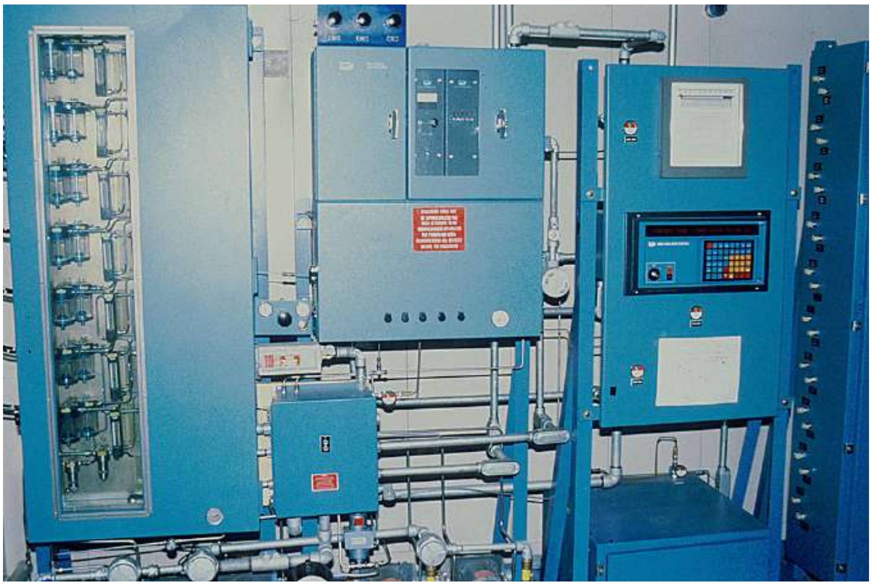


Imagen nº 11: Cromatógrafo de gases. Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público
Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Destilaci%C3%B3n

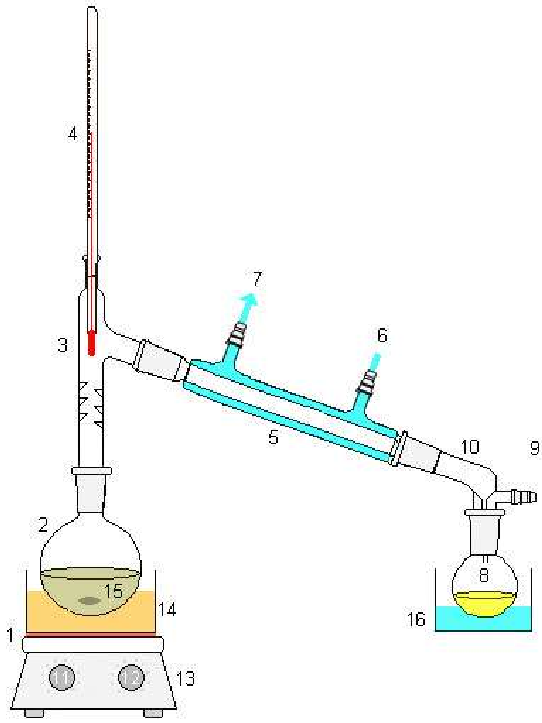


Imagen nº 12 Destilador. Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público
Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Destilaci%C3%B3n

Ejercicio 10

¿Cómo separaríamos una mezcla de agua y arena?

Ejercicio 11

Por error, hemos añadido agua a la vinajera del aceite. ¿Qué tipo de mezcla se forma? ¿Qué procedimiento se puede usar para separarlos?

Ejercicio 12

Tenemos una mezcla en la que un precipitado sólido muy fino se encuentra en suspensión en el seno de un líquido. Hemos intentado separarlo con un filtro y no hemos podido. ¿Por qué? ¿Qué podría hacerse?

Ejercicio 13

De los siguientes métodos de separación, ¿cuál no es propio de las mezclas heterogéneas?

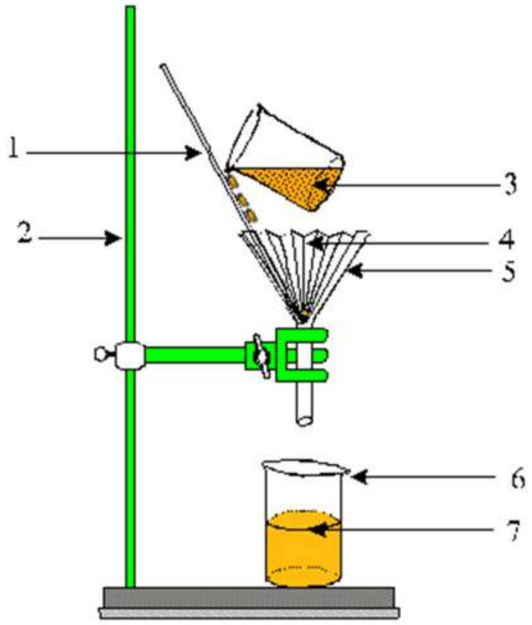
	a) **evaporación**
	b) **decantación**
	c) **centrifugación**
	d) **filtración**

Ejercicio 14

En una botella de agua pone: Residuo seco: 105 mg/l ¿Qué crees que significa? ¿A qué técnica de separación se refiere?

Ejercicio 15

Explica el gráfico siguiente.



4) ESTADOS DE AGREGACIÓN

Los sistemas materiales pueden ser homogéneos o heterogéneos, estar formados por una única sustancia o por varias, tener una única clase de átomos o varias. Pero también se pueden manifestar de varias formas, en lo que se llaman estados de agregación.

Los estados de agregación son las distintas formas en que se puede presentar la materia.

El estado sólido se caracteriza por tener una forma y un volumen fijos que no puede ser cambiado. Son incompresibles, ya que por mucha fuerza que ejerzamos sobre ellos su volumen no disminuirá.

Los átomos y moléculas que forman los sólidos están ordenadas en el espacio, formando lo que se llama estructura cristalina. Esa estructura cristalina se manifiesta en el sólido haciendo que éste tenga una forma geométrica. Así, por ejemplo, los granos de sal son pequeños cubos y los minerales tienen formas regulares. Pero la mayoría de las veces esta forma geométrica es tan pequeña que se precisa el empleo de un microscopio para poder verla.

Esto no significa que las moléculas y átomos que forman los sólidos estén en reposo. Debido a la temperatura, se están moviendo continuamente (como todos los átomos y moléculas). Pero los átomos están enlazados por unas fuerzas que impiden que se muevan libremente y sólo pueden vibrar, pero sin separarse demasiado de su posición, como si estuvieran unidas mediante un muelle que se encoje y expande continuamente.

Un líquido, como un sólido, es incompresible, de forma que su volumen no cambia. Pero al contrario que el sólido, el líquido no tiene una forma fija, sino que se adapta al recipiente que lo contiene, manteniendo siempre una superficie superior horizontal.

En el líquido, los átomos y moléculas no están unidos tan fuertemente como en el sólido. Por eso tienen más libertad de movimiento y, en lugar de vibrar en un sitio fijo, se pueden desplazar y moverse, pero siempre se desplazan y mueven una molécula junto a otra, sin separarse demasiado. Es como si estuvieran bailando, de forma que se pueden mover, pero siempre cerca una de otra.

En la superficie del líquido, las moléculas que lo forman se escapan al aire, el líquido se evapora. Si el recipiente que contiene el líquido está cerrado, las moléculas que se han evaporado pueden volver al líquido, y se establece así un equilibrio, de forma que el líquido no se pierde.

Si el recipiente está abierto, las moléculas que escapan del líquido al aire son arrastradas por éste y no retornan al líquido, así que la masa líquida acaba por desaparecer. Es por esto que las ropas se secan y más rápidamente cuanto más viento haya, ya que el viento ayuda a arrastrar las moléculas que se han evaporado.

La ebullición, el que un líquido hierva, es distinta de la evaporación. Mientras que la evaporación sólo afecta a la superficie del líquido, la ebullición afecta a todo el líquido, en todo el líquido aparecen burbujas de gas que escapan de forma tumultuosa.

Si los sólidos tienen una forma y un volumen fijos y los líquidos un volumen fijo y una forma variable, los gases no tienen ni una forma fija ni un volumen fijo. Se adaptan al recipiente que los contiene y, además, lo ocupan completamente. Si el recipiente que ocupa el gas es flexible o tiene una parte móvil, resulta fácil modificar su forma y su volumen, alterando la forma y volumen del gas que hay en su interior.

En un gas, las moléculas no están unidas de ninguna forma. Si en el sólido sólo podían vibrar, permaneciendo fijas en un sitio determinado, y en el líquido podían moverse pero sin separarse unas de otras, en el gas las moléculas se mueven y desplazan libremente. El gas está formado por moléculas con mucho espacio vacío entre ellas, espacio vacío por el que se mueven con absoluta libertad. Por eso su volumen no es fijo y se pueden comprimir y dilatar.

Comprimir simplemente disminuye el espacio vacío en el que se mueven las moléculas del gas, y dilatarlo es aumentar ese espacio vacío.

LOS ESTADOS DE AGREGACIÓN

SÓLIDO	LÍQUIDO	GAS
Volumen fijo.	Volumen fijo.	Volumen del recipiente.
Forma propia.	Forma del recipiente que lo contiene.	Sin forma definida.
No fluyen.	Fluyen libremente.	Fluyen libremente.
No se pueden comprimir.	No se pueden comprimir.	Se comprime fácilmente

Los estados de agregación no son fijos e inmutables. Dependen de la temperatura.

Si sacamos hielo del congelador, estará a -10 ó -20ºC. Empieza a calentarse, pero seguirá siendo hielo. Cuando la temperatura alcance los 0 ºC empezará a fundirse, ya que 0 ºC es la temperatura de fusión del hielo, es el punto de fusión. Tendremos entonces hielo y agua a 0 ºC. Mientras haya hielo y agua, la temperatura será de 0 ºC, por mucho que lo calentemos, porque mientras se produce el cambio de estado la temperatura permanece fija.

Una vez que se ha fundido todo el hielo, el agua, que estaba a 0 ºC empezará a subir de temperatura otra vez y cuando llegue a 100 ºC empezará a hervir, ya que 100 ºC es la temperatura de ebullición del agua, es su punto de ebullición. Puesto que se está produciendo un cambio de estado, la temperatura no variará y mientras el agua hierva, permanecerá constante a 100ºC. Cuando todo el agua haya hervido y sólo tengamos vapor de agua, volverá a subir la temperatura por encima de los 100 ºC.

Lo mismo ocurrirá a la inversa. Si enfriamos el vapor de agua, cuando su temperatura alcance los 100 ºC empezará a formar agua líquida y su temperatura no cambiará. Cuando todo el vapor se haya convertido en agua, volverá a bajar la temperatura hasta llegar a 0 ºC, a la que empezará a aparecer hielo y que quedará fija. Cuando todo el agua se haya convertido en hielo, volverá a bajar la temperatura.

Es decir, mientras se produce un cambio de estado la temperatura permanece fija y constante, siendo la misma tanto cuando enfriamos como cuando calentamos, aunque cada sustancia cambiará de estado a una temperatura propia.

La mayoría de las sustancias, el agua entre ellas, al calentarse funden del estado sólido al líquido y ebullen del estado líquido al gaseoso. Al enfriarse, por contra, condensan del estado gaseoso al líquido y solidifican del estado líquido al sólido. Algunas sustancias, como el hielo seco pasan directamente del estado sólido al gaseoso, subliman. Y al enfriar el gas condensan directamente al estado sólido, pero siempre permanece fija la temperatura a la que cambian de estado.

El paso de un estado a otro recibe un nombre específico, que puedes ver a continuación:

Imagen nº 13: Cambios de estado
Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Estado_de_agregaci%C3%B3n_de_la_materia
Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público

CALORES LATENTES DE CAMBIOS DE ESTADO

El calor necesario para provocar el cambio de estado completo de una unidad de masa de la sustancia dada se denomina calor latente. Para cada proceso de cambio de estado existe un calor latente distinto (por ejemplo, calor latente de fusión, de vaporización, de condensación, etc).

Así, el calor latente de fusión es la cantidad de calor necesaria para fundir completamente una masa m de un sólido, y se expresa como:

$$L_F = \frac{Q}{m}$$

Los calores latentes de vaporización, condensación, sublimación, etc., se definen de forma análoga a la anterior. Todos los calores latentes son parámetros característicos de cada sustancia, y su valor depende de la presión a la que se produzca el cambio de estado para la misma.

Conociendo estos calores latentes, podemos saber la cantidad de calor necesario para llevar a fusión o a ebullición alguna sustancia en concreto.

Ejemplo 1: ¿Qué cantidad de calor será preciso para fundir una pieza de 300 g de hierro? 300 g = 0’3 kg. Lf= 293.103 J/kg (según tabla de calores latentes)

Q = Lf . m; Q = 293.103 . 0’3 = 87’9.103 J

5) MATERIAS PRIMAS Y MATERIALES DE USO TÉCNICO

A) MATERIAS PRIMAS

Se conoce como materias primas a los materiales extraídos de la naturaleza que nos sirven para construir los bienes de consumo. Se clasifican según su origen: vegetal, animal, y mineral. Ejemplos de materias primas son la madera, el hierro, el granito, etc.

Las materias primas que ya han sido manufacturadas pero todavía no constituyen definitivamente un bien de consumo se denominan productos semielaborados o semiacabados.

Clasificación de materias primas:

- De origen vegetal: madera, lino, algodón, corcho...

Imagen nº 14. Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público
Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Madera

- De origen animal: pieles, lana

Imagen nº 15: Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público
Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Lana

- De origen mineral: carbón, hierro, oro, cobre, mármol

Imagen nº 16. Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Mineral
Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público

B) <u>MATERIALES DE USO TÉCNICO</u>

Los materiales son las materias preparadas y disponibles para elaborar directamente cualquier producto. Estos materiales se obtienen mediante la transformación físico-química de las materias primas. Se puede decir que los materiales no están disponibles en la naturaleza tal cual como los conocemos nosotros, sino que antes de usarlos han sufrido una transformación.

Los objetos están fabricados por una gran variedad de materiales, que se pueden clasificar siguiendo diferentes criterios como por ejemplo, su origen, sus propiedades...

Teniendo en cuenta estos criterios podemos clasificar los materiales en:

<u>Según su origen</u>:

- Materiales naturales: aquellos que se encuentran en la naturaleza, como el algodón, la madera, el cobre,...
- Materiales sintéticos: son aquellos creados por personas a partir de los materiales naturales: el hormigón, el vidrio, el papel, los plásticos...

<u>Según sus propiedades</u>:

Podemos agrupar estos materiales en una serie de grupos: Maderas, Metales, Plásticos, Pétreos, Cerámicos y vidrio o Materiales textiles.

Imagen nº 17. Materiales de uso técnico. Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Material
Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público

PROPIEDADES DE LOS MATERIALES:

Se pueden clasificar en los siguientes grupos:

- **PROPIEDADES FÍSICAS:**
  1) **Extensión:** Capacidad para ocupar un espacio tridimensional y adquirir volumen.
  2) **Densidad:** Relación entre la masa del material y el volumen que ocupa. Su fórmula es d=m/v donde la m (masa) se da en kg y v (volumen) en metros cúbicos.
  3) **Volumen específico:** es la inversa a la densidad. Su fórmula es Volumen específico=V/m^3.
  4) **Resistividad:** Resistencia de un material al paso de la corriente eléctrica. Se mide en ohmios.
  5) **Conductividad:** Es la capacidad que tienen los materiales a permitir el paso de la corriente eléctrica. Es la inversa a la resistividad.
  6) **Calor específico:** Cantidad de calor necesario para elevar 1ºC la temperatura de 1 Kg. de material.
  7) **Color:** Propiedad que caracteriza a los materiales y permite su rápido reconocimiento.
  8) **Conductividad térmica:** Capacidad de los materiales para transmitir calor.
  9) **Dilatación:** Índice del aumento de volumen de un cuerpo como consecuencia del aumento de temperatura.
  10) **Porosidad:** Porcentaje de poros en un material. Es una relación, generalmente expresada en porcentaje, del volumen de huecos respecto al volumen total de material, incluyendo los huecos.
  11) **Temperatura de fusión:** Temperatura a la cual se produce la transformación del estado del material (de sólido a líquido).

- **PROPIEDADES MECÁNICAS:**
  1) **Cohesión:** Resistencia que ponen las moléculas de un material a ser separadas. Depende de la fuerza intermolecular.
  2) **Dureza:** Resistencia que pone un material a ser penetrado o rayado por otro material.
  3) **Elasticidad:** Es la capacidad de un cuerpo a ser deformado y recobrar la fuerza inicial, cuando se supera el límite de elasticidad se producen deformaciones permanentes.
  4) **Plasticidad:** Es la capacidad que tienen los materiales a adquirir una deformación permanente, cuando superamos el límite de plasticidad se produce la rotura.
  5) **Ductilidad:** Es la capacidad que tienen los materiales a extenderse formando hilos cuando se someten a tracción.
  6) **Maleabilidad:** Es la capacidad que tienen los materiales a extenderse en forma de plancha cuando los sometemos a compresión.
  7) **Tenacidad:** Es la capacidad que tienen algunos materiales a soportar golpes sin romperse ni deformarse.

8) **Fragilidad:** Es lo contrario a la tenacidad, es la capacidad que tienen los materiales a romperse cuando se golpean.

9) **Flexibilidad:** Es la capacidad que tiene un material para doblarse sin llegar a romperse.

10) **Fatiga:** Es la resistencia a la rotura por un esfuerzo repetitivo de sentido variable.

11) **Resilencia:** Es la capacidad de un material a absorber energía en la zona elástica al someterlo a esfuerzo de rotura. Es el resultado de un ensayo destructivo.

12) **Maquinabilidad:** Es la facilidad que ofrecen los materiales a ser mecanizados (realizar objetos con máquinas o herramientas).

- **PROPIEDADES QUÍMICAS:**

1) **Oxidación:** Es una reacción química en la cual el elemento que se oxida cede electrones al elemento oxidante.

2) **Corrosión:** Es la destrucción lenta y progresiva de un material producida por el oxígeno del aire cuando aparece combinado con la humedad. Hay varios tipos de corrosión:
    - Corrosión uniforme: Es igual en toda la superficie del metal, disminuye el espesor y decrece la resistencia mecánica.
    - Corrosión localizada: Produce picaduras, hoyos y surcos en la superficie del metal, disminuye la capacidad de deformación.
    - Corrosión intergranular: Se localiza en la unión de los granos y provoca la pérdida de cohesión entre ellos.

- **PROPIEDADES ECOLÓGICAS:**

- Reciclables.
- Renovables.
- Tóxicos.
- Biodegradables.

Ejercicios resueltos

Ejercicio 1

Localiza la afirmación correcta:

X	a) Los sistemas heterogéneos reciben el nombre de mezclas heterogéneas
	b) Los sistemas homogéneos reciben el nombre de disoluciones
	c) Todos los sistemas homogéneos son sustancias puras
	d) Todas las disoluciones son sistemas heterogéneos

Ejercicio 2

Localiza la afirmación correcta:

	a) Los sistemas materiales son de dos tipos: puros y compuestos
X	b) Los sistemas homogéneos tienen la misma composición en todos sus puntos
	c) Los sistemas heterogéneos tienen distinta composición pero iguales propiedades en todos sus puntos
	d) Los sistemas heterogéneos presentan discontinuidades a simple vista

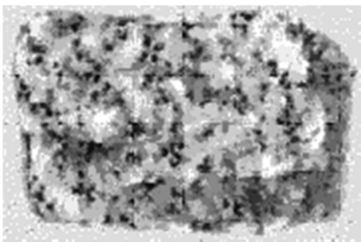
Ejercicio 3

Clasifica las siguientes sustancias en homogéneas y en heterogéneas:

	GRANITO	COBRE	HORMIGÓN	ÁCIDO SULFÚRICO	AIRE	GASOLINA
HOMOGÉNEAS		X		X	X	X
HETEROGÉNEAS	X		X			

Ejercicio 4

Define sistemas homogéneos y heterogéneos y explica a cuál corresponde el dibujo.



Sistemas homogéneos son los que tienen la misma composición y propiedades en cualquier porción de los mismos. En caso contrario se llaman heterogéneos.

El sistema de la fotografía es un sistema heterogéneo, ya que a simple vista se ven sus distintos componentes, de modo que según qué fragmento de la piedra cojamos, las propiedades cambian. En este caso se trata de granito, una piedra constituida por cuarzo, feldespato y mica.

Ejercicio 5

Lee el párrafo que aparece abajo y completa las palabras que faltan.

Los sistemas materiales se pueden clasificar en **HOMOGÉNEOS** y **HETEROGÉNEOS**. Los sistemas **HETEROGÉNEOS** a veces reciben sin más el nombre de mezclas. Un ejemplo de **SISTEMA HETEROGÉNEO** es el turrón

Ejercicio 6

Si en una disolución, disolvemos 0'5 Kg de soluto en 2 litros de disolvente, ¿Cuál será su concentración?

0'5 kg = 500 g. C = 500/2 = 250 g/l

C = 250 g/l :10 = 25 %

Ejercicio 7

Un suero glucosado tiene una concentración de 50 g/L.

a) **¿Cuánta glucosa hay en 200 mL de suero?**
b) **¿Y en 5 L?**
c) **Si una persona necesita 80 g de glucosa, ¿qué cantidad de suero se la debe suministrar?**

a) 200ml de suero son 0,2 litros de suero.

C(g/l)= m(soluto)/V(disolución); 50 . 0,2 =10 g de glucosa.

b) En cinco litros habrá: 50 . 5 = 250 g de glucosa

c) Nos pregunta, la cantidad de suero, es decir, el volumen en litros, que necesita esa persona para tener sus 80 g de glucosa necesarios.

V(l)= 80 g / 50g/l= 1,6 l

Ejercicio 8

Una disolución contiene 40 g de azúcar en 200 cm3 de disolución. ¿Cuál es la concentración en g/L? y ¿cuál es su concentración en tanto por ciento?

En primer lugar debemos modificar las unidades en que nos dan el volumen, 200 cm^3, se corresponden con 0,2 litros de disolución. Ahora ya podemos calcular la concentración de la disolución en gramos por litro:

C= 40 g/0,2l= 200g/l

Para calcular la concentración en tanto por ciento, debíamos dividir la concentración en g/l entre 10,

C= 20%

Una concentración de 200 g/l es igual a una concentración del 20%.

Ejercicio 9

Una disolución contiene 3 g de azúcar en 500 ml de disolución. ¿Cuál es la concentración en g/L? y ¿cuál es su concentración en tanto por ciento?

Los 500 ml de disolución se corresponden con 0,5 l, entonces la concentración en gramos por litro:

C= m(g)/ V(l)= 3 g /0,5 l = 6 g/l;

Para calcular la concentración en tanto por ciento, debíamos dividir la concentración en g/l entre 10,

C= 6/10= 0,6 %

Una concentración de 6 g/l es igual a una concentración del 0,6%.

Ejercicio 10

¿Cómo separaríamos una mezcla de agua y arena?

Como la arena no se disuelve en el agua, en la mezcla se ven claramente ambas sustancias. Usando los métodos físicos que conocemos para separar mezclas, podríamos llevar a cabo la separación por filtración. Consiste en separar la arena insoluble en el agua, haciendo pasar la mezcla a través de los poros de un filtro colocado en el embudo. El agua pasa por los poros del filtro y la arena queda retenida en el filtro.

Ejercicio 11

Por error, hemos añadido agua a la vinajera del aceite. ¿Qué tipo de mezcla se forma? ¿Qué procedimiento se puede usar para separarlos?

El agua y el aceite son dos líquidos inmiscibles, por lo que forman una mezcla heterogénea claramente separada en dos fases. Incluso si agitamos aparecerán bolsas de aceite, más o menos esféricas, nítidamente separadas del agua. La forma más fácil de separarlas, aunque no la única, aprovecharía su diferencia de densidad.

El agua tiene una densidad de 1 g/cm3 y el aceite de 0,9 g/cm3 aproximadamente. Si disponemos un embudo de decantación como el de la figura, el aceite, menos denso, sobrenadará.

Abriendo la llave irá saliendo el agua; cuando se aproxima el aceite cerramos la llave. Seguidamente cogemos otro recipiente en el que desechamos la pequeña cantidad en que termina de salir el agua y empieza a salir el aceite. A continuación, ya sólo queda aceite.

Ejercicio 12

Tenemos una mezcla en la que un precipitado sólido muy fino se encuentra en suspensión en el seno de un líquido. Hemos intentado separarlo con un filtro y no hemos podido. ¿Por qué? ¿Qué podría hacerse?

La razón, probablemente, es que el tamaño del poro del papel de filtro empleado era demasiado grande en comparación con el de las partículas que debía retener. La alternativa sería introducir la mezcla en una centrífuga, que aleja las partículas sólidas al fondo del tubo, y después retirar el líquido por decantación.

Ejercicio 13

De los siguientes métodos de separación, ¿cuál no es propio de las mezclas heterogéneas?

X	a) **evaporación**
	b) **decantación**
	c) **centrifugación**
	d) **filtración**

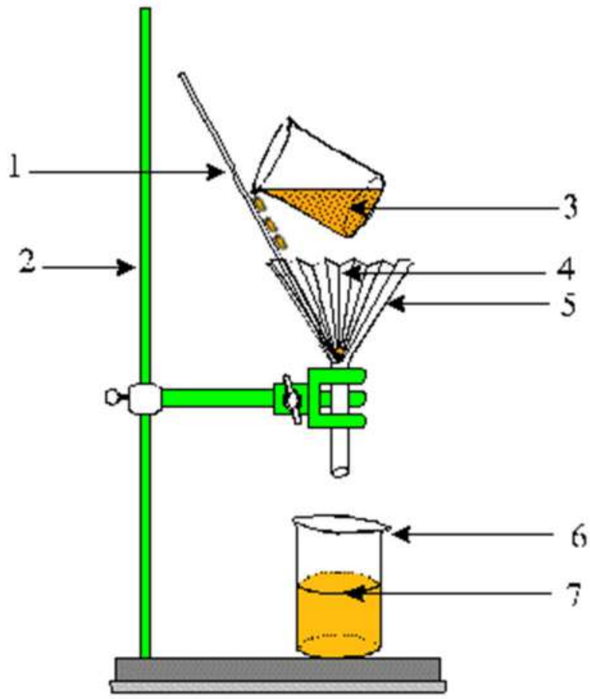
Ejercicio 14

En una botella de agua pone: Residuo seco: 105 mg/l ¿Qué crees que significa? ¿A qué técnica de separación se refiere?

El residuo seco es el resto que queda cuando evaporamos por completo el agua de esa botella. Por tanto, la técnica de separación es la evaporación hirviendo directamente.

Ejercicio 15

Explica el gráfico siguiente.



1.- varilla de vidrio
2.- soporte universal
3.- mezcla heterogénea (arena, agua)
4.- papel de filtro
5.- embudo
6.- vaso de precipitado
7.- agua.

Las propias indicaciones del dibujo explican su funcionamiento: disponemos una mezcla que se calienta a una temperatura controlada (el termómetro es indispensable para mantener la temperatura del matraz de destilación en un punto) con lo cual se evapora uno de los componentes: asciende y pasa por el tubo refrigerante enfriado por agua que entra y sale en dirección contraria del vapor. Éste se condensa al bajar la temperatura y el condensado gotea y se recoge sobre el vaso.

Bloque 6. Tema 8.

Las Fuerzas y sus efectos

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

¿Por qué si golpeamos un balón se mueve?; ¿Qué ocurre si lanzamos una moneda al aire?; ¿Por qué es más fácil mover un armario con una carretilla que arrastrarlo?; ¿Cuál es la razón para que al apretar un trozo de plastilina cambie de forma?;

¿Te has hecho alguna vez estas preguntas?

Comprender lo que es una fuerza nos permitirá contestarlas, pues comprender qué es una fuerza conlleva saber por qué se mueven las cosas, aunque las fuerzas también pueden provocar otros efectos. Intuitivamente habrás experimentado muchos de sus efectos en tu vida diaria, pues cubren todo un abanico de intensidades que van desde un terremoto hasta un parpadeo.

Por último hablaremos de las principales fuerzas presentes en la naturaleza, las cuales experimentamos de forma continua a lo largo de nuestra vida sin que nos demos cuenta, pero cuyo conocimiento es necesario para entender muchas de las situaciones cotidianas de nuestro día a día. Estas fuerzas son la fuerza gravitatoria, la fuerza de rozamiento y la fuerza eléctrica, cuya importancia en la sociedad del siglo XXI merece de un apartado propio.

Ejercicio 1

En unas rebajas, dos personas intentan arrebatarse mutuamente un jersey que ambas sujetan, ¿Cuál de las dos logrará su objetivo?

	a) La que tenga más edad
	b) La que tenga peor carácter
	c) La que tire con más fuerza

1) CONCEPTO DE FUERZA

Para la Física, la fuerza es **cualquier acción, esfuerzo o influencia** que puede **alterar el estado de movimiento o de reposo de cualquier cuerpo**. La unidad de medida de las fuerzas en el Sistema internacional es el **Newton,** que se representa mediante una **N.**

El primer físico en describir el concepto de fuerza fue **Arquímedes**, aunque sólo lo hizo en términos estáticos (deformación). **Galileo Galilei** le otorgó la definición dinámica (movimiento), mientras que **Isaac Newton** fue quien formuló la definición moderna de fuerza de forma matemática.

Según esta definición matemática que hace la física, la fuerza es el resultado de multiplicar la masa un cuerpo por su aceleración:

$$\text{Fuerza} = \text{masa} \cdot \text{aceleración}$$

$$\mathbf{F = m \cdot a}$$

Isaac Newton: Padre de la Física

Isaac Newton (Woolsthorpe, Lincolnshire, 1642 - Londres, 1727) fue un prolífico científico inglés que destacó en Matemáticas, Filosofía, Teología, pero sobre todo en Física.

Se le considera el fundador de la física clásica, que mantendría plena vigencia hasta los tiempos de Einstein, y su obra representa la culminación de la revolución científica iniciada un siglo antes por Copérnico.

Pero su lugar en la historia de la ciencia se lo debe sobre todo a su refundación de la mecánica, pues formuló rigurosamente las tres leyes fundamentales del movimiento, hoy llamadas **Leyes de Newton**:

1) **La primera ley o ley de la inercia:** Todo cuerpo permanece en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme si no actúa sobre él ninguna fuerza.
2) **La segunda o principio fundamental de la dinámica:** La aceleración que experimenta un cuerpo es igual a la fuerza ejercida sobre él dividida por su masa.
3) **La tercera o ley de acción y reacción:** Explica que por cada fuerza o acción ejercida sobre un cuerpo existe una reacción igual de sentido contrario.

De estas tres leyes dedujo una cuarta: **la ley de la gravedad o ley de gravitación universal**, que según la leyenda le fue sugerida por la observación de la caída de una manzana del árbol y que explicaba con total exactitud las órbitas de los planetas, logrando así la unificación de la mecánica terrestre y celeste.

Ejercicios resueltos

Ejemplo 1

Sobre un cuerpo de 15 Kg de masa actúa una fuerza de 7N, ¿cuál es la aceleración producida?

Acudiendo a la fórmula **F = m · a** y despejando de ella la aceleración queda: F / m = a, por lo tanto aplicándolo a este problema tendremos:

$$a = \frac{7}{15} = 0{,}46 m/segundo$$

Ejemplo 2

Una fuerza de 120 N produce una aceleración de 2 m/s^2. Calcula la masa del cuerpo sobre la que ha actuado la fuerza.

Volviendo a aplicar la formula **F = m · a** y despejando en el caso de la masa, F / a = m

$$m = \frac{120}{2} = 60$$

Ejemplo 3

Sobre un cuerpo de 100 gramos de masa se ejerce una fuerza de 0,5 N. Calcula su aceleración.

Puesto que tenemos que trabajar con unidades del Sistema Internacional, antes de iniciar ninguna operación, deberemos transformar los gramos en kilogramos, es decir.

100 gramos = 0,1 Kg

Después usando la fórmula del segundo principio de Newton, y despejando la aceleración:

$$\frac{0{,}5}{0{,}1} = 5 \text{ m/s}^2$$

1.1) EFECTOS DE LAS FUERZAS

La **Dinámica** es la parte de la Física que se encarga de estudiar las causas que provocan los movimientos y las deformaciones de los cuerpos, es decir, las fuerzas y sus efectos.

El efecto que produzca una fuerza sobre un cuerpo puede ser:

- Modificación en el estado del **movimiento** del cuerpo: una pelota viene rodando en una dirección y alguien la golpea en sentido contrario.
- Modificación en su **velocidad:** alguien empuja una hamaca hacia atrás para que al lanzarla aumente su velocidad.
- Modificación en la **forma** del cuerpo: la masa de pizza al ser amasada cambia su forma.

Cuando las fuerzas provocan cambios en el movimiento o la velocidad de los cuerpos hablamos del efecto dinámico de las fuerzas. Del estudio del movimiento de los cuerpos se encarga una parte de la Física que llamamos Cinemática y para ello debemos de conocer las magnitudes que lo definen como son el espacio, el tiempo, la velocidad y la aceleración.

Cuando lo que provocan es un cambio en su forma hablamos de los efectos estáticos de las fuerzas.

Para saber más

Una **Magnitud Física** es todo aquello que se puede medir como el tiempo, la masa, la distancia, etc. Por el contrario hay otras cosas que no podemos medirlas tales que el color, el olor, etc.

Por lo tanto, todo aquello que se puede medir es una magnitud física y las podemos clasificar en dos tipos:

- **Magnitudes Fundamentales:** Son aquellas magnitudes que se definen por sí mismas como la masa, la distancia, el tiempo, etc.
- **Magnitudes Derivadas:** Son aquellas magnitudes que se definen a partir de las magnitudes fundamentales, es decir necesitan de otras magnitudes para poder conocer su valor como la velocidad, densidad, aceleración, etc.

Llamamos **Unidad de medida o unidad** a una cantidad que se elige para comparar con ella cualquier cantidad de la misma magnitud, es decir, es en lo que se expresa la magnitud. Todas las magnitudes físicas tienen muchas unidades con las cuales se pueden expresar. Aquella unidad que se ha cogido como más representativa, se le llama unidad fundamental y debe de ser fija, constante, no puede variar con el tiempo.

Las principales magnitudes que utilizaremos y sus unidades más habituales son:

Magnitudes	Unidad Fundamental	Símbolo	Unidades derivadas
Longitud	Metro	m	Kilómetro, centímetro,...
Tiempo	Segundo	s	hora, día, año,...
Velocidad	Metro por segundo	m/s	Kilómetros por hora,...
Masa	kilogramo	kg	gramo, tonelada, etc
Aceleración	metros por segundo cuadrado	m/s^2	

Ejercicio 2

De las siguientes magnitudes, indica cuales son fundamentales y cuales son derivadas:

Masa	**Fuerza**	**Volumen**	**Longitud**
Densidad	**Intensidad de corriente**	**Tiempo**	**Presión**
Temperatura	**Velocidad**	**Aceleración**	

1.2) VELOCIDAD Y ACELERACIÓN

Curiosidad

Una persona que está sentada en un tren que circula por las vías, ¿está en movimiento o no? Todo depende que punto cojamos como referencia:

Si yo soy un viajero que está sentado junto a él en el tren, esa persona no está en movimiento, ya que no cambia de posición con respecto al punto de referencia que soy yo; siempre está a la misma distancia de mí.

En cambio, si estoy situado en un banco de la estación cuando pasa el tren, sí está en movimiento, ya que cambia de posición; no estamos siempre a la misma distancia, sino que esta va aumentando.

Como acabamos de ver, decimos que un cuerpo está en movimiento cuando cambia de posición con respecto a un punto de referencia y por tanto va cambiando su distancia con respecto a ese punto de referencia. En este apartado hablaremos de dos magnitudes íntimamente ligadas al movimiento de los cuerpos como son la **velocidad** y la **aceleración**.

Para poder comprender estos conceptos, necesitamos conocer previamente algunas características de cualquier movimiento:

- **Trayectoria:** Es la sucesión de puntos por donde pasa un cuerpo en movimiento. Hay dos tipos de movimientos según sea su trayectoria :
  1) Rectilíneo: cuando su trayectoria es una línea recta.
  2) Curvilíneo: cuando su trayectoria una línea curva.
- **Distancia:** denominamos así al espacio que ha recorrido el objeto en movimiento, lo representamos con la letra e. Es una magnitud que medimos en metros (m).
- **Tiempo:** Nos indica la duración o separación de dos acontecimientos y lo representamos con la letra t. Es un magnitud que medimos en segundos (s).

Ejercicio 3

Relacionar los movimientos que realizan los cuerpos citados debajo con su correspondiente trayectoria.

	TIPO DE TRAYECTORIA
a) Un cuerpo cae desde un tercer piso	
b) El extremo de las manecillas de un reloj	
c) Los planetas alrededor del Sol	
d) Una bala disparada por un fusil	

1.2.1) VELOCIDAD

La **velocidad** es una magnitud que identifica el desplazamiento de un cuerpo en un determinado tiempo. Podemos hablar de dos tipos de velocidad: Velocidad media y velocidad instantánea.

La **velocidad media** (Vm) mide en un intervalo de tiempo, la rapidez del desplazamiento de un cuerpo. Para calcularla tan solo tenemos que dividir la distancia recorrida por el cuerpo entre el tiempo que tarda en recorrer esa distancia:

$$Vm = \frac{e}{t}$$

La unidad de medida de la velocidad es el metro por segundo (m/s).

La **velocidad instantánea** es la velocidad que posee un cuerpo en un instante determinado y no en un periodo de tiempo.

Curiosidad

Para realizar cálculos con la velocidad, siempre debemos de conocer dos de sus tres parámetros (velocidad, distancia y tiempo) y despejar el tercero. De esta forma podemos encontrar otras dos ecuaciones que se derivan de la anterior:

$$e = V \cdot t => t = \frac{e}{V}$$

Es muy importante que las tres magnitudes tengan las unidades "coincidentes" entre ellas.

Ejemplo:

Si un coche va a una velocidad de 25 m/s, calcula el espacio que recorrerá en 2 h.

e = v * t   e = 25 x 2 = 50?

El problema está mal resuelto, ya que tenemos dos unidades de tiempo que no coinciden. Por eso, lo que hay que hacer es pasar las horas a segundos o los m/s a Km/h.

a) 2 h x 3.600 s = 7.200 s → e = 25 m/s x 7.200 s = 180.000 m = 180 km

b) 25 m/s x 3.600 s = 90.000 m/h = 90 km/h; → e = 90 x 2 = 180 km

1.000 m cada km

Podemos utilizar las siguientes reducciones para pasar de m/s a km/h y viceversa:

$$\frac{3600 sg/h}{1000 m/km} = 3{,}6$$

Ejemplo:

m/s a km/h: **multiplicando**: 25 m/s x 3'6 = 90 km/h

km/h a m/s: **dividiendo:** $\frac{90 km/h}{3{,}6} = 25 m/sg$

Ejercicio 4

Una persona recorre un tramo de 600 metros a la misma velocidad, invirtiendo un tiempo de 10 minutos, después se detiene durante cinco minutos y luego vuelve a caminar, también a velocidad constante, recorriendo 240 metros en cuatro minutos. Calcula la velocidad en cada tramo del recorrido en metros /segundo.

Ejercicio 5

Un motorista sale de Toledo a las 3 horas y 30 minutos a una velocidad de 90 Km/h, si la distancia entre Madrid y Toledo es de 64 Km y mantiene su velocidad constante durante todo el camino, ¿Cuánto tiempo tardará en llegar a Madrid? ¿A qué hora llegará?

Llamamos **Movimiento Rectilíneo Uniforme (m. r. u.)** a aquel cuya trayectoria es la línea recta y su velocidad permanece constante, es decir, no varía durante todo el recorrido. Estos movimientos los podemos estudiar gráficamente mediante el análisis de dos tipos de gráficas:

A) Gráfica espacio-tiempo (e - t):

En esta gráfica se representa el espacio (o distancia) en el eje vertical (eje y), mientras que en el eje horizontal (eje x) representamos el tiempo.

A partir de esta gráfica, podremos calcular distancias recorridas por el objeto y tiempo que tarda en recorrer una distancia.

Características de la gráfica:

- Siempre sale una línea recta.
- Siempre pasa por el punto (0,0).
- La pendiente de la recta viene dada por la velocidad, cuanto mayor sea la velocidad del móvil, mayor es la pendiente.

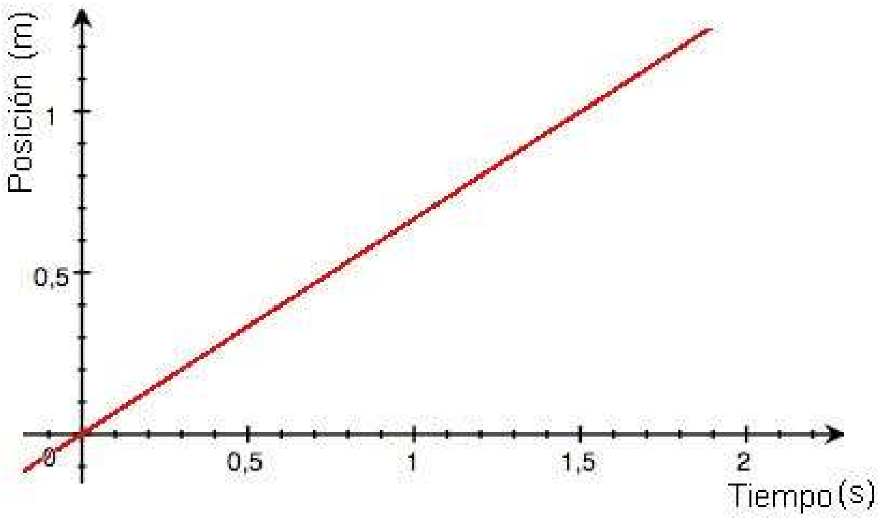


Imagen nº 1. Grafica Espacio-Tiempo Autor: Desconocido Fuente: Wikimedia Commons
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Grafico_pv_del_MRU.jpg

B) <u>Gráfica velocidad-tiempo</u> (v - t):

En esta gráfica se representa la velocidad en el eje vertical (eje y) y el tiempo en el eje horizontal (eje x). Como la velocidad permanece constante, no hace falta calcular valores, ya que para cualquier valor del tiempo la velocidad siempre vale lo mismo.

Características de la gráfica:

- Siempre sale una línea recta, paralela al eje " x "
- La distancia de la recta al eje " x " depende de la velocidad, cuanto mayor sea la velocidad, mayor es la distancia.

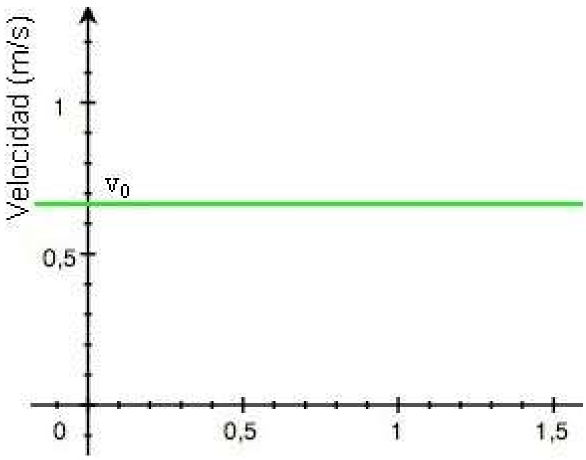


Imagen nº 2. Grafica Velocidad-Tiempo Autor: Desconocido Fuente: Wikicommons
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Grafico_pv_del_MRU.jpg

<u>Ejercicio 6</u>

Representa en los ejes perpendiculares el espacio que recorre y el tiempo que tarda una persona que camina durante 6 kilómetros, siempre a la misma rapidez según la siguiente tabla:

Tiempo (min)	Tiempo (s)	Espacio (Km)	Espacio (m)
8	480	0,5	500
16	960	1	1000
24	1440	1,5	1500
32	1920	2	2000
40	2400	2,5	2500
48	2880	3	3000
56	3360	3,5	3500
64	3840	4	4000
72	4320	4,5	4500
80	4800	5	5000
88	5280	5,5	5500
96	5760	6	6000

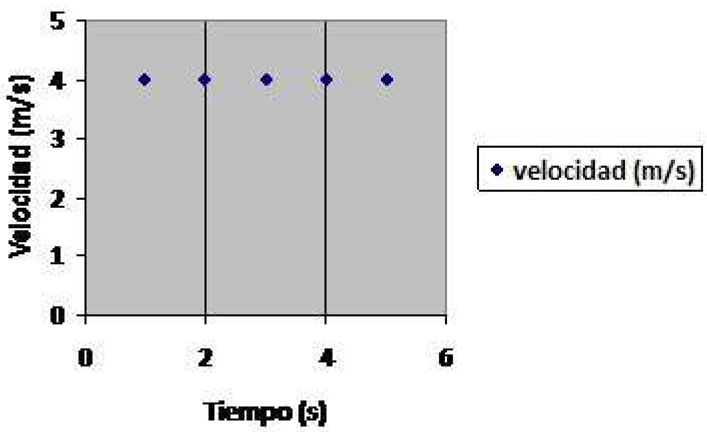
a) **¿Qué tipo de línea se obtiene? Represéntala.**
b) **¿Cuánto tiempo tarda en recorrer 100 metros?**
c) **¿Cuántos metros recorre en una hora?**
d) **¿Cuál es su velocidad?**
e) **¿Tiene un movimiento uniforme?**

Ejercicio 7

¿A cuántos m/s equivale la velocidad de un móvil que se desplaza a 72 km/h?

Ejercicio 8

En el gráfico, se representa un movimiento rectilíneo uniforme, averigua gráfica y analíticamente la distancia recorrida en los primeros 4 s.



1.2.2) ACELERACIÓN

La **aceleración** es una magnitud que expresa como cambia la velocidad de un cuerpo en la unidad de tiempo. Es decir, nos explica los cambios de velocidad que sufren los cuerpos. La aceleración se mide en m/s^2.

A partir de esta definición, podemos calcular la aceleración de un cuerpo mediante de la siguiente expresión:

$$a = \frac{V_f - V_o}{t}$$

La aceleración de un cuerpo puede ser positiva o negativa. Un cuerpo que tiene aceleración positiva (a>0) aumenta su velocidad conforme aumenta el tiempo. Por contra, un cuerpo que tiene aceleración negativa (a<0) disminuye su velocidad.

Ejercicio 9

Un vehículo que circula por la carretera acelera para poder adelantar a un camión, pasando de una velocidad de 10 m/s a otra de 15 m/s. ¿Cuál es la aceleración del vehículo si ha tardado 10 s en hacerlo?

Llamamos **Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (m. r. u. v.)** a aquel cuya trayectoria es la línea recta, y su velocidad no permanece constante, sino que varía con el tiempo y que por tanto posee una aceleración.

Para resolver los problemas de este tipo de movimiento se emplean dos ecuaciones:

$$v_f = v_o + a\,t \qquad\qquad e = v_o\,t + (1/2)\,a\,t^2$$

Podemos analizar este tipo de movimiento mediante el estudio de tres gráficas:

A) Gráfica espacio-tiempo (e - t):

El tiempo se representa en el eje x, mientras que el espacio lo representamos en el eje y. Con esta gráfica podemos calcular la distancia recorrida por un objeto con movimiento acelerado en función del tiempo transcurrido.

Características de la gráfica:

- Siempre pasa por el punto (0,0).
- Siempre nos sale una parábola.
- La abertura de las ramas viene dada por la aceleración; cuanto mayor sea la aceleración menor es la abertura, y viceversa.

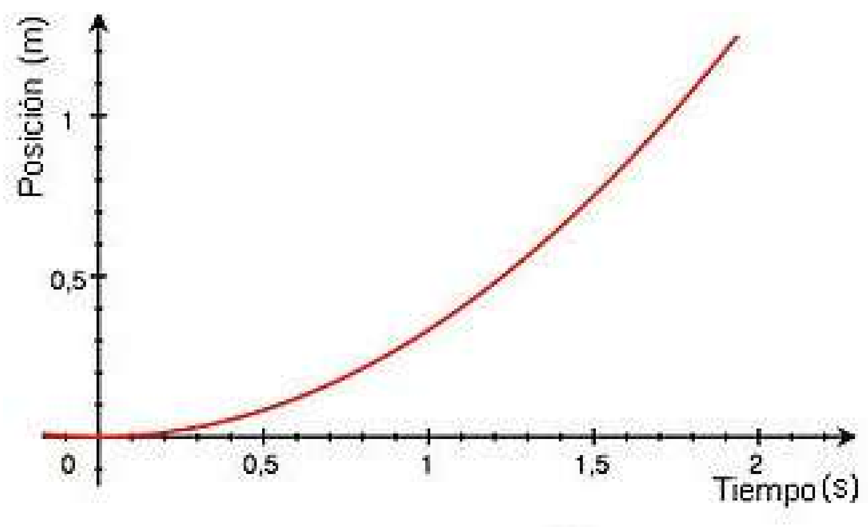


Imagen nº 3. Grafica Espacio-Tiempo   Autor: Desconocido Fuente: Wikipedia
https://es.m.wikipedia.org/wiki/Archivo:Grafico_pva_del_MRUA.jpg

B) Gráfica velocidad-tiempo (v-t):

El tiempo se representa en el eje "x" y la velocidad en el eje "y". Con ella podemos hallar la velocidad de un objeto con aceleración constante en cualquier momento.

Características de la gráfica

- Siempre sale una línea recta.
- No siempre pasa por el punto (0,0), ya que el objeto podía tener una velocidad inicial distinta de cero (en el ejemplo de abajo la velocidad inicial es de 0,4 m/s).
- La pendiente de la recta viene dada por la aceleración; cuanto mayor es la aceleración mayor es la pendiente.
- Si el movimiento es uniformemente desacelerado, la gráfica será decreciente (pendiente negativa) y el punto de corte de la gráfica con el eje del tiempo (eje x), nos muestra el tiempo que tarda el móvil en pararse.

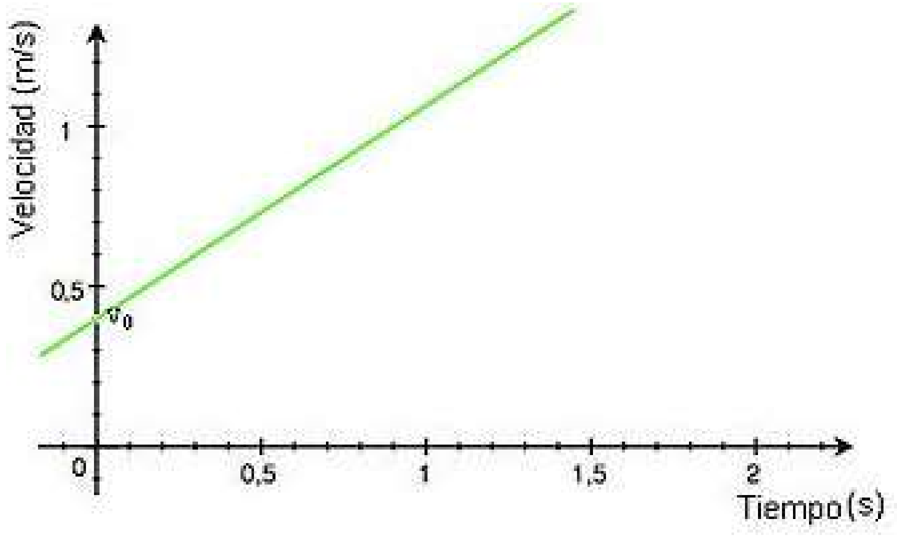


Imagen nº 4. Grafica Velocidad-tiempo Autor: Desconocido Fuente: Wikipedia https://es.m.wikipedia.org/wiki/Archivo:Grafico_pva_del_MRUA.jpg

C) <u>Gráfica aceleración-tiempo</u> (a-t):

La aceleración se representa en el eje vertical (eje y) y el tiempo en el eje horizontal (eje x). Como la aceleración permanece constante, no hace falta calcular valores, ya que para cualquier valor del tiempo la aceleración siempre vale lo mismo.

Características de la gráfica:

- Siempre sale una línea recta, paralela al eje "x".
- La distancia de la recta al eje "x" depende de la aceleración, cuanto mayor sea la aceleración, mayor es la distancia al eje horizontal.

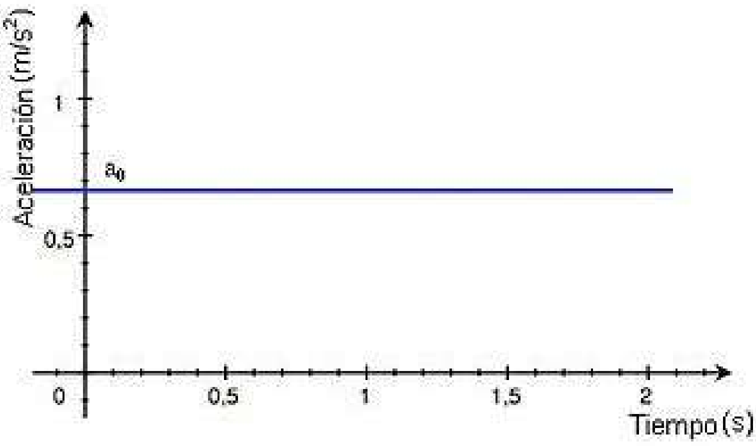


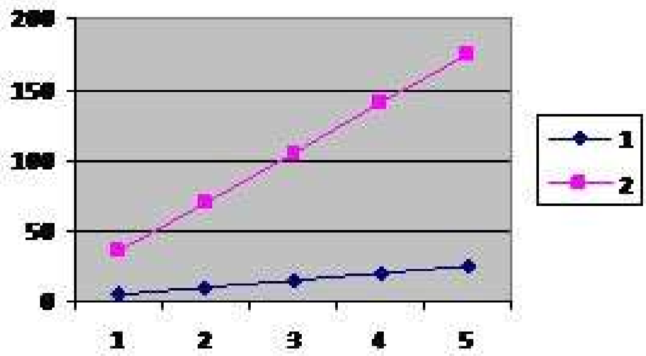
Imagen nº 5. Grafica aceleración-tiempo Autor: Desconocido Fuente: Wikipedia
https://es.m.wikipedia.org/wiki/Archivo:Grafico_pva_del_MRUA.jpg

<u>Ejercicio 10</u>

En la gráfica se han representado la velocidad y el tiempo de dos móviles 1 y 2.

a) ¿Cuál de los dos lleva mayor aceleración? ¿Por qué?

b) ¿Qué velocidad lleva cada objeto a los 4 segundos?



<u>Para saber más</u>

Un ejemplo de movimiento rectilíneo y uniformemente acelerado y que todos hemos comprobado experimentalmente es la **caída libre de los cuerpos**, en el cual la aceleración que actúa sobre los cuerpos es la gravedad (**g = 9´8 m** / **s²**).

Cuando el cuerpo sube el movimiento es uniformemente desacelerado (a=g=negativa), ya que va disminuyendo su velocidad hasta que llega al punto más alto, en el cual se detiene (v=0).

A continuación el objeto comienza a bajar en un movimiento uniformemente acelerado (a=g=positiva), con lo que cada vez tiene una mayor velocidad.

Las características más importantes de este movimiento son:

1) La velocidad del objeto en el momento del lanzamiento es igual a la velocidad del objeto a la llegada.
2) El tiempo que tarda en subir es igual al tiempo que tarda en bajar.

1.3) DEFORMACIÓN

Como hemos visto, el efecto que produzca una fuerza sobre un cuerpo puede ser:

- modificación en el estado del **movimiento.**
- Modificación en su **velocidad.**
- Modificación en la **forma** del receptor.

En este apartado hablaremos de este último caso, cuando las fuerzas que actúan sobre un cuerpo provocan cambios en la forma de los cuerpos. Según sea la interacción entre los cuerpos existen dos tipos de deformaciones:

- ✓ **Elástica**: Es aquella que, una vez que deja de actuar la fuerza sobre el cuerpo, éste vuelve a recuperar su posición inicial o forma original.

  Ejemplo: Cuando empujamos una puerta que está sujeta con un muelle, ésta vuelve a su posición inicial al dejar de ejercer la fuerza. Cuando estiramos una goma, ésta al cesar el esfuerzo recupera su longitud inicial.

- ✓ **Inelástica**: es aquella que, una vez que se deja de ejercer la fuerza sobre el cuerpo, éste no vuelve a recuperar su posición inicial.

  Ejemplo: Cuando aplastamos la nieve o cuando jugamos con el barro y le damos diferentes formas.

2) PRINCIPALES FUERZAS DE LA NATURALEZA

En la Naturaleza existen muchas fuerzas, todas las cuales experimentamos en nuestra vida constantemente sin darnos cuenta y que son causantes de numerosas situaciones que nos afectan en nuestro día a día.

¿Por qué rebotan los objetos?

¿Qué provoca que los imanes atraigan objetos metálicos?

¿Por qué todo lo que sube vuelve a bajar?

Todas estas preguntas y otras muchas tienen su respuesta en fuerzas que existen en la naturaleza y que vamos a tratar de comprender mejor.

2.1) FUERZA GRAVITATORIA

Por mucho que te lo propongas, si lanzas una pelota al aire o das un salto, más tarde o más temprano, terminarás cayendo al suelo. Es lógico pensar que existe una fuerza que atrae a cualquier cuerpo que se encuentre cercano a la Tierra. Pero... ¿por qué?

En el siglo XVII, Isaac Newton se planteó esta cuestión y le dio respuesta:

La ley de la gravitación universal, cuyo enunciado nos dice que "*La fuerza de atracción entre dos cuerpos es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa".*

Esto quiere decir que los cuerpos por el mero hecho de tener masa ejercen una **fuerza de atracción a distancia** sobre otros cuerpos con masa. A esa interacción entre los cuerpos a distancia se le denomina **interacción gravitatoria** y a la fuerza de atracción que se produce **fuerza gravitatoria**.

La fuerza es tan débil que es muy difícil de apreciar a menos que las masas sean enormes (como por ejemplo, la de los planetas) y es la causa de que nos encontremos "pegados" a la Tierra.

Importante

¡NO DEBEMOS CONFUNDIR MASA Y PESO!

La ***masa*** es la cantidad de materia de cada cuerpo (se expresa en kilogramos) y estos cuerpos son atraídos por la fuerza de gravedad que ejerce la Tierra sobre ellos. Esa fuerza de atracción es lo que conocemos como ***Peso*** de un cuerpo y se cuantifica con una unidad diferente: el kilogramo fuerza (kgf) o el Newton (N).

Por lo tanto, el peso es la fuerza que ejerce la gravedad sobre una masa y ambas magnitudes son proporcionales entre sí, pero no iguales, pues están vinculadas por la aceleración de la gravedad mediante la siguiente expresión.

$$P = m \cdot g$$

Donde:

P = peso, en Newtons (N)

m = masa, en kilogramos (kg)

g = constante gravitacional, que es 9,8 m/s^2 en la Tierra

Para que entiendas que el concepto peso se refiere a la fuerza de gravedad ejercida sobre un cuerpo, piensa lo siguiente:

Un niño, cuya masa en la tierra es de 36 kilogramos, su peso será: P = 36 · 9,8 = 352,8 Newtons (N).

Ejercicio 11

Si nos dicen que un objeto tiene un peso de 490 N, ¿cuál es su masa?

Para saber más

Matemáticamente la fuerza de atracción gravitatoria entre dos cuerpos se expresa de la siguiente forma:

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

donde:

- G es la constante de gravitación universal, G = $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ $N \cdot m^2/kg^2$
- M y m son las masas de los cuerpos que interaccionan en kg
- r es la distancia que los separa en m.

2.2) FUERZA DE ROZAMIENTO

Si a un coche que circula por una carretera horizontal se le acaba la gasolina, el motor dejaría de funcionar y según la **ley de inercia de newton** debería de continuar con movimiento rectilíneo y uniforme; sin embargo la experiencia nos demuestra que termina parándose. ¿Por qué?

Pues obviamente porque debe de existir una fuerza que se opone al movimiento: es la llamada **fuerza de rozamiento**:

Fuerza de rozamiento es toda fuerza opuesta al movimiento, la cual se manifiesta en la superficie de contacto de dos cuerpos siempre que uno de ellos se mueva o tienda a moverse sobre otro.

La causa de la existencia de esta fuerza es la siguiente: las superficies de los cuerpos, incluso las de los aparentemente lisos, no son lisas; presentan una serie de asperezas de forma que al apoyar un cuerpo sobre otro no deslizan entre sí, lo que obliga a la aplicación de una fuerza adicional a la del movimiento para conseguir vencer esa oposición.

La fuerza de rozamiento es proporcional a la fuerza que actúa sobre el móvil y la podemos calcular de la siguiente forma:

$$F_r = \mu \cdot N$$

Donde:

F_r = Fuerza de rozamiento

μ = Coeficiente de rozamiento

N = Fuerza normal

Coeficiente de rozamiento:

El coeficiente de rozamiento de un cuerpo sobre otro es un coeficiente característico de las superficies en contacto y expresa la relación que existe entre la fuerza de rozamiento y la que actúa sobre el móvil perpendicularmente a su plano de deslizamiento.

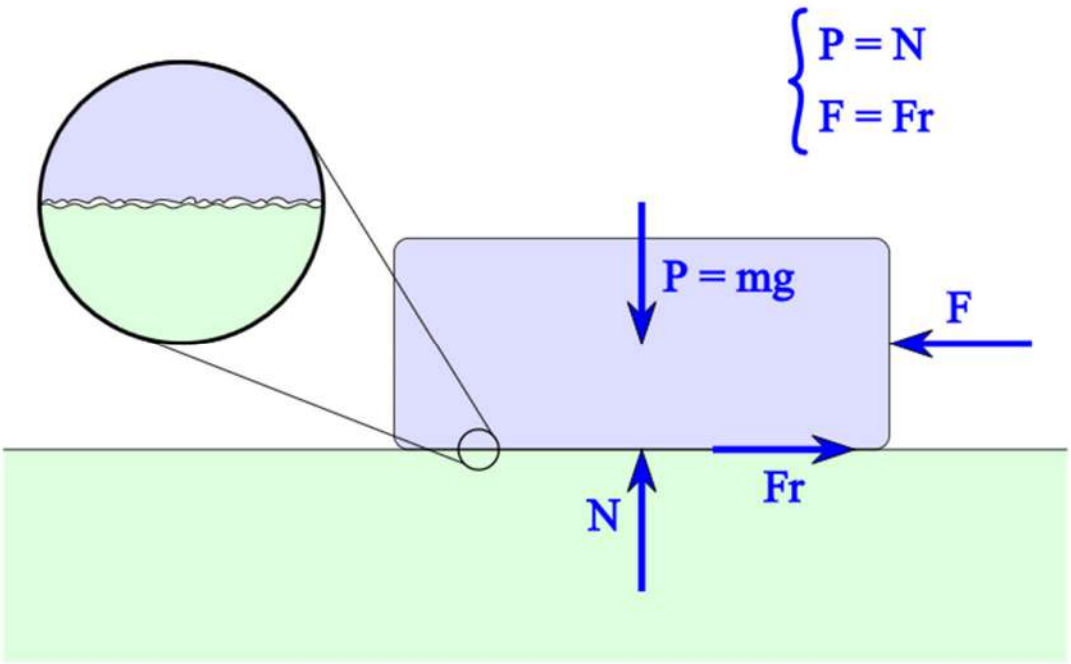


Imagen nº 6. Fuerza Rozamiento Autor: HITE. Licencia: Creative Commons Fuente: Wikimedia Commons
Fuente: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Fricción_01.svg

Importante

Los factores de los que depende la fuerza de rozamiento fueron enunciados por Guillaume Amontons (1663-1705) y Charles Augustin de Coulomb (1736-1806) y establecen que:

- La fuerza de rozamiento entre dos cuerpos es proporcional a la fuerza normal que ejerce un cuerpo sobre el otro.
- La fuerza de rozamiento no depende del área de contacto de ambos cuerpos, aunque sí de la naturaleza de sus materiales.
- La fuerza de rozamiento no depende de la velocidad a la que se deslicen los cuerpos.
- La fuerza de rozamiento tiene sentido opuesto al movimiento (a la velocidad).

Ejercicio 12

Una caja de 60 kg de masa se encuentra en reposo sobre un suelo horizontal que posee un coeficiente de rozamiento de 0.25. Calcular la fuerza de rozamiento y la aceleración de la caja si se aplica una fuerza horizontal de 400 N.

2.3) FUERZA ELÉCTRICA Y MAGNÉTICA

Conocemos que la materia está constituida por átomos, los cuales están formados por tres partículas diferentes: Protones, neutrones y electrones. Además conocemos que los protones y los neutrones forman el núcleo del átomo y contienen casi toda la masa del átomo, mientras que los electrones se mueven girando alrededor del núcleo.

No obstante, los átomos y sobre todo las partículas que los constituyen tienen otra característica fundamental y es que poseen un ***carácter eléctrico.***

Los **protones** tienen carga eléctrica positiva, los **electrones** tienen carga negativa y los **neutrones** no tienen carga eléctrica.

Los átomos tienen el mismo número de protones que de electrones y por eso su carga eléctrica es neutra o nula.

¿Qué ocurre si tratas de acercar dos imanes? ¿Qué ocurre si frotas un bolígrafo de plástico y después lo acercas a unos trocitos de papel?

Como seguro que sabrás porque lo has experimentado más de una vez, en el primer caso nos será imposible juntar los dos imanes, mientras que en el segundo caso los trocitos de papel se pegarán al bolígrafo. Vamos a ver a continuación que esas fuerzas de atracción y repulsión que acabamos de describir son debidas a las Fuerzas eléctrica y magnética.

Video nº 1: Imanes Autor: Desconocido Fuente: Youtube
Fuente: https://www.youtube.com/watch?v=0gDD4dyH58Y

- **<u>FUERZA ELÉCTRICA Y MAGNÉTICA:</u>**

Como sabemos, los cuerpos pueden tener carga eléctrica negativa (tienen más electrones que protones) o carga eléctrica positiva (tienen más protones que electrones). Además conocemos que las cargas eléctricas se atraen o se repelen dependiendo del signo que tengan (cargas del mismo signo se repelen y cargas de distinto signo se atraen).

Por lo tanto, entre las cargas eléctricas se producen fuerzas de atracción o repulsión que el científico francés **C. Coulomb** describió en lo que se conoce como **Ley de Coulomb:**

La *Fuerza con la que se atraen o repelen dos cargas puntuales es igual al producto de dichas cargas dividido entre el cuadrado de la distancia que las separa. Esta fuerza depende del medio en el que se encuentran dichas cargas.*

De este principio se deduce que la fuerza de atracción o repulsión de dos cargas depende de tres factores:

1. El valor de dichas cargas.
2. La distancia que las separa.
3. El medio en que se encuentran: vacío, aire, agua, etc.

Años después los físicos **Oersted** y **Faraday** observaron que cuando las cargas eléctricas están en movimiento aparecen unas fuerzas magnéticas y que en los cuerpos ya era conocido como **magnetismo.** Estas fuerzas magnéticas son las que existen entre los extremos de un imán y hacen que se atraiga o repelan según su orientación.

<u>Para saber más</u>

¿Cómo podemos calcular la Fuerza eléctrica?

$$F = K\frac{q_1 q_2}{d^2}$$

Donde:

1) F representa el valor de la fuerza y se mide en Newton (N)
2) K es una constante que depende del medio en el que actúan las cargas. Si estamos en el vacío su valor es $9 \cdot 10^9$ $N \cdot m^2/C^2$
3) q_1 y q_2 son los valores de las cargas y se miden en Culombios (C)
4) d expresa la distancia entre las cargas y se expresa en metros (m)

3) ELECTRICIDAD

Una corriente eléctrica o electricidad es un **movimiento ordenado** de cargas libres, normalmente **electrones,** a través de un **circuito eléctrico**. Para que exista una corriente eléctrica es imprescindible:

- Un material **conductor**.
- Un dispositivo que suministre a los electrones la energía necesaria para mantener su movimiento. Puede ser una pila, una batería, una dinamo o un alternador y, en general, recibe el nombre de **generador**.
- Un dispositivo que convierta la energía eléctrica que llevan los electrones en su movimiento, en otro tipo de energía. Este dispositivo se llama, en general, **receptor**.

Otros elementos que aunque no son imprescindibles, también suelen estar presentes son los **elementos de control y de protección;** El más simple de estos elementos es el interruptor, aunque hay otros muchos.

Pues bien, estos cuatro elementos básicos, convenientemente conectados, forman un **circuito eléctrico**, por el que puede circular la **corriente eléctrica**.

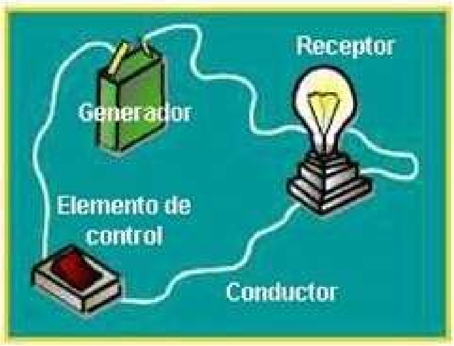


Imagen nº 7. Circuito eléctrico
Fuente: JCCM

Hay dos clases de corriente eléctrica y cada aparato necesita la suya:

- La **corriente continua** (CC), en la que los electrones circulan siempre en el mismo sentido. Es la producida por pilas, baterías, dinamos y células fotovoltaicas.
- La **corriente alterna** (CA), en la que los electrones cambian constantemente su sentido de circulación. Es la producida por los alternadores.

Video nº 2: Corriente continua-Corriente alterna Fuente: Youtube
https://www.youtube.com/watch?v=A3MFVSSyXQA

Ejercicio 13

¿Qué es la corriente eléctrica?

Para saber más

Los circuitos electrónicos de los que están hechos los móviles, televisiones, ordenadores, etc., necesitan corriente continua para funcionar, sin embargo por diversos motivos, **en los enchufes de nuestras casas disponemos solo de corriente alterna**. Por eso, no podemos enchufar directamente a ellos los aparatos electrónicos.

Afortunadamente **hay dispositivos que permiten convertir la corriente alterna en corriente continua**; se llaman **fuentes de alimentación** y todos los aparatos electrónicos que enchufamos a la red o bien disponen internamente de una **fuente de alimentación** (por ejemplo: televisores, ordenadores,...) o bien se conectan a través de una fuente de alimentación (que recibe nombres muy variados: **transformador, convertidor, cargador, alimentador**,...).

Imagen nº 8. Transformador CA a CC (cargador de móvil) Fuente: Ultrafire España
https://ultrafire.es/cargadores-y-fuentes/373-cargador-5v-2a-para-baterias-de-litio-37v-usb-8944602312425.html

<u>Ejercicio 14</u>

Comenta si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones.

	V / F
Una corriente eléctrica es un movimiento ordenado de cargas libres, normalmente protones a través de un circuito eléctrico.	
Una batería o una pila son dispositivos que suministran a los electrones la energía necesaria para mantener su movimiento ordenado.	
Un material aislante, suele ser un hilo de cobre.	
Un dispositivo que convierta la energía eléctrica, la que llevan los electrones en su movimiento, en otro tipo de energía, se llama, en general, receptor.	
La corriente continua (CC), en la que los electrones circulan aleatoriamente.	
La corriente alterna (CA), en la que los electrones mantienen constante su sentido de circulación.	
En los enchufes de nuestras casas disponemos solo de corriente alterna.	
Todos los aparatos electrónicos que enchufamos a la red o bien disponen internamente de una fuente de alimentación o bien se alimentan solos.se conectan a través de una fuente de alimentación.	

3.1) CONCEPTOS ELÉCTRICOS

Uno de los instrumentos de medida más utilizado en electricidad y electrónica es, sin duda, el **polímetro**. También se le conoce como *multímetro* o *téster*. Con él se pueden **realizar medidas de varias magnitudes eléctricas.** Algunas de esas magnitudes las vamos a estudiar a continuación.

Polímetro digital

Polímetro analógico

Imagen nº 9. Polímetro
Fuente: JCCM

En el siguiente vídeo puedes aprender a utilizar un polímetro:

Video nº 3: Funcionamiento Multímetro Autor: Carlos Hernan Fuente: Youtube

https://www.youtube.com/watch?time_continue=1&v=mNRG42OrLtg

3.1.1) TENSIÓN, VOLTAJE O DIFERENCIA DE POTENCIAL

Si vamos a comprar una pila, el vendedor nos preguntará si la queremos de 1,5 voltios o de 4,5 voltios. ¿Pero sabes lo que son los voltios? Si no lo sabes, en este apartado lo vamos a aprender a partir de un ejemplo muy visual:

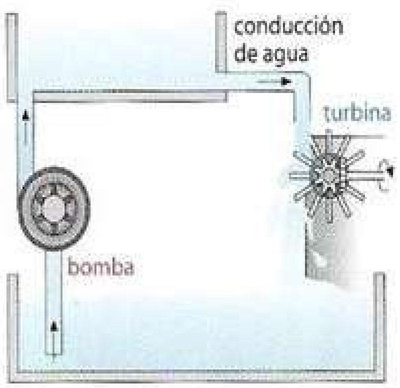


Imagen nº 10. Comparación altura-voltaje
Fuente: JCCM

Imagina dos depósitos que contienen agua y que están a diferente altura, conectados por una tubería. Está claro que el agua pasará desde el depósito que está más alto al depósito que está más abajo y que, en el tubo, el agua se moverá desde el punto de mayor altura hacia el punto más bajo.

Además, la corriente de agua que se establece puede realizar un trabajo, por ejemplo, mover una rueda. Si pretendemos que la corriente de agua no se detenga, debemos ir bombeando de nuevo el agua desde el depósito inferior al superior.

Pues los electrones en un circuito se comportan de igual manera que el agua del ejemplo. Es decir, si queremos que se establezca una corriente eléctrica en un circuito, necesitamos que un punto del circuito esté siempre a más "altura" que otro.

En el lenguaje de la electricidad, a esa "altura" se le llama **potencial**, y no se mide en metros, sino en **voltios** (V)

Así, los electrones que se mueven por los conductores y los demás elementos de un circuito, lo hacen desde puntos de menor potencial hacia puntos de mayor potencial, aunque por convenio se toma el sentido de la corriente continua desde el punto de mayor potencial al punto de menor potencial.

Los generadores tienen **dos puntos** (llamados **bornes** o **polos**) que están a **diferente potencial**. Uno de ellos, llamado **polo positivo (+)**, está a un potencial más alto que el otro, llamado **polo negativo (-)**.

En un circuito eléctrico, **los electrones salen del polo negativo del generador y vuelven a entrar en él por el polo positivo**, atravesando en su camino todos los elementos del circuito que sea necesario para ello.

Volviendo a nuestros depósitos de agua, el polo (+) sería el depósito de abajo y el polo (-) el depósito de arriba.

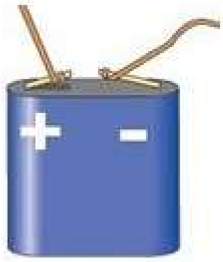


Imagen nº 11. Polos positivo y negativo
Fuente: JCCM

Imagen nº 12. Alessandro Volta, inventor de la pila eléctrica y en cuyo honor se nombró la unidad de d.d.p.
Fuente: JCCM

Así, que el voltaje de una pila sea 1,5 V significa que su polo positivo está a un potencial 1,5 voltios más alto que su polo negativo. En el caso de "la luz de tu casa", que sea de 220 V significa que esa es la d.d.p. entre los dos orificios de un enchufe.

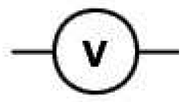
¿Y qué sucede cuando los electrones han vuelto a entrar en el generador?

Pues que al llegar allí, se encuentran con un gran problema: si quieren seguir su camino deben pasar a través del generador desde el (+) al (-), es decir, desde un punto de mayor potencial a otro de menor potencial, y eso... es algo que un electrón nunca haría así como así.

Es como si los electrones se encontraran con una pared que ellos solos nunca podrían saltar. En nuestro ejemplo de los depósitos de agua, es como si quisiésemos que el agua pasara sola desde el depósito que está más bajo al que está más alto; por sí sola nunca lo hará.

Aquí es donde entra en juego el generador: **El generador proporciona a los electrones la energía necesaria** para volver a llegar al polo negativo, para que de nuevo inicien una vuelta más al circuito.

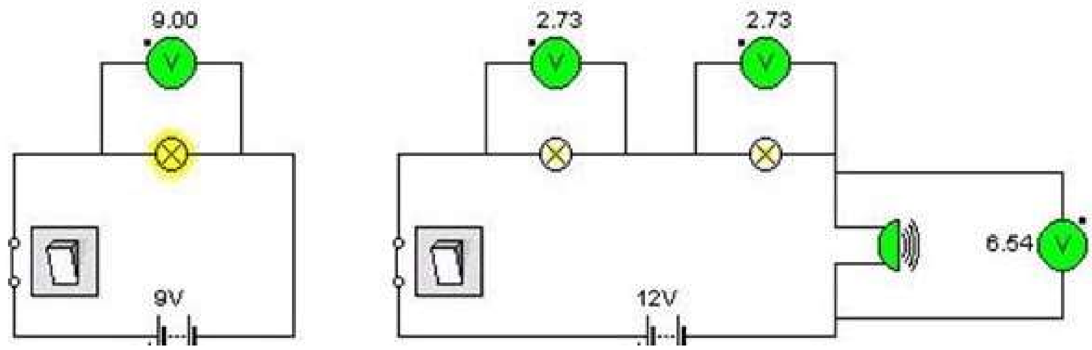
Por lo tanto, el generador realiza la misma función que la bomba que impulsa el agua desde el depósito más bajo al más alto.



Símbolo de un voltímetro

Entre dos puntos cualesquiera de un circuito por el que esté pasando la corriente eléctrica, existe una d.d.p. La d.d.p. se puede medir empleando un aparato llamado **voltímetro**.

Observa en los esquemas como se utiliza un voltímetro para medir la caída de tensión en cada bombilla y en el timbre.



Date cuenta como los 12 V de tensión que suministra la pila se van "repartiendo" entre los elementos que forman el circuito.

Un voltímetro siempre debe conectarse en paralelo.

A la **Diferencia de Potencia**l (abreviado d.d.p.) que se produce entre los polos de cualquier generador también se le llama **Voltaje** o **Tensión** del generador y también se mide en *voltios "v"*

3.1.2) INTENSIDAD DE CORRIENTE

La **Intensidad de corriente** que pasa por un circuito eléctrico hace referencia a la cantidad de carga eléctrica que circula por un conductor en un momento determinado. Esta cantidad de carga eléctrica depende directamente del número de electrones que circulan por ese conductor en ese momento.

$$I = \frac{q}{t}$$

La unidad de medida de Intensidad de corriente en el Sistema Internacional es el **Amperio (A).**

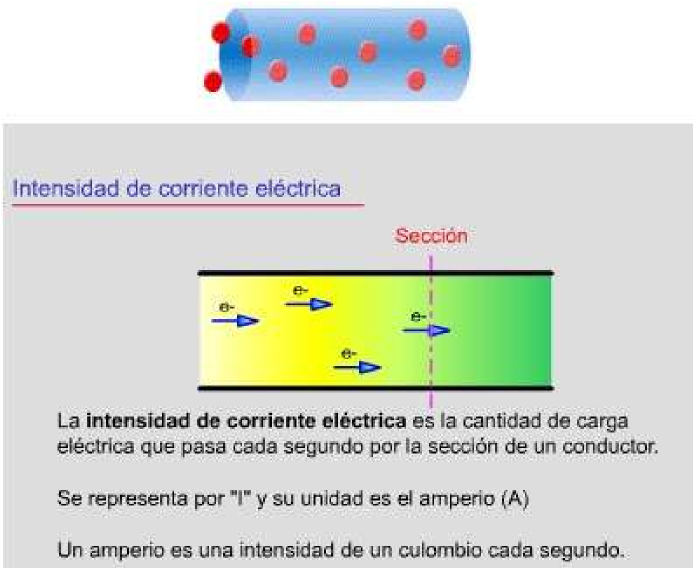
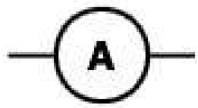


Imagen nº 13. Intensidad de corriente
Fuente: JCCM

Imagen nº 14. André-Marie Ampère, descubridor de los efectos magnéticos de la corriente eléctrica. En su honor se nombró la unidad de intensidad de corriente
Fuente: JCCM

La intensidad de corriente se mide con un aparato llamado **amperímetro**.



Símbolo de un amperímetro

Observa en los esquemas como se utiliza un amperímetro. Observa que siempre debe colocarse en serie con el resto de elementos. Se ha indicado con una flecha el sentido de la corriente:

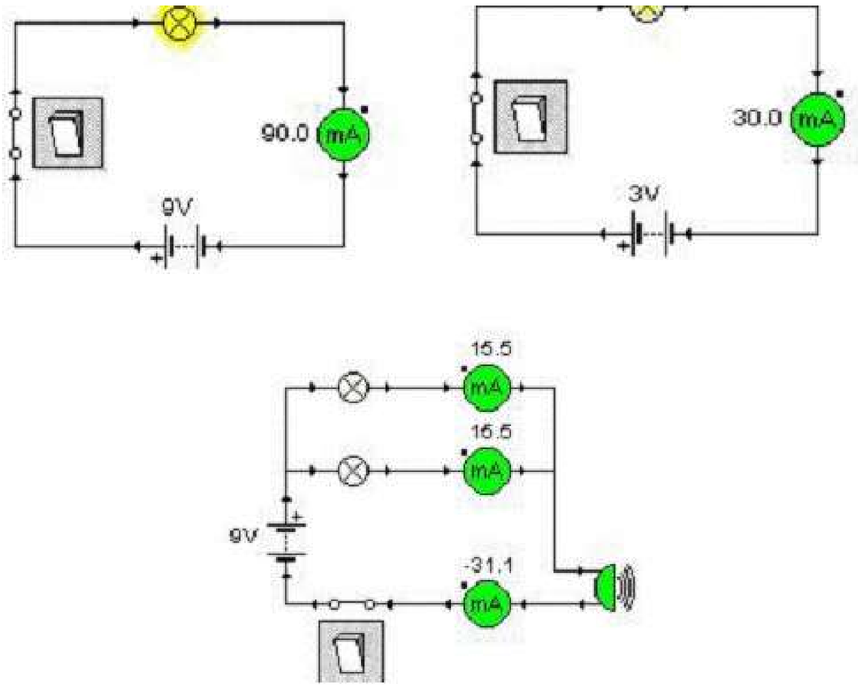


Imagen nº 15. Colocación Amperímetro
Fuente: JCCM

Date cuenta como la intensidad de corriente depende del voltaje que suministre el generador y de los elementos por los que la corriente tenga que pasar.

Los valores de la intensidad son muy pequeños, están expresados en miliamperios (**1 mA = 0,001 A**). La lectura de la corriente que pasa por el timbre es negativa porque el amperímetro se ha conectado al revés, con los polos cambiados (el punto indica el polo por el que debiera entrar la corriente).

Observa que **las bombillas lucen más o menos según la intensidad que las atraviese.** En el tercer circuito, los 15,5 mA no son suficientes para hacerlas lucir.

Por último, observa también que **si sumamos las intensidades que pasan por las dos bombillas, obtenemos la intensidad que pasa por el timbre** ("los electrones no se esconden", todos los que salen de la pila vuelven a entrar en ella).

Has visto en la definición de intensidad de corriente que **la unidad de medida de la carga eléctrica se llama culombio** (su símbolo es **C**). Esta unidad es muy grande; se necesitan unos $6{,}25 \cdot 10^{18}$ electrones para conseguir 1 C de carga.

Curiosidad

La carga eléctrica que se mueve en un circuito es la que transportan **los electrones** y que, como tienen carga negativa, **se mueven desde el polo negativo del generador hacia el polo positivo**.

Sin embargo, **por convenio, costumbre y tradición, se considera que la corriente eléctrica circula en sentido contrario, es decir, que sale del polo positivo del generador y entra en él por el polo negativo**. Es como si se supusiera que lo que realmente se mueve por el circuito son cargas positivas.

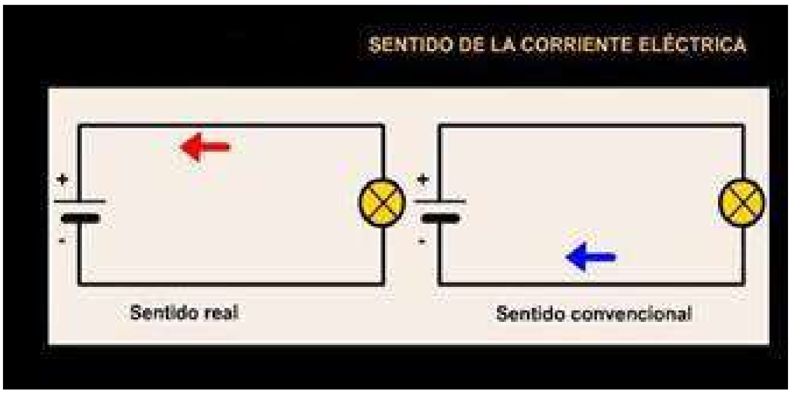


Imagen nº 16. Sentido de la corriente
Fuente: JCCM

3.1.3) RESISTENCIA ELÉCTRICA

En la naturaleza existen sustancias que permiten el paso de la corriente eléctrica a través de ellas, mientras otras hacen todo lo contrario, es decir, impedirlo. ¿Por qué?

Para explicarlo debemos primero recordar cómo está formada la materia:

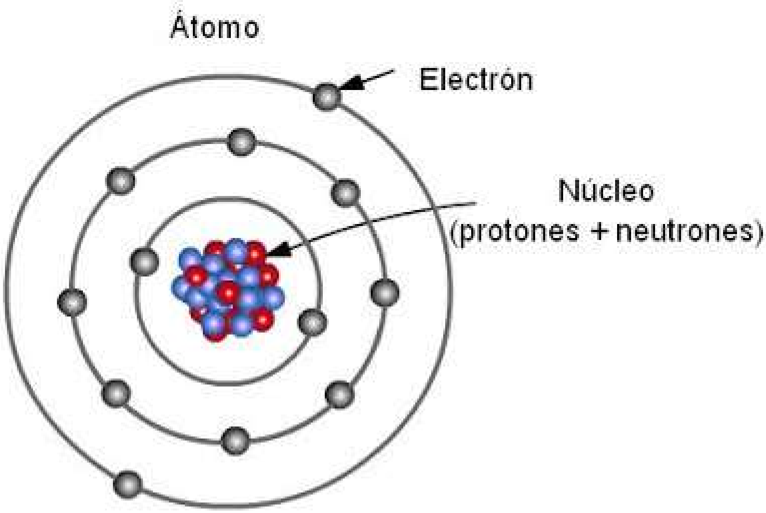


Imagen nº 17. Estructura átomo
Fuente: alijunakai Licencia: Creative Commons

Como vemos, los átomos están formados por protones y neutrones que constituyen el núcleo y por lo electrones que se mueven alrededor de dicho núcleo.

La causa de que unas sustancias conduzcan la corriente y otras no, se encuentra en los electrones libres de las sustancias, pues en unas estos electrones se pueden mover fácilmente mientras en otras sustancias no. Así tenemos:

- Los materiales que poseen electrones libres se llaman **conductores**. Los mejores conductores son los metales, aunque también son conductoras otras sustancias como las disoluciones de sales en agua que aunque no tienen electrones libres poseen iones libres; es decir, átomos cargados (que han ganado o perdido electrones) y con libertad para moverse.
- Los materiales aislantes no tienen electrones libres y por tanto no conducen la electricidad. Son aislantes la madera, el plástico, el aire, la cerámica y el vidrio, por ejemplo.

En resumen, **son conductoras todas las sustancias que tienen cargas eléctricas con libertad para moverse**, cargas libres, ya sean éstas electrones o iones.

Imagen nº 18. Conductores
Fuente: JCCM

Cables de cobre (conductores) protegidos por plástico (aislante)

Por último, algunos materiales no son ni conductores ni aislantes, pero pueden ser lo uno o lo otro dependiendo de las condiciones en las que se encuentren. Estos materiales son los **semiconductores** y actualmente son materiales muy preciados pues son **esenciales en la fabricación de componentes electrónicos**. Entre los semiconductores el más utilizado es el silicio (Si), aunque también son semiconductores el germanio (Ge) y el galio (Ga).

Ahora imagínate intentando atravesar una concentración de miles de personas que están en una manifestación, paradas, atestando una plaza. Eso te costaría bastante esfuerzo, porque la muchedumbre ofrecería gran resistencia a tu paso; irías constantemente chocando con unos y otros.

A los electrones les pasa igual; en su movimiento por un conductor o cualquier otro dispositivo eléctrico, van chocando continuamente con los átomos que se encuentran a su paso.

La **resistencia eléctrica** es una medida de la **oposición** que presenta un dispositivo eléctrico **al movimiento de los electrones** a través de él y esta resistencia eléctrica **depende de** varios factores:

- El **tipo de material** del que esté hecho. El cobre o el aluminio tienen una resistencia muy pequeña; en cambio, los aislantes tienen una resistencia muy elevada.
- La **longitud** del dispositivo.
- La **sección** (el grosor) del dispositivo.

Imagen nº 19. Resistencia
Fuente: JCCM

La resistencia se mide en una unidad llamada **ohmio** (que se simboliza con la letra griega omega mayúscula **Ω**). El aparato empleado para medirla se llama **ohmímetro**.

Para hacer la medida basta con ponerlo **en paralelo** con el dispositivo cuya resistencia queremos medir (eso sí, sin que esté circulando por él la corriente eléctrica).

Existen unos dispositivos fabricados expresamente para que presenten cierta resistencia eléctrica. A esos dispositivos se les llama **resistencias o resistores**, y a la resistencia que presentan se la suele representar como "R". Los estudiarás con detalle más adelante.

Imagen nº 20. Símbolos Resistencias
Fuente: JCCM

Ejercicio 15

¿Qué es la resistencia eléctrica de un material? ¿En qué unidades se mide?

Ejercicio 16

Indica en qué unidades mediríamos:

1	**La diferencia de potencial**			**Ohmios**
2	**La resistencia**			**Voltios**
3	**La intensidad**			**Amperios**

Ejercicio 17

I) El voltímetro se coloca siempre:

	a) En serie
	b) Bien colocado
	c) En paralelo
	d) Unido a la bombilla

II) Se considera por convenio:

	a) Que la corriente eléctrica sale del polo negativo del generador y entra en él por el polo positivo.
	b) Que la corriente eléctrica sale del polo positivo del generador y entra en él por el polo negativo.
	c) Que la corriente circule en el sentido anti horario

III) El amperímetro se coloca siempre en:

	a) Paralelo
	b) Junto a la pila
	c) En serie
	d) Se sitúan dos juntos

IV) Para medir el valor de una resistencia, se coloca el ohmímetro:

	a) En serie
	b) Junto a la resistencia
	c) Al lado de la pila
	d) En paralelo

3.2) CIRCUITOS ELÉCTRICOS. LEY DE OHM

Los profesionales de la electricidad y la electrónica representan los circuitos mediante **esquemas,** donde cada **componente** del circuito (bombillas, motores, enchufes, cables,...) se representa mediante **un símbolo.**

En esta imagen tienes una muestra de los símbolos de los elementos más habituales en un circuito eléctrico:

Imagen nº 21. Símbolos eléctricos
Fuente: JCCM

Usando estos símbolos, un circuito sencillo se representaría de la siguiente forma:

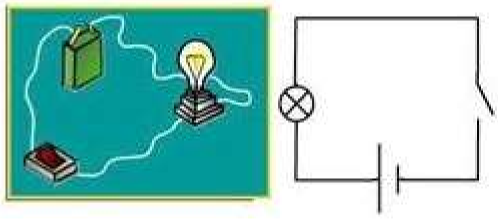


Imagen nº 22. Circuito
Fuente: JCCM

Como puedes ver en el esquema siguiente, **normalmente se incluye junto a los símbolos de los componentes un valor característico** de los mismos:

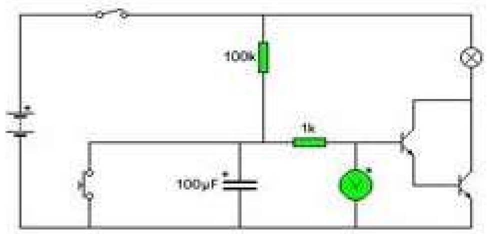


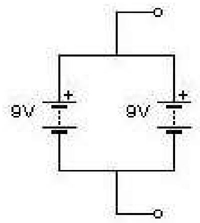
Imagen nº 23. Circuito
Fuente: JCCM

Por complicado que pueda llegar a ser un circuito eléctrico (sobre todo si es electrónico), sorprendentemente **sólo hay dos modos básicos de conectar componentes en un circuito**:

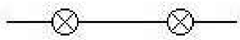
- **En serie:** Todos los elementos se conectan uno a continuación del otro formando una serie. De esta forma solamente existe una corriente, es decir, por todos los elementos circula la misma intensidad (I). En los circuitos en serie, si un elemento del circuito se desconecta, la corriente se interrumpe en todo el circuito.
- **En paralelo:** Se obtiene al unir los extremos de cada generado o de cada resistencia a un mismo punto. De esta forma cada elemento tiene su propia corriente (I) y por lo tanto, si un elemento se desconecta, el resto de elementos siguen funcionando.

Estos esquemas te aclararán las formas básicas de conexión:

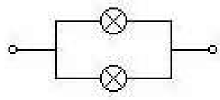
Dos pilas en serie



Dos pilas en paralelo



Dos bombillas en serie



Dos bombillas en paralelo

Imagen nº 24. Circuitos serie y paralelo
Fuente: JCCM

Según lo que se quiera conseguir con la conexión, se debe emplear una conexión en serie o una en paralelo.

	PILAS	BOMBILLAS
EN SERIE	Se suministra al circuito más **voltaje** que si solo se emplea una pila. No aumenta la duración de las pilas	Por las dos circula la misma **intensidad de corriente** y se reparten la **tensión** que suministra la pila. Cada una de ellas lucirá menos que si estuviera sola y consumirá menos **potencia**.
EN PARALELO	Aumenta la duración de las pilas. Se sigue suministrando al circuito el mismo **voltaje** que con una sola pila.	En los extremos de la conexión cae la misma **tensión** que si estuviese una sola bombilla. Cada una de ellas lucirá igual que si estuviese sola y consumirá la misma **potencia**.

<u>Ejercicio 18</u>

¿Qué hace que se muevan los electrones desde un punto hasta otro?

<u>Ejercicio 19</u>

Partes de un circuito. Define cada parte.

Ejercicio 20

Comenta si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

	V / F
Los profesionales de la electricidad y la electrónica representan los circuitos mediante esquemas	
Sólo hay un modo básico de conectar componentes en un circuito, en serie	
Conexión en serie, si se pone un componente detrás de otro	
Conexión en paralelo, si se conectan los componentes por sus extremos	
La conexión en serie, aumenta la duración de las pilas	
La conexión en serie, hace que cada bombilla luzca más que si estuviera sola y consumirá menos **potencia**	
La conexión en paralelo aumenta la duración de las pilas	
La conexión en paralelo hace que las bombillas luzcan menos que si estuviesen solas y consumirán la misma **potencia**	

Ejercicio 21

¿Qué es la tensión eléctrica? ¿En qué unidades se mide? ¿Qué aparato la mide?

Ejercicio 22

¿Qué es la intensidad de corriente? ¿En qué unidades se mide? ¿Qué aparato la mide?

Ejercicio 23

¿Qué es un polímetro?

Ejercicio 24

Tipos de conexiones en los circuitos. Diferencias y características:

Ejercicio 25

Completa estas frases colocando las siguientes palabras en el lugar que les corresponde:

Paralelo **Serie** **Electrones**

El desplazamiento o paso de ________________ por un camino adecuado constituye lo que conocemos como corriente eléctrica.

En un circuito eléctrico las bombillas conectadas en ________________ lucen correctamente, y si se suprime una, las demás siguen luciendo.

En un circuito en ________________ se suministra al circuito más voltaje que si solo se emplea una pila.

3.2.1) Ley de Ohm

Pues... como ya nos vamos conociendo bastante bien, seguro que sospechas que todos estos conceptos que acabamos de ver tienen alguna relación. Y quizá sospeches más; probablemente sospeches que su relación se puede representar con una fórmula matemática.

Estás en lo cierto. Los científicos son así; buscan relaciones matemáticas entre las magnitudes y las expresan con una fórmula y cuanto más sencilla es la fórmula que encuentran, tanto mejor, y eso es lo que sucede en este caso.

La fórmula de la que te estamos hablando resume una de las relaciones más importantes de las que se cumplen en un circuito eléctrico y se conoce con el nombre de **ley de Ohm**:

"La intensidad de corriente (I) que circula por un conductor es directamente proporcional al voltaje o diferencia de potencial (V) que hay entre los extremos del conductor."

Dicho así, parece muy difícil, pero no lo es tanto si lo expresamos con una fórmula:

VOLTAJE = RESISTENCIA x INTENSIDAD

$$V = R \cdot I$$

Por eso a los científicos les gustan tanto las **fórmulas**. Son **maneras** muy **sencillas de expresar relaciones** que pueden ser muy complicadas.

La ley de Ohm se puede expresar también con otras fórmulas equivalentes a la anterior y que se pueden entender fácilmente a partir del conocido como *Triángulo de Ohm*:

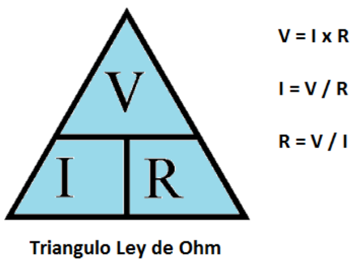
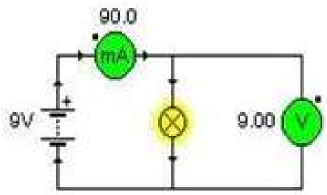
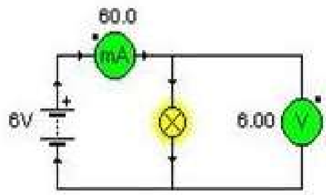
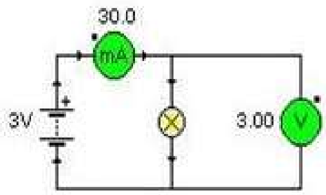


Imagen nº 25. Triángulo de Ohm Fuente: Wikimedia
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Tri%C3%A1ngulo_de_Ohm.png

Observa en los siguientes ejemplos cómo se cumple la ley de Ohm:





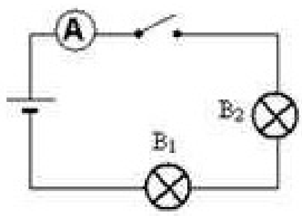


En los tres circuitos el amperímetro mide la intensidad de corriente (expresada en miliamperios) que circula por la bombilla, y el voltímetro el voltaje entre sus extremos (que coincide con el de la pila en los tres casos).

Haz las cuentas necesarias y observa que al dividir lo que marca el voltímetro (el voltaje) entre lo que marca el amperímetro (la intensidad de corriente) obtenemos siempre el mismo valor

Ejercicio 26

Observa el circuito:



a) Señala el nombre de los elementos que aparecen.

b) ¿Puede circular por él la corriente?

c) ¿Qué sería necesario cambiar para que pasara la corriente?

d) ¿Qué magnitud medirá el amperímetro?

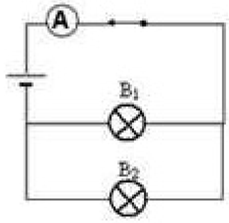
e) Queremos saber el valor de la intensidad de corriente que recorre la bombilla 2. ¿Qué debemos hacer?

f) ¿Cómo están asociadas las bombillas?

g) ¿Qué ocurrirá si se funde la bombilla 2?

Ejercicio 27

Observa el circuito:



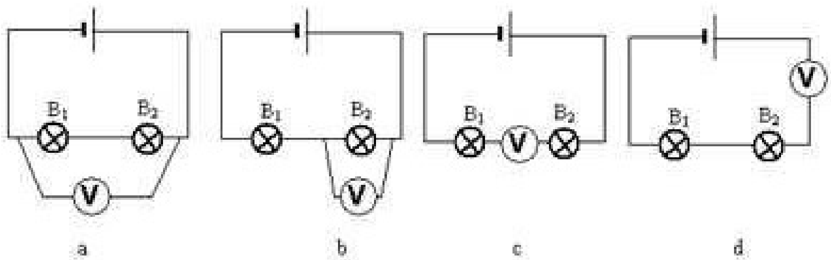
a) Queremos saber el valor de la intensidad de corriente que recorre la bombilla ¿Qué debemos hacer?

b) ¿Cómo están asociadas las bombillas?

c) ¿Qué ocurrirá si se funde la bombilla 2?

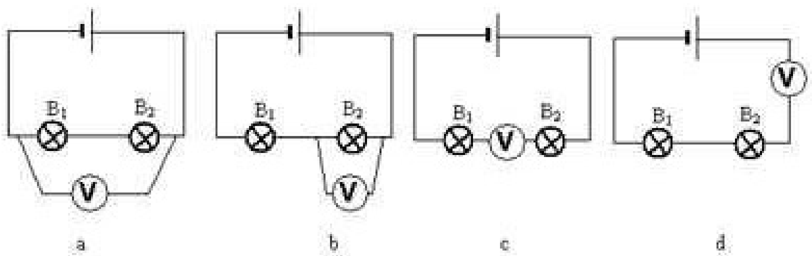
Ejercicio 28

Queremos medir el voltaje entre los extremos de la bombilla B_2. Indica si el voltímetro está bien o mal conectado en cada uno de los siguientes circuitos:



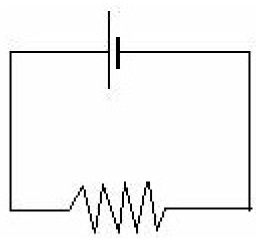
Ejercicio 29

Queremos medir la intensidad de corriente que pasa por la bombilla B2. Indica si el amperímetro está bien o mal conectado en cada uno de los siguientes circuitos:



Ejercicio 30

Entre los extremos de una resistencia de 100 Ohmios hay una diferencia de potencial de 10 V, ¿cuál es la intensidad de corriente que circula por la misma?



Ejercicio 31

El amperímetro marca 0,25 A y el voltímetro 10 V. ¿Cuál es el valor de la resistencia?

Ejercicio 32

¿Qué intensidad de corriente circulara por un conductor de 4 Ohmios de resistencia si se le aplica un voltaje de 80 voltios?

Ejercicio 33

¿Qué intensidad de corriente circulará por un conductor de 6 Ohmios de resistencia si se le aplica un voltaje de 108 voltios?

Ejercicio 34

¿Cuál es la resistencia de cierto conductor que al aplicarle un voltaje de 220 voltios experimenta una corriente de 11A?

Ejercicio 35

¿Cuál es la resistencia de una lámpara que al conectarla a 320 voltios, absorbe una corriente de 16A?

Ejercicio 36

Si nuestra piel esta seca nuestra resistencia es de 4000Ω, ¿qué intensidad de corriente soporto si toco los polos de la llave eléctrica principal de mi casa (220v)?

Ejercicio 37

Si nuestra piel esta mojada nuestra resistencia es de 500Ω, ¿qué intensidad de corriente soporto si toco los polos de la llave eléctrica principal de mi casa (220v)?

Ejercicio 38

Asumiendo que en promedio la resistencia de la piel es de 3000 Ω, ¿qué rango de voltaje puedo tocar para sentir un “hormigueo” que me permita soltar el conductor cuando quiera? Nota: la corriente que te haría sentir este hormigueo debe estar entre 1mA (0,001A) y 10mA (0,01A).

Ejercicio 39

Si soportas tiempo suficiente una corriente de 50mA (0,05A) quedas en estado de coma. Usando el dato de que nuestra piel tiene 3000 Ω de resistencia, ¿Cuál es el voltaje al que me tendría que exponer?

<u>Ejercicio 40</u>

Cuando te peinas, la fricción del peine y tu cabello hace que este se cargue, desarrollándose un voltaje respecto a tus pies de más o menos 10000 voltios, son el dato anterior de resistencia 3000 Ω ¿Cuál sería la corriente que nos pasaría con dicho voltaje?

3.3) DISPOSITIVOS ELÉCTRICOS FRECUENTES

En un circuito eléctrico distinguimos tres tipos de dispositivos: **Generadores, Receptores y elementos de control y protección**.

La importancia de los **receptores** radica en que permiten aprovechar la principal capacidad que tiene la electricidad, que es la de transformarse en otras formas de energía como por ejemplo:

- Energía **luminosa,** en una bombilla o en un tubo fluorescente.
- Energía **mecánica**, en un motor eléctrico.
- Energía **química**, en la carga de una batería.
- Energía **sonora**, en un timbre.
- Energía **térmica o calorífica**, en una estufa eléctrica, una plancha o una resistencia eléctrica.

Receptores eléctricos. Fuente: Banco de imágenes del ISFTIC

Imagen nº 26. Receptores Eléctricos
Fuente: JCCM

Los **generadores**, como ya hemos dicho, proporcionan al circuito la energía para que se produzca el movimiento de los electrones. Las pilas, las baterías o los alternadores son generadores eléctricos.

Imagen nº 27. Generadores: Alternador y Pila. Licencia: Creative Commons
Fuentes: Agrega / Cuidadodelasalud
http://agrega.educacion.es/repositorio/01112014/03/es_2014110112_9144407/generadores.html
https://www.cuidadodelasalud.com/e-cc/iii-cg/4-ai/el-peligro-de-tirar-las-pilas-con-el-resto-de-la-basura-domestica/

Por último, los **elementos de control y protección** nos permiten controlar el funcionamiento del circuito y evitar posibles accidentes o cortocircuitos. Son elementos de control los interruptores, conmutadores, etc. Mientras que el principal elemento de protección de un circuito son los fusibles.

Imagen nº 28. Interruptores y fusibles Fuente: Wikipedia
https://es.m.wikipedia.org/wiki/Archivo:Switches-electrical.agr.jpg
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Autres_types.jpg

Ejercicios resueltos

Ejercicio 1

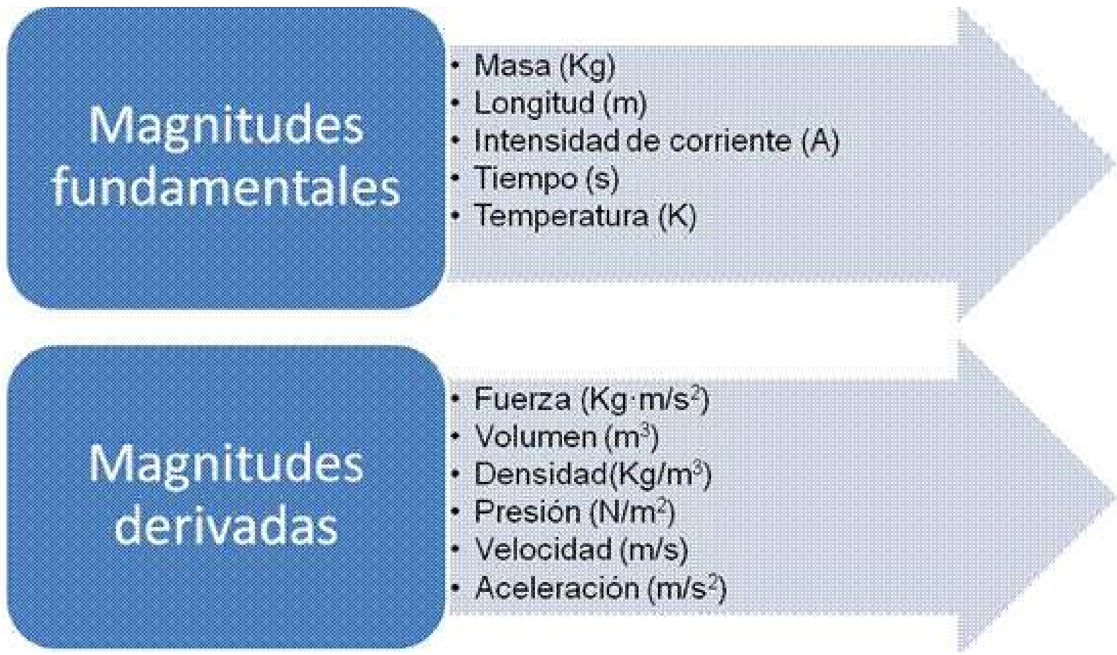
En unas rebajas, dos personas intentan arrebatarse mutuamente un jersey que ambas sujetan, ¿Cuál de las dos logrará su objetivo?

	La que tenga más edad
	La que tenga peor carácter
X	La que tire con más fuerza

Ejercicio 2

De las siguientes magnitudes, indica cuales son fundamentales y cuales son derivadas:

Masa, fuerza, volumen, longitud, densidad, intensidad de corriente, tiempo, presión, temperatura, velocidad y aceleración.



Ejercicio 3

Relacionar los movimientos que realizan los cuerpos citados debajo con su correspondiente trayectoria.

	TIPO DE TRAYECTORIA
a) Un cuerpo cae desde un tercer piso.	*rectilínea*
b) El extremo de las manecillas de un reloj.	*curvilínea*
c) Los planetas alrededor del Sol.	*curvilínea*
d) Una bala disparada por un fusil.	*curvilínea*

Ejercicio 4

Una persona recorre un tramo de 600 metros a la misma velocidad, invirtiendo un tiempo de 10 minutos, después se detiene durante cinco minutos y luego vuelve a caminar, también a velocidad constante, recorriendo 240 metros en cuatro minutos. Calcula la velocidad en cada tramo del recorrido en metros /segundo.

En primer lugar debemos calcular el tiempo en segundos, 10 minutos son 600 segundos, y 4 minutos son 240 segundos.

v = e / t

- Primer tramo: v = 600/600 = 1 m/s
- Segundo tramo, la velocidad es nula, está descansando.
- Tercer tramo: v = 240/240 = 1 m/s

La velocidad de esta persona antes y después del descanso es la misma, va a una velocidad constante.

Ejercicio 5

Un motorista sale de Toledo a las 3 horas y 30 minutos a una velocidad de 90 Km/h, si la distancia entre Madrid y Toledo es de 64 Km y mantiene su velocidad constante durante todo el camino, ¿Cuánto tiempo tardará en llegar a Madrid? ¿A qué hora llegará?

En primer lugar debemos pasar nuestros datos a unidades del Sistema Internacional, para que los cálculos nos resulten efectivos. 64 Km = 64000m.

La velocidad de 90 Km/ hora, si lo pasamos a m/s tenemos:

$$\frac{90km}{1h} = \frac{90000m}{3600s} = 25m/s$$

Entonces vamos a calcular el tiempo que tarda el motorista en llegar a Madrid:

$$t = \frac{e}{V} = \frac{64000}{25} = 2560s$$

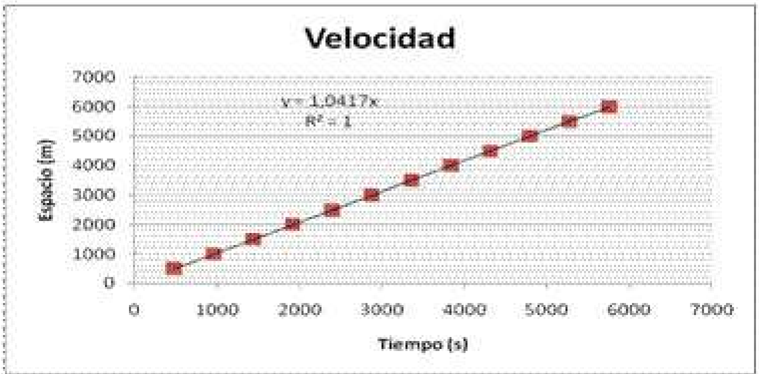
Tarda en llegar, 2560 segundos que son 42,6 minutos. Con lo cual si ha salido a las 3 horas 30 minutos, habrá llegado a Madrid a las 4 horas con 12,6 minutos.

<u>Ejercicio 6</u>

Representa en los ejes perpendiculares el espacio que recorre y el tiempo que tarda una persona que camina durante 6 kilómetros, siempre a la misma rapidez según la siguiente tabla:

Tiempo (min)	Tiempo (s)	Espacio (Km)	Espacio (m)
8	480	0,5	500
16	960	1	1000
24	1440	1,5	1500
32	1920	2	2000
40	2400	2,5	2500
48	2880	3	3000
56	3360	3,5	3500
64	3840	4	4000
72	4320	4,5	4500
80	4800	5	5000
88	5280	5,5	5500
96	5760	6	6000

a) **¿Qué tipo de línea se obtiene? Represéntala.**



La línea es una recta, lo cual nos lleva a pensar que se trata de un movimiento rectilíneo uniforme, con velocidad constante. Vamos a comprobarlo:

$$\frac{e}{t} = v; v = \frac{500}{480} = 1{,}041 m/s$$

$$v = \frac{4000}{3840} = 1{,}041 m/s$$

b) **¿Cuánto tiempo tarda en recorrer 100 metros?**

Para calcular el tiempo que tarda en recorrer 100 m, podríamos ir a la gráfica y mirarlo, pero al empezar en 500 m, lo mejor es usar la ecuación de la velocidad:

$$\frac{e}{t} = v; v = \frac{100}{t} = 1; \frac{0{,}41m}{s}$$

$$t = \frac{100}{1{,}041} = 95{,}99 s$$

c) ¿Cuántos metros recorre en una hora?

$$\frac{e}{t} = v; v = \frac{m}{60} = \frac{1{,}041m}{s}$$

$$t = 60 * 1{,}041 = 62{,}46m$$

d) ¿Cuál es su velocidad?

La velocidad ya la hemos calculado en el apartado a) podríamos calcularla para cada par de valores, y veríamos que es constante:

Tiempo (s)	Espacio (m)	v=e/t (m/s)
480	500	1,041666667
960	1000	1,041666667
1440	1500	1,041666667
1920	2000	1,041666667
2400	2500	1,041666667
2880	3000	1,041666667
3360	3500	1,041666667
3840	4000	1,041666667
4320	4500	1,041666667
4800	5000	1,041666667
5280	5500	1,041666667
5760	6000	1,041666667

e) ¿Tiene un movimiento uniforme?

El movimiento es uniforme, ya que la velocidad permanece constante en todo el recorrido, su valor es 1, 041m/s o en Km/min,

$$\frac{1.041m}{1s} = \frac{0{,}001km}{0{,}000277min} = 3{,}6km/min$$

<u>Ejercicio 7</u>

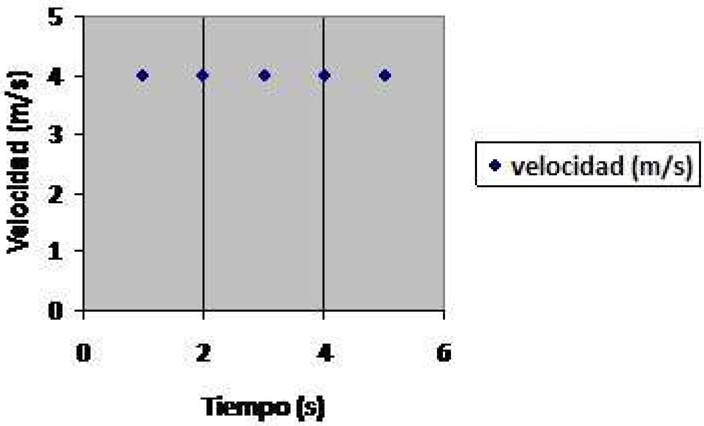
¿A cuántos m/s equivale la velocidad de un móvil que se desplaza a 72 km/h?

Los kilómetros se deben pasar a metros para ello se multiplica por mil. Una hora está constituida por 60 minutos y cada minuto son 60 segundos, por tanto para saber los segundos en una hora se debe multiplicar el tiempo en horas por el número de segundos que transcurren en ella, 60 x 60 = 3600 segundos en una hora.

$$\frac{72km}{1hora} = \frac{72000m}{3600s} = 20m/s$$

Ejercicio 8

En el gráfico, se representa un movimiento rectilíneo uniforme, averigua gráfica y analíticamente la distancia recorrida en los primeros 4 s.



Datos: v = 4 m/s ---- t = 4 s

e = *V · t* = 4 . 4 = 16m

Ejercicio 9

Un vehículo que circula por la carretera acelera para poder adelantar a un camión, pasando de una velocidad de 10 m/s a otra de 15 m/s. ¿Cuál es la aceleración del vehículo si ha tardado 10 s en hacerlo?

Siempre antes de sustituir los datos en una fórmula debemos comprobar que las unidades son las correctas.

En caso de que alguna magnitud no venga expresada en su unidad fundamental, deberemos hacer el cambio de unidades correspondiente.

Partiendo de la expresión y comprobando antes de sustituir que las unidades son las correctas, calculamos la aceleración:

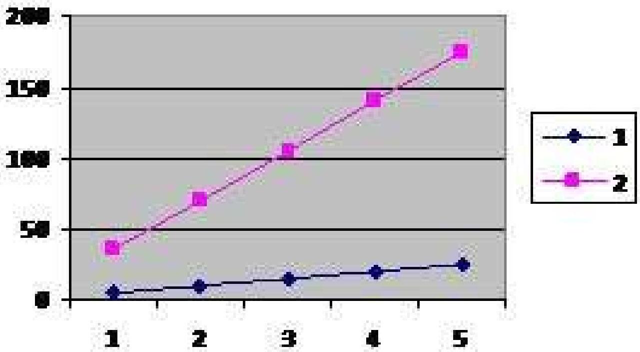
$$a = \frac{V_f - V_o}{t} = \frac{15 - 10}{10} = \frac{5}{10} = 0,5m/s$$

Ejercicio 10

En la gráfica se han representado la velocidad y el tiempo de dos móviles 1 y 2.

a) ¿Cuál de los dos lleva mayor aceleración? ¿Por qué?

b) ¿Qué velocidad lleva cada objeto a los 4 segundos?



a)

Si observamos la gráfica en la que se representan las velocidades en función del tiempo, vemos que la velocidad del objeto 2 aumenta mucho más que la del objeto 1 en el mismo tiempo, pues su pendiente es mayor. Ello significa que para un mismo tiempo, el cuerpo 2 ha alcanzado mayor velocidad que el primero, luego su aceleración es mayor.

Por lo tanto, en el móvil 1 la aceleración es menor que en el móvil 2.

b)

Si tomamos trazamos una línea vertical hacia arriba desde el punto t = 4 s, en los puntos de corte con cada una de las gráficas nos muestra los valores de velocidad.

Podemos comprobar que la línea que corta a la gráfica 1, ese objeto tiene una velocidad de 20 m/s aproximadamente.

Para el objeto número 2 la velocidad es de 150 m/s aproximadamente.

Ejercicio 11

Si nos dicen que un objeto tiene un peso de 490 N, ¿cuál es su masa?

$$m = \frac{P}{g} = \frac{490}{9,8} = 50kg$$

Ejercicio 12

Una caja de 60 kg de masa se encuentra en reposo sobre un suelo horizontal que posee un coeficiente de rozamiento de 0.25. Calcular la fuerza de rozamiento y la aceleración de la caja si se aplica una fuerza horizontal de 400 N.

La fuerza de rozamiento la calculamos mediante la expresión:

$$Fr = \mu \cdot N \Rightarrow Fr = \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow Fr = 0.25 \cdot 60\ kg \cdot 9.8\ m/s^2 \Rightarrow Fr = 147\ N$$

Una vez que conocemos la fuerza de rozamiento, podemos determinar cuál es la aceleración que adquiere el cuerpo. Aplicando el principio fundamental o *segunda ley de Newton:*

$$\sum F = m \cdot a \Rightarrow F - Fr = m \cdot a \Rightarrow 400\ N - 147\ N = 60\ Kg \cdot a \Rightarrow a = 4.21\ m/s^2$$

Ejercicio 13

¿Qué es la corriente eléctrica?

La corriente eléctrica es el movimiento de electrones a través de un conductor que lo permita.

Ejercicio 14

Comenta si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones.

	V / F
Una corriente eléctrica es un movimiento ordenado de cargas libres, normalmente protones a través de un circuito eléctrico.	**F**
Una batería o una pila son dispositivos que suministran a los electrones la energía necesaria para mantener su movimiento ordenado.	**V**
Un material aislante, suele ser un hilo de cobre.	**F**
Un dispositivo que convierta la energía eléctrica, la que llevan los electrones en su movimiento, en otro tipo de energía, se llama, en general, receptor.	**V**
La corriente continua (CC), en la que los electrones circulan aleatoriamente.	**F**
La corriente alterna (CA), en la que los electrones mantienen constante su sentido de circulación.	**F**
En los enchufes de nuestras casas disponemos solo de corriente alterna.	**V**
Todos los aparatos electrónicos que enchufamos a la red o bien disponen internamente de una fuente de alimentación o bien se alimentan solos.se conectan a través de una fuente de alimentación.	**F**

Ejercicio 15

¿Qué es la resistencia eléctrica de un material? ¿En qué unidades se mide?

Es la oposición que muestra un material al paso de la corriente eléctrica. Su unidad de medida es el ohmio

Ejercicio 16

Indica en qué unidades mediríamos:

1	**La diferencia de potencial**
2	**La resistencia**
3	**La intensidad**

2	**Ohmios**
1	**Voltios**
3	**Amperios**

Ejercicio 17

I) El voltímetro se coloca siempre:

	a) En serie
	b) Bien colocado
X	c) En paralelo
	d) Unido a la bombilla

II) Se considera por convenio:

	a) Que la corriente eléctrica sale del polo negativo del generador y entra en él por el polo positivo.
X	b) Que la corriente eléctrica sale del polo positivo del generador y entra en él por el polo negativo.
	c) Que la corriente circule en el sentido anti horario

III) El amperímetro se coloca siempre en:

	a) Paralelo
	b) Junto a la pila
X	c) En serie
	d) Se sitúan dos juntos

IV) Para medir el valor de una resistencia, se coloca el ohmímetro:

	a) En serie
	b) Junto a la resistencia
	c) Al lado de la pila
X	d) En paralelo

Ejercicio 18

¿Qué hace que se muevan los electrones desde un punto hasta otro?

Para que los electrones se muevan entre dos puntos deben darse dos condiciones:

a) Que exista un cable conductor que una ambos puntos.

b) Que exista una diferencia de cargas entre ambos puntos.

Ejercicio 19

Partes de un circuito. Define cada parte.

Generador: Es el elemento que produce energía eléctrica, como la pila.

Receptor: Es el elemento que consume energía eléctrica para transformarla en otro tipo de energía.

Elemento de control: Controla el paso de la corriente eléctrica en el circuito.

Cable conductor: Conduce la corriente eléctrica.

Ejercicio 20

Comenta si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

	V / F
Los profesionales de la electricidad y la electrónica representan los circuitos mediante esquemas	**V**
Sólo hay un modo básico de conectar componentes en un circuito, en serie	**F**
Conexión en serie, si se pone un componente detrás de otro	**V**
Conexión en paralelo, si se conectan los componentes por sus extremos	**V**
La conexión en serie, aumenta la duración de las pilas	**F**
La conexión en serie, hace que cada bombilla luzca más que si estuviera sola y consumirá menos **potencia**	**F**
La conexión en paralelo aumenta la duración de las pilas	**V**
La conexión en paralelo hace que las bombillas luzcan menos que si estuviesen solas y consumirán la misma **potencia**	**F**

Ejercicio 21

¿Qué es la tensión eléctrica? ¿En qué unidades se mide? ¿Qué aparato la mide?

La tensión eléctrica es la “fuerza” con la que son impulsados los electrones entre dos puntos. Su unidad de medida es el voltio. El aparato que mide la tensión es el voltímetro.

Ejercicio 22

¿Qué es la intensidad de corriente? ¿En qué unidades se mide? ¿Qué aparato la mide?

La intensidad de corriente es el número de electrones que atraviesa un punto del circuito cada segundo. Su unidad de medida es el amperio y se usa como aparato de medida el amperímetro.

Ejercicio 23

¿Qué es un polímetro?

Es el aparato de medida que combina en uno solo un voltímetro y un amperímetro.

Ejercicio 24

Tipos de conexiones en los circuitos. Diferencias y características:

En serie: Un circuito conecta sus elementos en serie cuando se conectan uno a continuación del otro de modo que la salida de uno es la entrada del siguiente. En este caso la tensión eléctrica se reparte entre los elementos, aunque la intensidad de corriente que recorre todos los elementos es la misma. Si uno de los elementos deja de funcionar, el resto tampoco funcionará.
En paralelo: Un circuito conecta sus elementos en paralelo cuando los diferentes elementos se colocan de forma que tienen la misma entrada y la misma salida. De este modo, los cables de cada lado se unen entre sí. En este caso, la tensión eléctrica de todos los elementos es igual entre sí, mientras que la intensidad de corriente se reparte. Si uno de los elementos deja de funcionar, el resto funcionará normalmente.

Ejercicio 25

Completa estas frases colocando las siguientes palabras en el lugar que les corresponde:

Paralelo **Serie** **Electrones**

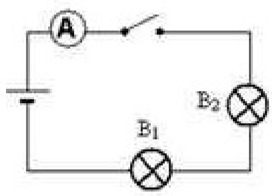
El desplazamiento o paso de _electrones_ por un camino adecuado constituye lo que conocemos como corriente eléctrica.

En un circuito eléctrico las bombillas conectadas en _paralelo_ lucen correctamente, y si se suprime una, las demás siguen luciendo.

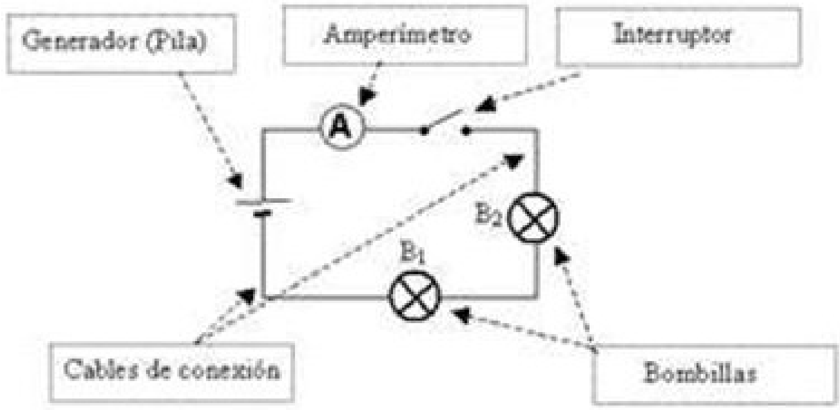
En un circuito en _serie_ se suministra al circuito más voltaje que si solo se emplea una pila.

Ejercicio 26

Observa el circuito:



a) Señala el nombre de los elementos que aparecen.



b) ¿Puede circular por él la corriente?

No, porque el interruptor está abierto y no pueden pasar las cargas eléctricas (electrones).

c) ¿Qué sería necesario cambiar para que pasara la corriente?

Poner el interruptor en posición cerrado.

d) ¿Qué magnitud medirá el amperímetro?

La intensidad de corriente que recorre el circuito

e) Queremos saber el valor de la intensidad de corriente que recorre la bombilla 2. ¿Qué debemos hacer?

No es necesario modificar nada. Bastará con leer lo que marca el amperímetro, ya que la corriente que pasa por las bombillas, el interruptor y la pila es la misma.

f) ¿Cómo están asociadas las bombillas?

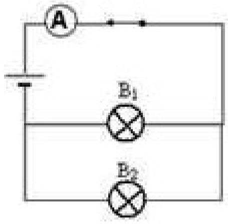
En serie.

g) ¿Qué ocurrirá si se funde la bombilla 2?

Que la bombilla 1 se apagará.

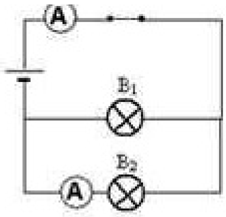
Ejercicio 27

Observa el circuito:



a) Queremos saber el valor de la intensidad de corriente que recorre la bombilla 2. ¿Qué debemos hacer?

Debemos conectar un amperímetro en serie con la bombilla 2.



b) ¿Cómo están asociadas las bombillas?

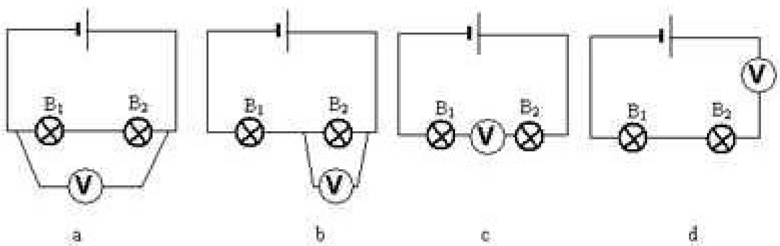
En paralelo o derivación.

c) ¿Qué ocurrirá si se funde la bombilla 2?

Que la bombilla 1 seguirá dando luz.

Ejercicio 28

Queremos medir el voltaje entre los extremos de la bombilla B_2. Indica si el voltímetro está bien o mal conectado en cada uno de los siguientes circuitos:



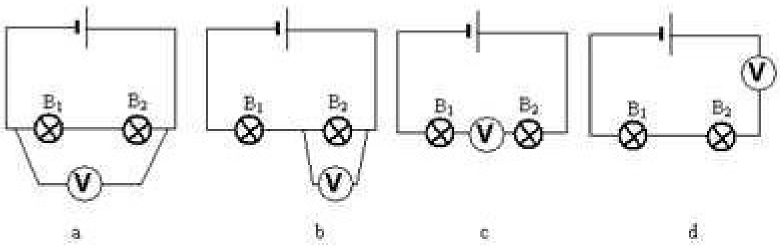
Circuito a: el voltímetro mide el voltaje entre los extremos de las dos bombillas y no de B2 como se pretende.

Circuito b: bien conectado; está en paralelo a B2 y entre sus extremos.

Circuitos c y d: mal conectado, pues el voltímetro está en serie con las bombillas y los voltímetros deben conectarse siempre en paralelo.

Ejercicio 29

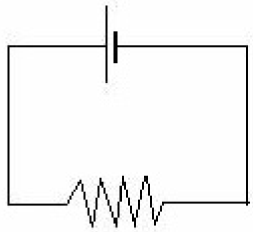
Queremos medir la intensidad de corriente que pasa por la bombilla B2. Indica si el amperímetro está bien o mal conectado en cada uno de los siguientes circuitos:



Sólo está bien conectado el circuito b, ya que los amperímetros se deben conectar en serie con el elemento del circuito cuya intensidad se quiere medir.

Ejercicio 30

Entre los extremos de una resistencia de 100 Ohmios hay una diferencia de potencial de 10 V, ¿cuál es la intensidad de corriente que circula por la misma?



Según la ley de Ohm: $I = \frac{V}{R}$

Sustituyendo por los datos del problema: $I = \frac{10V}{100Ohmios} = 0{,}1A$

Ejercicio 31

El amperímetro marca 0,25 A y el voltímetro 10 V. ¿Cuál es el valor de la resistencia?

$$R = \frac{V}{I}$$

$$R = \frac{10V}{0{,}25A} = 40$$

Ejercicio 32

¿Qué intensidad de corriente circulara por un conductor de 4 Ohmios de resistencia si se le aplica un voltaje de 80 voltios?

$$I = \frac{V}{R} = \frac{80}{4} = 20A$$

Ejercicio 33

¿Qué intensidad de corriente circulará por un conductor de 6 Ohmios de resistencia si se le aplica un voltaje de 108 voltios?

$$I = \frac{V}{R} = \frac{108}{6} = 18A$$

Ejercicio 34

¿Cuál es la resistencia de cierto conductor que al aplicarle un voltaje de 220 voltios experimenta una corriente de 11A?

$$R = \frac{V}{I} = \frac{220}{11} = 20$$

Ejercicio 35

¿Cuál es la resistencia de una lámpara que al conectarla a 320 voltios, absorbe una corriente de 16A?

$$R = \frac{V}{I} = \frac{320}{16} = 20$$

Ejercicio 36

Si nuestra piel esta seca nuestra resistencia es de 4000Ω, ¿qué intensidad de corriente soporto si toco los polos de la llave eléctrica principal de mi casa (220v)?

$$I = \frac{V}{R} = \frac{220}{4000} = 0{,}055A$$

Ejercicio 37

Si nuestra piel esta mojada nuestra resistencia es de 500Ω, ¿qué intensidad de corriente soporto si toco los polos de la llave eléctrica principal de mi casa (220v)?

$$I = \frac{V}{R} = \frac{220}{500} = 0{,}044A$$

Ejercicio 38

Asumiendo que en promedio la resistencia de la piel es de 3000 Ω, ¿qué rango de voltaje puedo tocar para sentir un "hormigueo" que me permita soltar el conductor cuando quiera? Nota: la corriente que te haría sentir este hormigueo debe estar entre 1mA (0,001A) y 10mA (0,01A).

V = R* I; V = 3000 * 0,001 = 3 v

V = R* I; V = 3000 * 0,01 = 30 v

El rango del voltaje o potencial que puedo soportar sintiendo un hormigueo y soltar el conductor cuando quiera, esta entre 3 y 30 voltios. No lo experimentes.

Ejercicio 39

Si soportas tiempo suficiente una corriente de 50mA (0,05A) quedas en estado de coma. Usando el dato de que nuestra piel tiene 3000 Ω de resistencia, ¿Cuál es el voltaje al que me tendría que exponer?

V = R* I; V = 3000 * 0,05 = 150 v

Ejercicio 40

Cuando te peinas, la fricción del peine y tu cabello hace que este se cargue, desarrollándose un voltaje respecto a tus pies de más o menos 10000 voltios, son el dato anterior de resistencia 3000 Ω ¿Cuál sería la corriente que nos pasaría con dicho voltaje?

$$I = \frac{V}{R} = \frac{10000}{3000} = 3{,}3333 A$$